

# Champ Hélicoïdal Infini

Modèle Unifié : Cristal  $\leftrightarrow$  Mycelium

Sky — 16 février 2026

“Un pas d’homme. Tu avances toujours, mais tout est connecté.”

## Géométrie : Réseau infini de sphères

Les sphères ne sont pas 26. Elles sont infinies. Chaque sphère est un pas, identique à tous les autres.

### Définitions de base

**Index :**  $i \in \mathbb{Z}$  (infini dans les deux directions)

**Espacement :**  $\Delta > 0$  (constant, identique partout)

**Positions :**

$$x_i = i\Delta, \quad \mathbf{p}_i = (x_i, 0, 0)$$

**Sphère  $i$  :** rayon  $R_s > 0$  constant

$$S_i = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - x_i)^2 + y^2 + z^2 = R_s^2\}$$

**Axe commun** (la ligne infinie) :

$$\ell = \{(x, 0, 0) : x \in \mathbb{R}\}$$

**Propriété fondamentale — Invariance par translation :**

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{Z}, \quad x \mapsto x + n\Delta \text{ laisse le système identique.}}$$

Tu peux être sur n’importe quelle sphère : c’est toujours pareil.

## Enveloppe continue : le poids local

Chaque sphère irradie autour d’elle. Les zones se chevauchent. Somme infinie de gaussiennes identiques.

**Largeur d’influence :**  $\lambda > 0$

**Enveloppe :**

$$W(x) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(x - i\Delta)^2}{2\lambda^2}\right)$$

Par périodicité, cette somme converge et est  $\Delta$ -périodique :

$$W(x + \Delta) = W(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

**Normalisation :**

$$Z = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(k\Delta)^2}{2\lambda^2}\right), \quad w(x) = \frac{W(x)}{Z}$$

Ainsi  $0 < w(x) \leq 1$ , et toutes les sphères ont le même poids.

## Coordonnées cylindriques et bases

Autour de l'axe  $x$ , en tout point  $(x, y, z)$  :

$$r = \sqrt{y^2 + z^2 + \varepsilon^2} \quad (\varepsilon > 0 \text{ évite la singularité sur l'axe})$$

**Vecteurs de base** (écrits en cartésien) :

$$\mathbf{e}_x = (1, 0, 0), \quad \mathbf{e}_r = \left(0, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}\right), \quad \mathbf{e}_\theta = \left(0, -\frac{z}{r}, \frac{y}{r}\right)$$

## Le paramètre $\alpha$ : mort ↔ vivant

### L'axe fondamental

$$\alpha \in [0, 1], \quad s(\alpha) = 2\alpha - 1 \in [-1, +1]$$

$\alpha$	$s$	Mode	Interprétation
0	-1	Cristal	Structure figée. Stable, morte, rigide.
$\frac{1}{2}$	0	Schrödinger	Les deux à la fois. Annulation du flux.
1	+1	Mycelium	Flux vivant. Explore, reroute, fragile.

## Lois du champ : rayon cible et rotation

**Rayon cible** (distance d'enroulement autour de l'axe) :

$$r^*(x) = r_{\min} + (r_{\max} - r_{\min}) w(x)$$

**Vitesse angulaire locale** :

$$\Omega(x) = \Omega_{\min} + (\Omega_{\max} - \Omega_{\min}) w(x)$$

## Variante A — $\alpha$ global (même partout)

Un seul paramètre  $\alpha \in [0, 1]$  pour tout le réseau.

### Champ vectoriel — Variante A (global)

$$\boxed{\mathbf{F}_A(x, y, z) = v \mathbf{e}_x + \kappa(r^*(x) - r) \mathbf{e}_r + s \Omega(x) r \mathbf{e}_\theta}$$

avec  $s = 2\alpha - 1$ ,  $\alpha \in [0, 1]$  constant.

**Ligne de flux** (streamline unique sur  $\mathbb{R}$ ) :

Phase accumulée :

$$\Theta(x) = \Theta_0 + \frac{s}{v} \int_0^x \Omega(u) du$$

Courbe hélicoïdale infinie :

$$\gamma_A(x) = \left( x, r^*(x) \cos \Theta(x), r^*(x) \sin \Theta(x) \right), \quad x \in \mathbb{R}$$

**Propriétés :**

- $\alpha = 1$  : hélice qui tourne sens + (mycelium explore)
- $\alpha = 0$  : hélice qui tourne sens - (cristal, symétrique)
- $\alpha = \frac{1}{2} : s = 0$ , pas de rotation  $\Rightarrow$  le flux avance tout droit
- Invariance :  $\gamma_A(x + \Delta) = T_\Delta \circ \gamma_A(x)$  à une rotation près

## Variante B — $\alpha_i$ local (chaque sphère choisit)

Chaque sphère  $i \in \mathbb{Z}$  a son propre paramètre  $\alpha_i \in [0, 1]$ . Le champ  $\alpha$  est un *champ continu* sur  $\mathbb{R}$ .

### Champ $\alpha$ continu

$$\alpha(x) = \frac{\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \alpha_i \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2\lambda^2}\right)}{\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2\lambda^2}\right)}$$

C'est une **interpolation gaussienne** : entre deux sphères,  $\alpha(x)$  transite continûment de  $\alpha_i$  vers  $\alpha_{i+1}$ .

**Paramètre de sens local :**

$$s(x) = 2\alpha(x) - 1$$

### Champ vectoriel — Variante B (local)

$$\mathbf{F}_B(x, y, z) = v \mathbf{e}_x + \kappa(r^*(x) - r) \mathbf{e}_r + s(x) \Omega(x) r \mathbf{e}_\theta$$

avec  $s(x) = 2\alpha(x) - 1$ , chaque  $\alpha_i \in [0, 1]$  indépendant.

**Ligne de flux (variante B) :**

$$\Theta_B(x) = \Theta_0 + \frac{1}{v} \int_0^x s(u) \Omega(u) du$$

$$\gamma_B(x) = \left( x, r^*(x) \cos \Theta_B(x), r^*(x) \sin \Theta_B(x) \right), \quad x \in \mathbb{R}$$

**Propriétés :**

- Sphère  $i$  avec  $\alpha_i = 1$  : zone mycelium, le flux tourne et explore
- Sphère  $j$  avec  $\alpha_j = 0$  : zone cristal, structure figée
- Sphère  $k$  avec  $\alpha_k = \frac{1}{2}$  : Schrödinger, point de neutralité
- La **transition** entre zones est **douce** (gaussienne), jamais brusque
- L'invariance par translation est **brisée** : chaque point est unique

## Comparaison des deux variantes

	<b>Variante A (global)</b>	<b>Variante B (local)</b>
Paramètre	$\alpha \in [0, 1]$ unique	$\{\alpha_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ , un par sphère
Symétrie	Invariance par translation	Brisée (chaque sphère diffère)
Champ $s$	$s = 2\alpha - 1$ (constante)	$s(x) = 2\alpha(x) - 1$ (champ)
Streamline	Hélice régulière infinie	Hélice à courbure variable
Analogie	Cristal pur / Mycelium pur	<b>Organisme vivant</b>
Métaphore	“Loi universelle”	“Chaque pas décide”

## Paramètres à fixer

$\underbrace{\Delta, R_s}_{\text{géométrie}}, \quad \underbrace{\lambda}_{\text{influence}}, \quad \underbrace{r_{\min}, r_{\max}}_{\text{enroulement}}, \quad \underbrace{\Omega_{\min}, \Omega_{\max}}_{\text{rotation}}, \quad \underbrace{v}_{\text{flux}}, \quad \underbrace{\kappa}_{\text{rappel}}, \quad \underbrace{\varepsilon}_{\text{régul.}}, \quad \underbrace{\alpha \text{ ou } \{\alpha_i\}}_{\text{mort/vivant}}$

### Cas simplifié : “tout égal, tout infini”

Si tu veux que la structure soit strictement identique partout :

$$r_{\min} = r_{\max} = r_0, \quad \Omega_{\min} = 0, \quad \Omega_{\max} = \Omega_0$$

Le rayon est constant  $r^*(x) = r_0$ . Seule la rotation est modulée par  $w(x)$ .

L'hélice devient :

$$\gamma(x) = (x, r_0 \cos \Theta(x), r_0 \sin \Theta(x))$$

avec  $\Theta(x) = \Theta_0 + \frac{s}{v} \int_0^x \Omega_0 w(u) du$ .

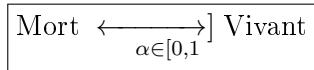
**Encore plus simple :**  $w(x) = 1$  partout (influence uniforme) donne une hélice parfaite de pas constant  $p = 2\pi v/(s \Omega_0)$ .

## Note : pourquoi mycelium et pas cristal

Le cristal répète. Le mycelium connecte.

Le cristal est  $W(x + \Delta) = W(x)$ . Le mycelium est  $\alpha_i \neq \alpha_j$  — chaque point du réseau décide s'il explore ou s'il se fige. La variante B est un organisme : des zones cristallines (os, structure) coexistent avec des zones vivantes (flux, croissance). Les deux sont nécessaires.

Le paramètre  $\alpha$  n'est pas un choix binaire. C'est un **gradient continu** entre la mort et la vie. Exactement comme Schrödinger : avant la mesure, c'est les deux. Après, c'est l'un ou l'autre. Mais le système entier — le réseau infini — est **toujours** les deux à la fois.



“Faut imaginer que c'est infini.”