

摘要

本研究探討平面上 n 條直線，每兩條相交出一個交點，但不三線共點，並在每個交點上標上數字1至 $n - 1$ ，使任何一條直線上恰好出現1至 $n - 1$ 各一次，是否有解？得到奇數條直線無法、偶數條直線可以。

推廣至三維空間，探討 n 個平面，每三個相交出一個交點，但不四面共點，發現到三維空間有兩種推廣方式：

- 在每個交點上標上數字，使每條直線上的數字都不重複
- 在每個交點上標上數字，使每個平面上的數字都不重複

在此兩種情況下，可見當有三個平面時皆可以。

探討第二種推廣後發現在六個平面時亦可以給出構造。而後又發現其等價於*Baranyai's theorem*故得到平面個數為三的倍數皆可以，再根據文獻構造出三維度空間9個平面的一種方法。

01

前言

題目、符號與定義

題目1.1.平面上 n 條直線，每兩條相交出一個交點，但不三線共點，在每個交點上標上數字1至 $n - 1$ ，使任何一條直線上恰好出現1至 $n - 1$ 各一次。

符號1.2. P_n : 空間中的第 n 個點。 $P_{m,n}$: L_m 和 L_n 的交點。 $P_{i,j,k}$: F_i 和 F_j 和 F_k 的交點。

符號1.3. L_n : 空間中的第 n 條直線。 $L_{m,n}$: F_m 和 F_n 的交線。

符號1.4. R_n^2 : 2維空間， n 條直線兩兩相交，且不三線共點。 R_n^3 : 3維度空間，有 n 個平面，每三個相交出一個交點但不四面共點。

定義1.5.將 R_n^2 的每個交點給予標號。若每條直線，均有1至 $n - 1$ 的連續自然數，則稱為標好標滿。

定義1.6.將 R_n^3 的每個交點給予標號。若每條直線，均有1至 $n - 2$ 的連續自然數，則稱為在直線上標好標滿。

定義1.7.將 R_n^3 的每個交點給予標號。若每個平面，均有1至 $C_2^{n-1}n - 2$ 的連續自然數，則稱為在平面上標好標滿。

符號1.8. F_n : 空間中的第 n 個平面。

研究目的及架構

研究目的1.9.將 R_n^2 標好標滿。將 R_n^3 在直線上標好標滿。將 R_n^3 在平面上標好標滿。如圖1.10.，為本研究的流程圖。

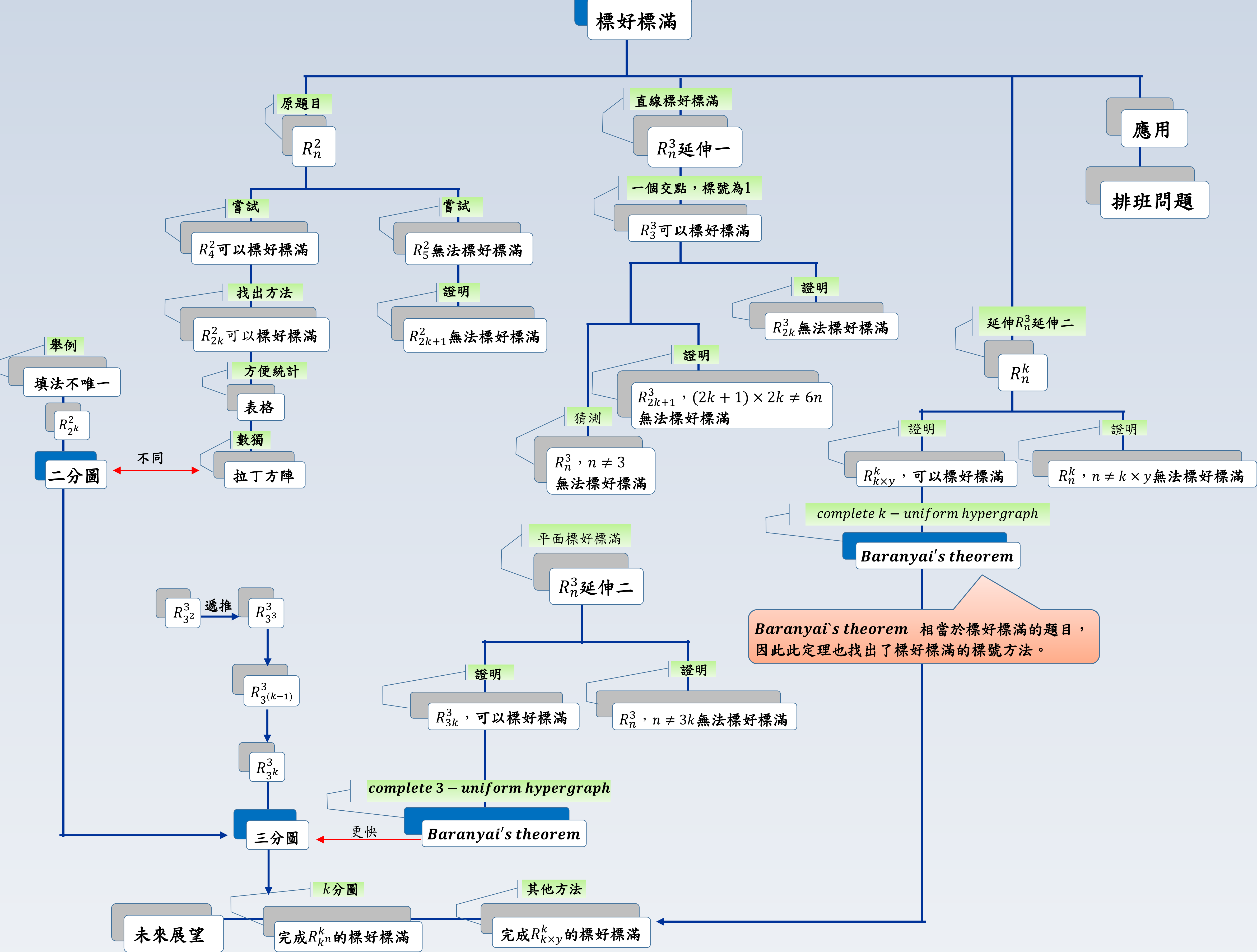


圖 1.10.

02

二維度空間

奇數條直線

性質2.1.平面上奇數條線無法標好標滿，如示意圖3.2.。

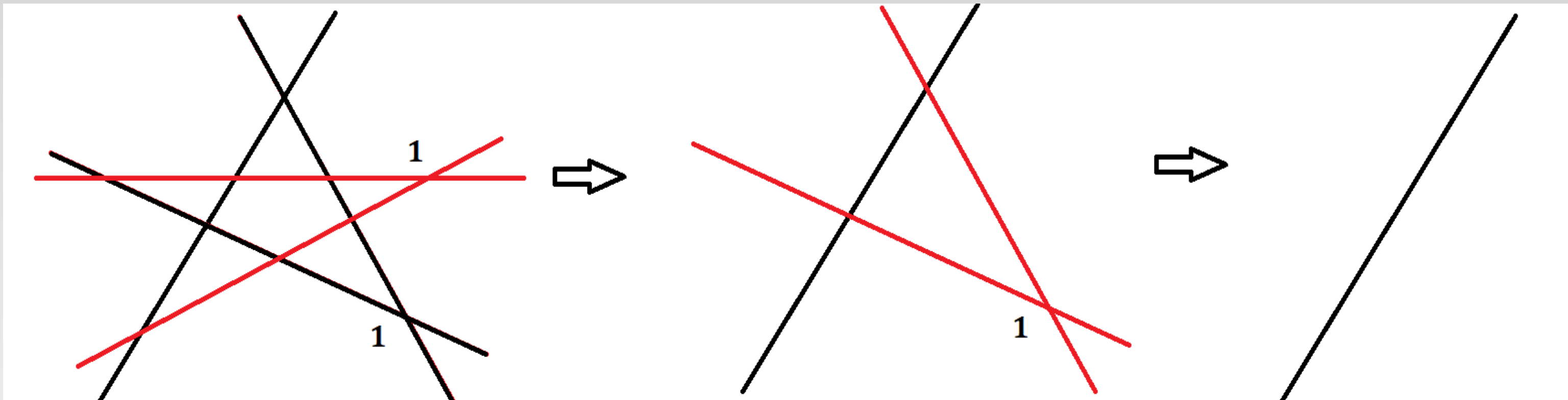


圖 2.2.