

§3-4 統計與抽樣

(甲)統計的意義

(1)敘述統計的簡介

(a)統計的意義：

是在面對不確定的狀況下，能夠幫助我們做出明智決策的一種科學方法。

(b)統計方法：

蒐集、整理、分析統計資料與解釋並推論統計分析結果的科學方法。

(c)統計所研究是關於全體不確定現象的通則，而非個別事件發生的結果。

(d)統計應用的領域隨著時代的進步而日益擴大，但是統計方法的應用仍有其限制，應特別注意下列兩點：

(1°)統計是一門科學而不是預言或魔術師，它必須從「足夠多」的統計資料中才能找研究對象全體的通則。

(2°)統計資料必須客觀而周延，否則統計結果必有偏差，導致錯誤的統計推論。

(2)敘述統計內容

(a)抽樣：簡單隨機抽樣、系統抽樣、分層隨機抽樣、部落抽樣。

(b)資料處理與製作圖表：

定組距畫記整理資料、(以上、以下累積)次數分配表、直方圖、莖葉圖。

(c)統計量的定義與計算：

(1°)衡量資料集中趨勢的統計量：

算術平均數、中位數、加權平均數、眾數、幾何平均數。

(2°)衡量資料分散趨勢的統計量：全距、四分位差、標準差。

(3°)比較兩筆資料的分散程度：變異係數。

(4°)衡量兩筆資料的直線相關程度：相關係數。

(5°)測度某類事項在某段時間內的變化量：指數。

(乙)抽樣調查的方法

(1)抽樣調查的簡介：

(a)調查方法依照調查的對象是否為研究對象的整體，分為**普查**與**抽查**。

普查是指調查對象為研究對象的全體。

抽查是指調查的對象僅為研究對象的一部份。

(b)樣本:全體研究對象中被抽出的部份，稱為**樣本**。

抽樣:抽出樣本的全部過程。抽樣調查的對象，稱之為**調查基本單位**。

抽樣調查對象的全體，稱之為**母群體**。

(c)抽樣方法因母群體性質的不同，常用的方法有：

簡單隨機抽樣、系統抽樣、分層隨機抽樣、部落抽樣。

(2)簡單隨機抽樣：

抽樣時不摻入人為因素，且每一個樣本被取機率相等，這種方法稱為簡單隨機抽樣，通常依下列二種方法進行：

(a)利用替代母群體(例如：抽籤)(b)利用隨機號碼表

(3)系統抽樣：

(a)在母群體依序分為若干組，在第一組抽取第一個樣本依序在其他組抽取所需樣本，這樣的方法稱為系統抽樣。

(b)使用對象：系統抽樣較適合在隨機性母群體(母群體之個體隨機排列)及有序性之母群體(母群體個體按某一準則而大小排列者)

(c)限制：禁止週期性的母群體。

(d)方法：設母群體總數為 N ，樣本個數為 n ，抽樣的長度為 $k = \frac{N}{n}$

母群體總數 N 不是抽樣個體之 n 倍時，就應依下列三種方法執行。

(a) 允許樣本數是 n 或 $n + 1$ ，若 $N = nk + c$ ， $0 \leq c < k$ 且 $c \geq r$ ，其中 r 為所抽中之隨機數，則所得的樣本有 $n + 1$ 個，即 r ， $r + k$ ， $r + 2k$ ， \dots ， $r + (n - 1)k$ ， $r + nk$ 所對應的個體。

若 $r > c$ ，則 $r + nk > c + nk = N$ ，而 $r + nk$ 不對應任何一個體，則此時所得的 n 個樣本，即為 r ， $r + k$ ， $r + 2k$ ， \dots ， $r + (n - 1)k$

(b) 利用隨機號碼表將多出的 c 個個體捨去。

(c) 將名單考慮為圓形狀，即編號第一的個體接到編號第 N 的個體之後，而為第 $(N + 1)$ 個個體，如此類推而有無窮多個編號，從隨機號碼表中任取一介於 1 與 N 之間的隨機數 r ，則 r ， $r + k$ ， $r + 2k$ ， \dots ， $r + (n - 1)k$ 所對應的個體即為所求的 n 個樣本。

(4)分層隨機抽樣：

(a)母群體可依某一衡量標準分成數個不重疊的子母群體，稱為層，將母群體分層，然後從每一層中選出簡單隨機樣本，再將這些樣本混合為單一樣本，來估計母群體的過程，稱為分層隨機抽樣。

(b)分層抽樣的原則是企圖使各層間的性質差異變大，而層內個體間的性質的差異變小。

(5)部落抽樣：

(a)將調查對象(母群體)按某種標準分成若干組，每組稱為一個部落，然後從這些部落中，隨機抽取若干部落，再將這些部落做全面性的調查，這種方法稱為部落抽樣。

(b)部落抽樣的原則與分層抽樣剛好相反，部落間的差異要變小，每個部落即成為母群體的縮影，而能充分顯示出母群體的特性。



[例題1] 某校有 850 個學生，利用下面的隨機號碼表，抽出 10 個一組的隨機樣本，你怎麼進行抽樣？

隨機號碼表

1306	1189	5731	3968	5606	5084	8947	3897	1636	7810
0422	2431	0649	8085	5053	4722	6598	5044	9040	5121
6597	2022	6168	5060	8656	6733	6364	7649	1871	4328
7965	6541	5645	6243	7658	6903	9911	5740	7824	8520
7695	6937	0406	8894	0441	8135	9797	7285	5905	9539
5160	7851	8464	6789	3938	4197	6511	0407	9239	2232
2961	0551	0539	8288	7478	7565	5581	5771	5442	8761
1428	4183	4312	5445	4854	9157	9158	5218	1464	3634
3666	5642	4539	1561	7849	7520	2547	0756	1206	2033
6543	6799	7454	9052	6689	1946	2574	9386	0304	7945
9975	6080	7423	3175	9377	6951	6519	8287	8994	5532

[解法]：

將 850 個學生由 1，2，3，…到 850 編號，然後在隨機號碼表中，從第一行開始，第 6，7，8 列中，由上而下，取出 4 位數字，由左而右，寫成一個三位數，如果，寫成的三位數是 001 到 850 的編號時，則在已編號的學生中找出來，如此繼續到找出 10 個同學為止。如下：521，194，662，018，704，558，113，804，453，631(號碼大於 850 的就捨去不取)

[例題2] 試以上例的隨機號碼表模擬投擲 3 個均勻銅板的隨機試驗。

[例題3] 某班有 52 位學生，將每一位學生編一號碼，由 1 至 52 止，按系統抽樣法抽測 5 位學生，隨機抽一號碼若為 29 號，則被抽中的 5 位學生號碼為何？

Ans：29，39，49，7，17(圓形法)

[例題4] 某班 1 號到 50 號之身高如下：

158,162,173,158,165,166,183,163,165,168,181,175,173,158,179,183,152,163,168,
161,171,166,172,158,162,165,168,173,172,171,165,178,162,164,167,168,167,
168,171,173,169,166,175,167,170,170,170,176,171,172,

今依身高分層，分成 160 公分以下，160 公分到 169 公分，170 公分以上分成三層，第一層抽出 3 人，第二層抽出 6 人，第三層抽出 6 人，分別求出各層

平均身高 y_1 、 y_2 、 y_3 ，求用 $\bar{Y} = \frac{N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3}{N}$ 估計平均身高。

【解】：第一層：158，158，158，152，158 共 5 人

第二層：162，165，166，163，165，168，163，168，161，
166，162，165，168，165，162，164，167，168，
167，168，169，166，167

第三層：173，183，181，175，173，179，183，171，172，
173，172，171，178，171，173，175，170，170，
170，176，171，172

$$\bar{Y}_1 = \frac{158 + 158 + 152}{3} = 156$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{163 + 168 + 165 + 164 + 168 + 161}{6} = 164.8$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{179 + 172 + 173 + 170 + 183 + 175}{6} = 175.3$$

$$\text{平均 } \bar{Y} = \frac{5 \times 156 + 164.8 \times 23 + 175.3 \times 22}{5 + 23 + 22} = 168.54$$

[例題5] 和平大學有 4 個學院，各學院的男女生人數統計如下表：

	文	理	工	管理	小計
男	600	1000	2400	2000	6000
女	400	1000	600	2000	4000
小計	1000	2000	3000	4000	10000

為瞭解和平大學學生對英美聯軍攻打伊拉克的看法，準備抽樣 100 位學生進行問卷調查。全體 1 萬名學生先編號，從 1 號到 10000 號。其中管理學院的阿雄與阿珠是男女朋友，阿雄編號為 501，阿珠編號為 605。已知阿珠被抽到，在下列各種抽樣方法中，阿雄也被抽到的機率何者最大？

_____ (1)以簡單隨機抽樣法 (2)以編號作系統抽樣法 (3)將男生、女生各看成一群，再依男女生所佔人數比例在兩群中分別作隨機抽樣 (4)將各學院各看成一群，再依各學院所佔人數比例在四群中分別作隨機抽樣 (5)每學院都隨機抽樣同樣人數

[※ 系統抽樣法基本上是只做第一次隨機抽樣後，就採取一固定間隔數抽出一樣本。例如：1 到 100 號隨機抽一個號碼 m ，後面所抽出的樣本就是 $100 + m$ ， $200 + m$ ，……， $9900 + m$] (2003 指定乙)

[答案]：(3)

[解法]：

$$(1) \frac{99}{9999} < \frac{1}{100}。$$

(2)系統抽樣阿雄的編號為 501，阿珠的編號為 605，已知阿珠被抽到，因此

阿雄不會被抽到，所以阿雄被抽到的機率為 0。

(3)因為男：女=3：2，所以男生應抽人數= $100 \times \frac{3}{2+3} = 60$ 人，

故所求的機率= $\frac{60}{6000} = \frac{1}{100}$ 。

(4)依比例，管理學院應抽出 40 人，所求機率= $\frac{39}{3999} < \frac{1}{100}$ 。

(5)依比例，管理學院應抽出 25 人，所求機率= $\frac{24}{3999} < \frac{1}{100}$ 。

[例題6] 設有一母群體分為三層，第一層個數為 25000，第二層個數為 20000，第三層個數為 5000，今欲以分層隨機抽樣抽取 300 個樣本，則依最佳比例部署原則，下列何者為真？

(A)第一層抽樣數為 150 (B)第一層抽樣數為 120 (C) 第二層抽樣數為 120

(D)第二層抽樣數為 90 (E) 第三層抽樣數為 50。

Ans：(A)(C)

(練習1) 抽樣調查常用的方法有：

①簡單隨機抽樣；②系統抽樣；③分層隨機抽樣；④部落抽樣等四種。

請於下列問題，填入適當的抽樣方法：

①抽查燈泡的耐用時間。答：【 ① 】。

②抽查市民的收支情形。答：【 ④ 】。

③基於經濟原則，調查小學生患寄生蟲的狀況。答：【 ③ 】。

④基於經濟原則，調查瓦斯的每月平均用量。答：【 ③ 】。

⑤調查某連鎖商店每日的平均售貨量。答：【 ③ 】。

⑥調查工廠某生產線的品質管制是否良好。答：【 ② 】。

(練習2) 某班 20 位同學某次考試成績如下

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
55	60	90	55	72	65	83	58	85	68
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
100	94	75	56	70	64	82	50	86	80

附表一 隨機號碼表

1758	1489	2774	6033	9813	1052	1816	7484	1699	7350
6430	8803	0478	4157	5626	1603	1339	4666	1207	2135
4893	8857	1717	1533	6572	8408	2173	4754	0272	1305
1516	2733	7326	8674	9233	1799	5281	0797	0885	0947
4950	3171	5756	3036	9047	8719	8498	1312	7124	4787

今用系統抽樣取 5 位同學，求算術平均分數。將 20 位同學座號視為圓形狀，從隨機號碼表第 2 列第 2 行取前二位數，所取到的數 r 作為第 1

位選出同學的座號，則平均分數為何？ Ans：70.2 分

(練習3) 本班 30 位學生數學成績如下：

號 碼	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
數學成績	50	60	60	80	40	30	60	70	70	55	20	35	90	80	70
號 碼	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
數學成績	60	40	40	30	100	100	50	40	30	20	80	90	90	80	60

依號碼 1~10，11~20，21~30 分成三組，以 21~30 分的平均成績代表本班的數學成績，則：

①平均分數為【 64 】；②此抽樣方法為【 部落抽樣 】。

(練習4) 以下抽樣方法，何者較為適當？

(A)簡單隨機抽樣用於大量樣本。(B)系統抽樣用於周期性母群體。

(C)分層抽樣使分層內個體間的差異愈小愈好。(D)部落抽樣使各部落間的差異愈小愈好。

Ans：(D)

(練習5) 體操委員會由 10 女性委員與 5 位男性委員組成。委員會要由 6 位委員組團出國考察，如以性別做分層，並在各層比例隨機抽樣，試問此考察團共有多少種組團方式？ Ans：2100 (89 學科)

隨機號碼表

1306	1189	5731	3968	5606	5084	8947	3897	1636	7810
0422	2431	0649	8085	5053	4722	6598	5044	9040	5121
6597	2022	6168	5060	8656	6733	6364	7649	1871	4328
7965	6541	5645	6243	7658	6903	9911	5740	7824	8520
7695	6937	0406	8894	0441	8135	9797	7285	5905	9539
5160	7851	8464	6789	3938	4197	6511	0407	9239	2232
2961	0551	0539	8288	7478	7565	5581	5771	5442	8761
1428	4183	4312	5445	4854	9157	9158	5218	1464	3634
3666	5642	4539	1561	7849	7520	2547	0756	1206	2033
6543	6799	7454	9052	6689	1946	2574	9386	0304	7945
9975	6080	7423	3175	9377	6951	6519	8287	8994	5532
4866	0956	7545	7723	8085	4948	2228	9583	4415	7065
8239	7068	6694	5168	3117	1586	0237	6160	9585	1133
8722	9191	3386	3443	0434	4586	4150	1224	6204	0937
1330	9120	8785	8382	2929	7089	3109	6742	2468	7025
2296	2952	4764	9070	6356	9192	4012	0618	2219	1109
3582	7052	3132	4519	9250	2486	0830	8472	2160	7046
5872	9207	7222	6494	8973	3545	6967	8490	5264	9821
1134	6324	6201	3792	5651	0538	4676	2064	0584	7996
1403	4497	7390	8503	8239	4236	8022	2914	4368	4529
3393	7025	3381	3553	2128	1021	8353	6413	5161	8583
1137	7896	3602	0060	7850	7626	0854	6565	4260	6220
7437	5198	8772	6927	8527	6851	2709	5992	7383	1071
8414	8820	3917	7238	9821	6073	6658	1280	9643	7761
8398	5224	2749	7311	5740	9771	7826	9533	8800	4553