林信安老師編寫

學測最後衝刺教材

重點叮嚀

(1)代數方面：

(a)數論
會做因數分解、會利用輾轉相除法求最大公因數、最小公倍數。

(b)多項式：
能利用長除法或綜合除法做除法的運算，能利用餘式定理、因式定理，能用一次因式檢驗定理做因式分解，會利用輾轉相除法求最高公因式、最低公倍式。

(c)複數：
會將一般式化成極式，了解極式的幾何意義，會利用極式做複數的乘除，並了解其幾何意義，運用棣美弗定理做複數的乘冪，會寫出 $z^n=a$ 的解，並了解其根的幾何意義。

(d)指數與對數：
熟悉指數與對數的運算性質，會查對數表，並利用對數表估計數的位數或近似值。

(e)三角函數(代數部分)：
熟悉三角函數的基本定義，會將廣義角度的三角函數化成銳角三角函數，熟悉三
角函數的各項公式(和角、倍角、和積互化)，會利用三角函數的疊合方法找極值與三角方程式的解。

(f)方程式(組)與不等式：
方法部份：
檢驗自己是否會解一元二次方程式、三次或四次整係數的方程式(利用牛頓定理)，會解一元二次不等式、一元高次不等式、指數與對數不等式、三角不等式(以課本題目為主)，能利用勘根定理找近似根的範圍。
理論部分：
實係數 n 次方程式虛根成對，根與係數的關係與應用(難度較高)，實係數一元二次方程式判別式與根之間的關係，一次因式檢驗定理，勘根定理。

(2)幾何方面：

基本工具部分：

(a)三角函數(幾何部分)：

熟悉餘弦公式、正弦公式(這兩個公式幾乎每次考試都會考，**(重要性)∞**)，三角形的面積公式，三角測量。

(b)向量：

了解向量的意義，會做向量的運算(包含未坐標化、坐標化)，能利用向量內積去求夾角、長度、面積、正射影。

(c)幾何量的計算：

非坐標化主要是使用正弦、餘弦公式，而坐標化主要是使用向量

角度的計算：

非坐標化：以餘弦、正弦定理為優先考慮。

坐標化：向量內積的應用($\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=\begin{cases} a_1b_1+a_2b_2 \\ a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3 \end{cases}$)

長度的計算：

非坐標化：以餘弦、正弦定理為優先考慮。

坐標化：向量內積的應用($\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$)

三角形的面積：

非坐標化：$\Delta ABC=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=rs=\frac{abc}{4R}$

坐標化：$\Delta ABC=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$

(d)幾何圖形的性質：

坐標平面

直線的斜率的意義，點斜式的使用，圓錐曲線的基本定義與性質與直線的關係。

點與直線的距離公式：$d(P,L)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$。

坐標空間

空間中平面法向量的意義、點向式的使用，空間中直線的方向向量與直線的表示。

點與平面的距離公式：$d(P,E)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$。

空間中平面與平面、平面與直線、直線與直線的關係。

空間中球面方程式的使用，球面與平面、直線的關係。

方法與策略部分：

(a)解決圖形$\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$相交情形，基本的想法是方程式$\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$聯立求解，而實數解的個數代表 $y=f(x)$與 $y=g(x)$兩圖形交點數。

(b)幾何量的計算非坐標化主要是使用正弦、餘弦公式，而坐標化主要是使用向量。

(c)容易坐標化的空間的圖形(正立方體、長方體)可考慮用向量解決夾角、長度的問題；
　不容易坐標化的圖形(四面體、八面體)，可考慮用正餘弦公式解決夾角、長度的問題。

(3)函數方面：

(a)熟悉各種函數圖形的基本性質，函數圖形經過平移、伸縮、線性變換的變化。

(b)函數 $y=f(x)$的圖形與 x 軸交點個數，代表方程式 $f(x)=0$ 的實根個數(重根不重複計算)。

(c)會利用配方法求二次函數的極值，疊合方法求三角函數的極值。

(4)生活應用方面：

(a)數列尋找規則，無窮等比級數的求和。

(b)排列組合、機率統計、期望值的計算。

(c)圖表的閱讀與應用、利用對數估計數的近似值(利率、PH 值、地震、噪音..)

要點整理

(甲)數與代數：

(1)數論部分：

輾轉相除法原理：

設 a,b 為整數，$b\neq 0$，若 b 除 a 所得的商數為 q，餘數為 r，則$(a,b)=(b,r)$。

被除數與除數的最大公因數=除數與餘數的最大公因數。

(2)多項式的性質：

(a)除法原理：

　設 $f(x)$、$g(x)$為兩個多項式，則可找到兩個多項式 $Q(x)$、$r(x)$
　使得 $f(x)=g(x)\cdot Q(x)+r(x)$，其中 $\deg r(x)<\deg g(x)$或 $r(x)=0$。

(b)餘式定理：多項式 $f(x)$除以 $ax+b$ 的餘式等於 $f(\frac{-b}{a})$。

(1)$f(a)$的雙重意義：①多項函數 $f(x)$在 $x=a$ 的函數值。②多項式 $f(x)$除以 $x-a$ 的餘式。
(2)求餘式的問題：
利用 $f(x)=g(x)\cdot Q(x)+r(x)$為恆等式的概念⇒代入適當的數，去求出 $r(x)$中的未知係數。

(c)因式定理：因式定理：$x-\alpha \mid f(x) \Leftrightarrow f(\alpha)=0$

(b)一次因式檢驗定理：
設 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$ 是一個**整係數**的 n 次多項式，
若整係數一次式 $ax-b$ 是 $f(x)$的因式，且 ***a,b* 互質**，則 $a|a_n$，$b|a_0$。

(3)如何求 *n* 次方程式的解：

(a)基本定理(有沒有解？有多少解？)：
①代數基本定理：每一個 n 次方程式，只要 $n\geq1$，就至少有一個複數根。
②n 次方程式恰有 n 個根。
③一般的五次或五次以上的方程式，求解公式不存在。
(b) 有理根判別定理(如何找出整係數方程式的有理根)：
設 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$ 是一個整係數的 n 次多項式，
若$\dfrac{b}{a}$是方程式 $f(x)=0$ 的有理根，且 a,b 互質，則 $a|a_n$，$b|a_0$。
注意：利用(b)再加上綜合除法是高中範圍三次以上整係數方程式求根的重要方法。
(c)勘根定理(如何求解的近似值)：
設 $f(x)$為一連續函數，若 $f(a)f(b)<0$，則在 a,b 之間至少有一個 $f(x)=0$ 的實根。

若 $f(a)f(b)>0$，則在 a,b 之間可能有，亦可能沒有 $f(x)=0$ 的實根。

(4)*n* 次方程式解的性質：

(a)若 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$ 為實係數 n 次多項式，z 為一複數，則 $\overline{f(z)}=f(\bar{z})$。
(b)設 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0=0$ 為一**實係數** n 次方程式，
若複數 z 為 $f(x)=0$ 的一根，則共軛複數 $\bar{z}$ 亦為 $f(x)=0$ 的一根。
(c)奇次實係數方程式必有實根。

(5)複數的代數性質：

(a)複數極式的計算：
(1°)若設 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$，則 $z_1\cdot z_2=r_1\cdot r_2(\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2))$
[絕對值相乘，輻角相加]

(2°)若設 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$，$z_2\neq0$ 則 $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{r_1}{r_2}((\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2))$

[絕對值相除，輻角相減]

(3°)$|zw|=|z||w|$，$|\dfrac{z}{w}|=\dfrac{|z|}{|w|}$，$|z^n|=|z|^n$

(4°)棣美弗定理：n 為整數，若設 $z=|z|(\cos\theta+i\sin\theta)$，則 $z^n=|z|^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$。

(b)複數 z 的 n 次方根：

解方程式 $z^n=1$(求 1 的 n 次方根)，則 n 個根 $z_k=\cos\dfrac{2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$，$k=0,1,2,\ldots,n-1$。

$z^n=a=|a|(\cos\varphi+i\sin\varphi)$之解($a$ 的 n 次方根)為 $z_k=\sqrt[n]{|a|}\,(\cos\dfrac{\varphi+2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{\varphi+2k\pi}{n})$，$k=0,1,2,\ldots,n-1$。

(c)$\omega=\cos\dfrac{2\pi}{n}+i\sin\dfrac{2\pi}{n}$ 的用法：

(1°)方程式 $z^n=1$ 的根為 $1,\omega$，ω^2，...，ω^{n-1}，其中$\omega=\cos\dfrac{2\pi}{n}+i\sin\dfrac{2\pi}{n}$。

(2°)方程式 $z^{n-1}+z^{n-2}+\ldots+z^2+z+1=0$ 的根為 $z_k=\cos\dfrac{2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$，$k=1,2,\ldots,n-1$

或寫成ω，ω^2，...，ω^{n-1}，其中$\omega=\cos\dfrac{2\pi}{n}+i\sin\dfrac{2\pi}{n}$。

(3°) $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\ldots+\omega^{n-1}=0$。

(4°) $z^{n-1}+z^{n-2}+\ldots+z^2+z+1=(z-\omega)(z-\omega^2)(z-\omega^3)\ldots(z-\omega^{n-1})$。

(6)數列級數與無窮級數的求和：

(a) Σ的公式與性質：

(1°)常用的公式：

$$\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}，\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}，\sum_{k=1}^{n}k^3=(1+2+\ldots+n)^2=(\frac{n(n+1)}{2})^2$$

(2°)Σ的性質：

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k\pm b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k\pm\sum_{k=1}^{n}b_k \;，\sum_{k=1}^{n}c\cdot a_k=c\cdot\sum_{k=1}^{n}a_k \;，\sum_{k=1}^{n}d=n\cdot d$$

(3°)$a_n=S_n-S_{n-1}$，$n\geq2$

(b)無窮級數$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 的求和：

設 $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$ ，形成一個無窮數列$\{S_n\}$

①S_n 的斂散性與 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 的斂散性同。②若 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ 收斂，則 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 。

(c)等比數列與級數的斂散性：

等比數列$\{ar^n\}$($a\neq0$)的斂散性：

①當$-1<r<1$ 時，$\lim\limits_{n\to\infty} ar^n=0$　②當 $r=1$ 時，$\lim\limits_{n\to\infty} ar^n=a$　③當 $r\leq-1$ 或 $r>1$ 時，$\{ar^n\}$發散。

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = \begin{cases} \dfrac{a}{1-r}, & -1<r<1 \\ \text{發散}, & \text{其他} \end{cases}$$ 。

(7)不等式：

(a)算幾不等式：

若設 $a_1,a_2,\ldots,a_n$ 都是正數，則 $\dfrac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1a_2\ldots a_n}$ 。等號成立 $\Leftrightarrow$ $a_1=a_2=\ldots=a_n$。

(b)柯西不等式：

若設 $a_1,a_2,\ldots,a_n,b_1,b_2,\ldots,b_n$ 為任意實數，

則$(a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2)(b_1^2+b_2^2+\ldots+b_n^2)\geq(a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n)^2$。

等號成立 $\Leftrightarrow (a_1,a_2,\ldots,a_n)=k(b_1,b_2,\ldots,b_n)$。

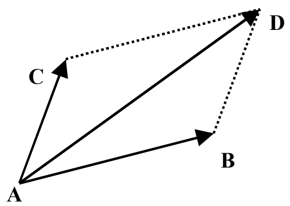
(乙)幾何：

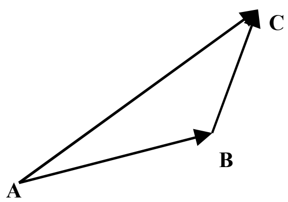
(1)向量：

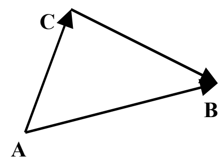
(a) 向量的運算：

(1°)向量加法與減法：

① $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$　② $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$　③ $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$







(2°)向量的內積：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

(b)向量的相關運算性質：

(1°)向量 $\vec{a}$ 平行 $\vec{b}$ $\Leftrightarrow$ 可找到實數 t，使得 $\vec{a}=t\vec{b}$ 。

(2°)向量的垂直：$\boldsymbol{\vec{a}\perp\vec{b}} \Leftrightarrow \boldsymbol{\vec{a}\cdot\vec{b}=0}$。

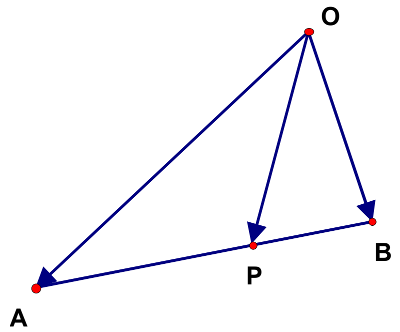
(3°)向量的長度：$|\vec{a}|^2=\vec{a}\cdot\vec{a}$ 。

(4°)$|\vec{a}\pm\vec{b}|^2=(\vec{a}\pm\vec{b})\cdot(\vec{a}\pm\vec{b})=|\vec{a}|^2\pm2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

(c)分點公式：

若點 P 在線段$\overline{AB}$上，且$\overline{AP}$：$\overline{PB}$=m：n，

則對任一點 O(不一定原點)恆有$\overrightarrow{OP}=\dfrac{n}{m+n}\overrightarrow{OA}+\dfrac{m}{m+n}\overrightarrow{OB}$。



(d)向量坐標化與向量的運算：

(1°)平面上：設$\vec{a}=(a_1,a_2)$，$\vec{b}=(b_1,b_2)$，則

① $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1，a_2+b_2)$ ② $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1，a_2-b_2)$ ③$r\vec{a}=(ra_1,ra_2)$，$r\in R$

④ $\vec{a}\,//\,\vec{b}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a}$與$\vec{b}$的分量成比例。⑤ $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$。

(2°)空間中：設$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$，$\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$，則

① $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1，a_2+b_2，a_3+b_3)$ ② $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1，a_2-b_2，a_3-b_3)$

③$r\cdot\vec{a}=(ra_1,ra_2,ra_3)$，$r\in R$ ④ $\vec{a}\,//\,\vec{b}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a}$與$\vec{b}$的分量成比例。

⑤ $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

(e)向量內積的應用：

(1°)求夾角：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\Rightarrow\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$。

坐標平面上：設$\vec{a}=(a_1,a_2)$，$\vec{b}=(b_1,b_2)\Rightarrow\cos\theta=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$。

空間坐標中：設$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$，$\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)\Rightarrow\cos\theta=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$。

(2°)求面積：ΔABC 面積為$\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$。

(a)坐標平面上：設$\overrightarrow{AB}=(m.n)$，$\overrightarrow{AC}=(p,q)\Rightarrow\Delta ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} m & n \\ p & q \end{vmatrix}\right|$。

(b)空間坐標中：設$\overrightarrow{AB}=(m,n,l)$，$\overrightarrow{AC}=(p,q,r)\Rightarrow\Delta ABC=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$。

(3°)求正射影：$\vec{a}$對$\vec{b}$的正射影為$\left(\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$

(4°)點 A(x_0,y_0)到直線 L：$px+qy+r=0$，$d(A,L)=\dfrac{|px_0+qy_0+r|}{\sqrt{p^2+q^2}}$ 。

(2)正餘弦定理：

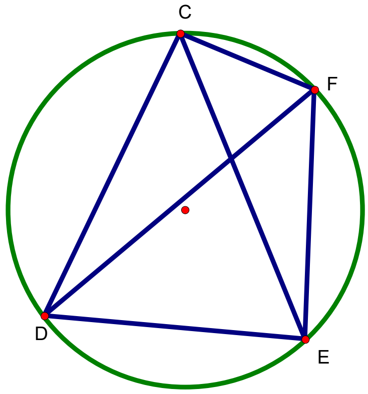
(a)正弦公式：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，R 為ΔABC 外接圓的半徑。三邊比=對角正弦比

(b)餘弦公式：在ΔABC 中，若 a,b,c 為∠A，∠B，∠C 之對邊長，則 $\begin{cases} a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \\ b^2=a^2+c^2-2ac\cos B \\ c^2=b^2+a^2-2ab\cos C \end{cases}$

(c)正餘弦定理的用法：

(1°)邊化角：a=2RsinA，b=2RsinB，c=2RsinC。角化邊：sinA=$\frac{a}{2R}$，sinB=$\frac{b}{2R}$，sinC=$\frac{c}{2R}$。

(2°)cosA= $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ ，cosB= $\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ ，cosC= $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$



(3°)圓內接四邊形 CDEF 中因為ΔCDE、ΔDFE、ΔCEF、ΔCDF
這四個三角形有相同的外接圓，因此邊與對角正弦值的比都相等。

(4°)考慮兩個三角形，其中這兩個三角形的內角互補或相等，
在這兩個三角形中使用餘弦定理，去求出要求的邊長。

(d)三角形面積：

三角形 ABC 的面積= $\frac12$ 底×高 = $\frac12$ bcsinA($\frac12$ 兩邊乘積×夾角的正弦值)

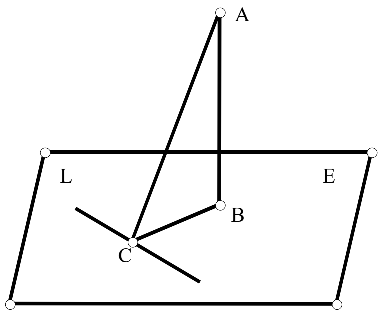
$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ s=周長之半

$=\frac{abc}{4R}$ (R 為三角形 ABC 外接圓的半徑)

$=r\cdot s$ (r 為三角形 ABC 內切圓的半徑)

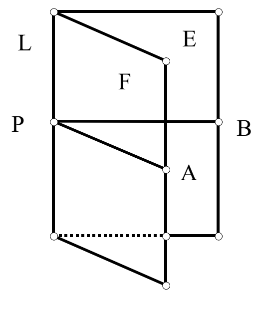
$=\frac12\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$

(3)空間幾何：



(a)三垂線定理：一平面 E 及其上一條直線 L，又平面外一點 A，
若直線 AB 垂直於平面 E 點 B，且BC與直線 L 垂直於點 C，
則直線 AC 也與直線 L 垂直於點 C。

(b)二面角的意義；
若兩個平面 E、F 的交線 L 上取一點 P，分別在 E、F 上
作兩射線 PA、PB，其中射線 PA、PB 分別與 L 垂直，
則∠APB 稱為 E、F 兩平面的二面角。



(c)平面方程式：
求空間中平面方程式的要點：
掌握法向量 $\vec{n}$ ，平面上的一點 P，即可用點法式去表示平面方程式。

(1°)點法式：
已知平面 E 的 $\vec{n}$ =(a,b,c)，過 P(x_0,y_0,z_0) ⇒ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

(2°)一般式：$ax+by+cz+d=0$，$\Rightarrow$ 法向量$\vec{n}=(a,b,c)$。

(d)空間中的直線：

求空間中直線的要點：要表示空間中直線，只要掌握方向向量、直線上的一點即可。

求直線表示法的原則：掌握方向向量與直線上的一點，如果牽扯到直線的計算，通常參數式會派上用場，而如果只是表示直線的型式，則三種表示皆可。

(1°)參數(方程)式：

已知直線 L 的方向向量$\vec{l}=(a,b,c)$，過 $P(x_0,y_0,z_0)$的參數式為$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt, t\in R \\ z=z_0+ct \end{cases}$。

(2°)對稱比例式：

已知直線 L 的方向向量$\vec{l}=(a,b,c)$其中 $abc\neq 0$，過 $P(x_0,y_0,z_0)$

的對稱比例式為$\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$。

已知直線 L 的方向向量$\vec{l}=(a,b,0)$其中 $ab\neq 0$，過 $P(x_0,y_0,z_0)$

的對稱比例式為$\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$，$z=z_0$。

(3°)二面式：$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ mx+ny+lz+k=0 \end{cases}$，表示直線為兩平面的交線。

(e)兩平面的關係：

設二平面 $E_1:a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$，$E_2:a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$

法向量分別為$\vec{n_1}=(a_1,b_1,c_1)$、$\vec{n_2}=(a_2,b_2,c_2)$

(1°)兩平面的關係：

(a)重合、平行$\Rightarrow \vec{n_1}\,//\,\vec{n_2}$

(b)相交於一直線$\Rightarrow \vec{n_1}$不與$\vec{n_2}$平行。

(c) $E_1\perp E_2 \Leftrightarrow \vec{n_1}\perp\vec{n_2}$

(2°)若設兩平面的法向量$\vec{n_1}$、$\vec{n_2}$的夾角為α，則平面 E_1與 E_2的交角為α，$\pi-\alpha$。

(f)直線 L 與平面 E 的關係：

直線 L：$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt, t\in R \\ z=z_0+ct \end{cases}$，平面 E：$px+qy+r=0$，將 L 的參數式代入平面 E 的方程式

(1°)代數觀點：

參數 t 有唯一解，則直線 L 與平面 E 只有一個交點，若是 t 無解，則可知 L 與 E 無交點；要是 t 有無限多個解，則 L 在平面 E 上。

(2°)幾何觀點

判別平面 E 與直線 L 的相交情形，亦可用法向量 $\vec{n}$ 與方向向量 $\vec{l}$ 來判別。

(a) $\vec{n}\perp\vec{l}$ ⇒直線 L 與平面 E 平行或重合。

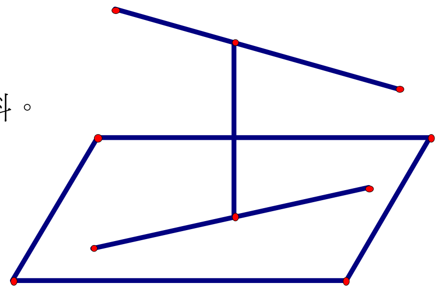
(b) $\vec{n}$ 與 $\vec{l}$ 不垂直⇒直線 L 與平面 E 交於一點。

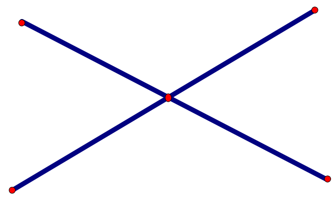
(g)兩直線的關係：

兩直線的關係：

(1°)方向向量平行：重合、平行

(2°)方向向量不平行：相交於一點、歪斜。



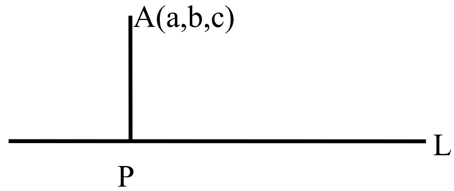


(h)距離問題：

(1°)點 P(x_0,y_0,z_0)到平面 $ax+by+cz+d=0$ 的距離為 $\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$。

(2°)若兩平行平面 E_1：$ax+by+cz+d_1=0$，E_2：$ax+by+cz+d_2=0$，

則兩平面 E_1、E_2 的距離 $d(E_1,E_2)=\dfrac{|d_1-d_2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$。



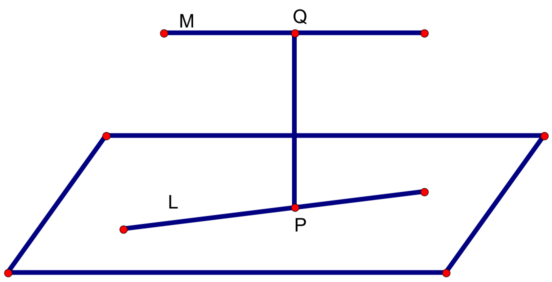
(3°)點到直線的距離：

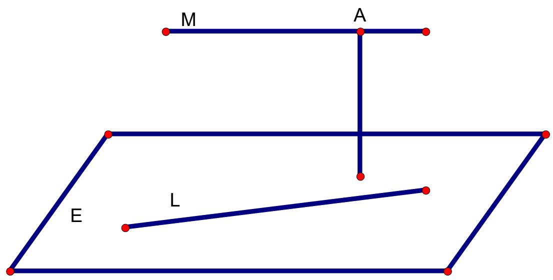
取 L 的參數式，利用 $\overrightarrow{AP}\perp$L 的方向向量求 P，而$|\overrightarrow{AP}|$即為點 P 到 L 的距離。

(4°)二歪斜線的距離：

(法一)：求 L，M 之公垂線 N 與 L,M 的交點 P,Q 則 L,M 的距離為$\overline{PQ}$。

(法二)：先求一平面 E 包含直線 L，且平行 L，在取 M 上一點 A，求 A 點到 E 的距離，即為 L,M 的距離





(4)直線、圓與球面：

(a) 平面上直線方程式(兩個條件決定一條直線的方程式)

點斜式：$y-y_0=m(x-x_0)$

斜截式：$y=mx+b$

法向量：$ax+by=c$　斜率為$-\frac{a}{b}$　$b\neq 0$　，法向量 $\vec{n}=(a,b)$

參數式：直線 L 的方向向量 $\vec{l}=(a,b)$，L 過 P(x_0,y_0)，則 L 的參數式：$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$，$t\in$ R。

(b)斜率的應用：

(1°)平行與垂直：設直線 L_1、L_2 的斜率為 m_1、m_2

若 $L_1//L_2$，則 $m_1=m_2$。

若 $L_1\perp L_2$，則 $m_1\cdot m_2=-1$。

(2°)兩直線的交角：

直線 L_1：$a_1x+b_1y+c_1=0$，L_2：$a_2x+b_2y+c_2=0$，設θ為 L_1 與 L_2 的一個夾角

$\Rightarrow\cos\theta$為$\vec{n_1}$與$\vec{n_2}$的夾角，

(c)圓與球面方程式;

標準式：

圓心(a,b)，半徑 r 的圓 $\Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

球心(a,b,c)，半徑 r 的球面$\Rightarrow (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

直徑式：

圓直徑的二端點(x_1,y_1)，$(x_2,y_2)\Leftrightarrow (x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

球面直徑的二端點(x_1,y_1,z_1)，$(x_2,y_2,z_2)\Leftrightarrow$　$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)+(z-z_1)(z-z_2)=0$

(d)求圓與球面方程式的方法：

求一個圓(球面)的方程式主要是要求得圓心(球心)與半徑。

(1°)下列所指出的關係或許會對於求圓的方程式有幫助：

①圓心到圓上的點之距離=圓心到切線的距離=圓心到切點之距離=半徑

②圓與兩軸相切：圓心(a,b)，$|a|=|b|$=半徑

③圓心到弦中點的連線垂直平分弦。

(2°)下列所指出的關係或許會對於求球面的方程式有幫助：

①球心到球面上點的距離=球心到切平面的距離

=球心到切點的距離=球心到切線的距離=半徑。

②球心在 x 軸$\Rightarrow$O$(t,0,0)$；在 y 軸$\Rightarrow$O$(0,t,0)$；在 z 軸$\Rightarrow$O$(0,0,t)$

③球心在 xy 平面$\Rightarrow$O$(a,b,0)$；在 yz 平面$\Rightarrow$O$(0,b,c)$；在 zx 平面$\Rightarrow$O$(a,0,c)$

(e)圓切線的求法：

(1°)過已知點，求切線。

設 T(x_1 ,y_1)為圓 C：$x^2+y^2+dx+ey+f=0$ 上給定的一點，則以 T 為切點的切線方程式

為 $x_1x+y_1y+d(\dfrac{x_1+x}{2})+e(\dfrac{y_1+y}{2})+f=0$。

(2°)已知切線斜率，求切線。

設切線斜率為 $y=mx+k$，利用圓心到切線的距離等於半徑，求 y 截距 k。

(3°)通過圓外一點，求切線。

設 P(x_1,y_1)在圓 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ 外，則過此點之切線方程式求法：

設所求切線方程式為 $y-y_1=m(x-x_1)$，利用圓心到切線的距離等於半徑，求斜率 m。

(注意：當 m 只有一個值時，還有另一切線為鉛直線 $x-x_1=0$)

方法：不管是那一種型態，求圓的切線均可利用「圓心到切線的距離等於半徑」

、「圓心與切點的連線必垂直於切線」這些觀念去解決。

(f) 球面與平面的關係：

設球面 S：$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$ 與平面 E：$ax+by+cz+d=0$ 的相交情形，

取決於球心 O(x_0,y_0,z_0)到平面 E 的距離 $d(O,E)=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$。

$d(O,E)>r \Leftrightarrow$ S 與 E 不相交。當 $d(O,E)=r \Leftrightarrow$ S 與 E 相切於一點。$d(O,E)<r \Leftrightarrow$ S 與 E 相交。

(g)截面圓的性質：

(1°)球面被平面切割的截痕是一個圓，這個圓稱為截面圓。

(2°)截面圓的圓心 A 與球心 O 之連線必垂直於截平面。

(3°)設球的半徑為 R，球心與截面的距離為 d($d=\overline{AO}$)，截面圓的半徑為 r，則 $r=\sqrt{R^2-d^2}$。

(4°)大圓與小圓：球面上以通過球心的平面所截出的圓最大，這種圓叫做大圓。

不通過球心的平面所截出的圓都叫做小圓。

(h)球面與直線的關係：

設球面 S：$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$，直線 L：$\dfrac{x-p}{a}=\dfrac{y-q}{b}=\dfrac{z-r}{c}$

(1°)幾何觀點：

利用 $d(O,L)$與半徑 r 作比較，可得：

相離$\Leftrightarrow d(O,L)>r$　　　相切$\Leftrightarrow d(O,L)=r$　　　相離$\Leftrightarrow d(O,L)<r$

(2°)代數觀點：

將直線 L 的參數式$\begin{cases} x=p+at \\ y=q+bt \\ z=r+ct \end{cases}$代入 S 的方程式，形成 t 的二次方程式。

根據 t 的判別式 D 來判斷直線與球面的關係。

相離$\Leftrightarrow$ D<0　　相切 $\Leftrightarrow$ D=0　　相交 $\Leftrightarrow$ D>0

(5)複數幾何：

(a)複數絕對值的幾何意義：

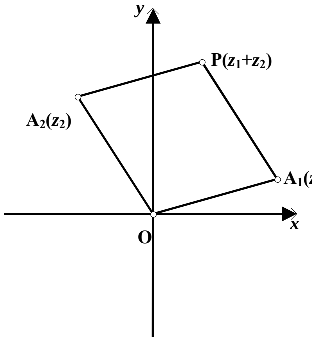
複數 $z=a+bi$ 的絕對值定義為複數 z 到原點 O 的距離$\Rightarrow |z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$

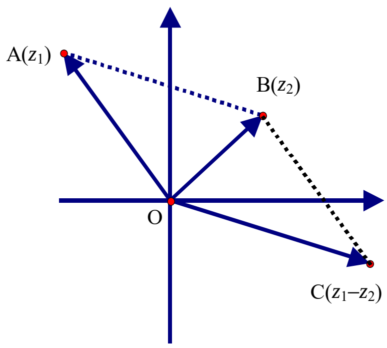
複數平面上有兩個點 $P(z_1)$、$Q(z_2)$，其中 $z_1=a+bi$、$z_2=c+di \Rightarrow \overline{PQ}=|z_1-z_2|$

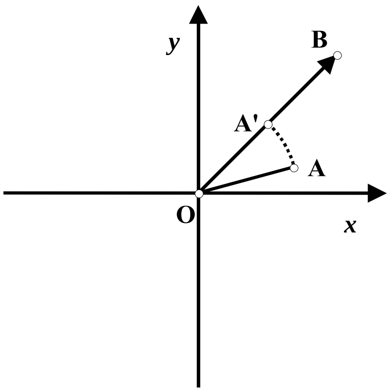
(b)複數加減法的幾何意義：

若 $A_1(z_1)$、$A_2(z_2)$且 OA_1PA_2 為平行四邊形，則 P 點的複數坐標為 z_1+z_2。

若 $A(z_1)$、$B(z_2)$且 OABC 為平行四邊形，則 C 點的複數坐標為 z_1+z_2。







(c)複數乘法的幾何意義：

若設 $A(z)$、$B(w)$，其中 $w=z\cdot[r(\cos\theta+i\sin\theta)]$，

則 B 點是由 A 點繞原點 O 旋轉θ，再以 O 為伸縮中心伸縮 r 倍而得到的。

(丙)函數：

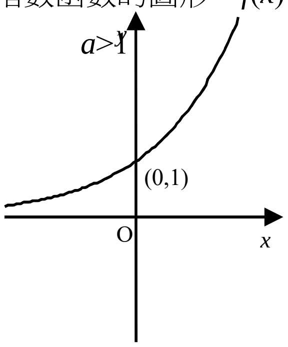
(1)指數與指數函數：()

(a)指數律：

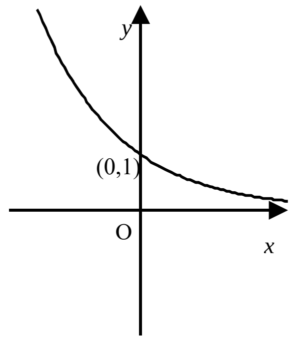
$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$ ，$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$ ，$a^{\frac{m}{n}}=(\sqrt[n]{a})^m$ 其中 n 為自然數，m 為整數。

$a^r\cdot a^s=a^{r+s}$，$(a^r)^s=a^{rs}$，$a^r\cdot b^r=(ab)^r$

(b) 指數函數的圖形：$f(x)=a^x$，$a>0$



$0<a<1$



圖形特性：

$a>1$ 時，$y=a^x$ 為遞增函數，即 $m>n \Leftrightarrow a^m>a^n$。 $0<a<1$ 時，$y=a^x$ 為遞減函數，即 $m>n \Leftrightarrow a^m<a^n$。

$y=a^x$ 之圖形凹向上。即$\frac{1}{2}(a^m+a^n)\geq a^{\frac{m+n}{2}}$ ，m,n 為任意實數。

(2)對數與對數函數：

(a)對數的定義：若 $a>0$，且 $a\neq 1$，$\log_a b=x \Leftrightarrow a^x=b$。

(b)對數的運算與性質：設 $a>0$，且 $a\neq 1$，b,r,s 均為正數

(1°)$\log_a 1=0$，$\log_a a=1$， $a^{\log_a b}=b$ ，$\log_a a^c=c$

(2°)$\log_a rs=\log_a r+\log_a s$，$\log_a\frac{r}{s}=\log_a r-\log_a s$

(3°) $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$

(4°) $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ ， $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ (b,c 均為不等於 1 的正數)

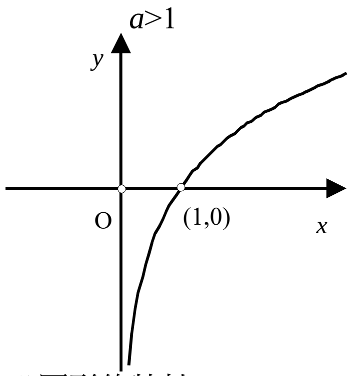
計算要訣：

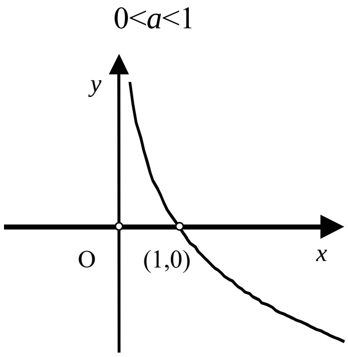
(a)同底對數相加(減)，真數相乘(除)

(b)對數相乘考慮換底公式。

(c)對數函數圖形的性質：

(1°)$f(x)=\log_a x$ 的圖形





(2°)圖形的特性：

當 $a>1$：圖形凹向上由左向右逐漸升高且以 y 軸為漸近線，即 $m>n \Leftrightarrow \log_a m>\log_b n$。

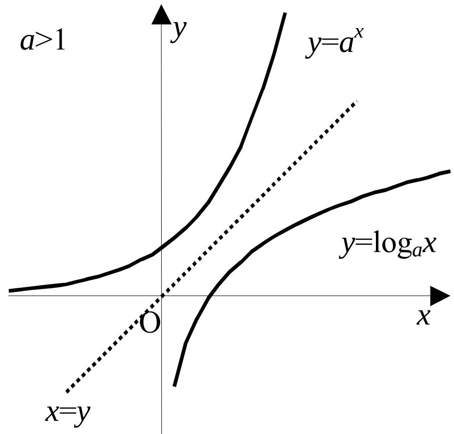
當 $0<a<1$：圖形凹向上由左向右逐漸下降且以 y 軸為漸近線，即即 $x>y \Leftrightarrow \log_a x<\log_b y$。

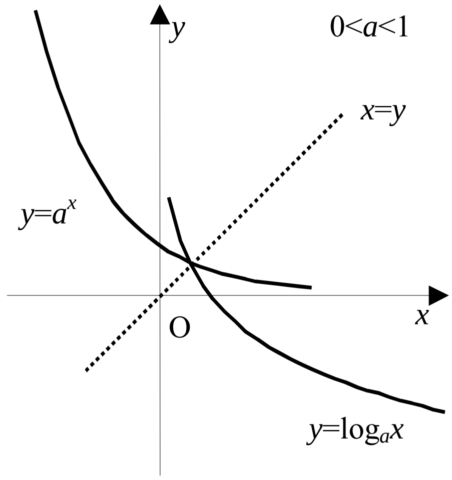
(d)指數函數與對數函數的關係：

(1°)$y=\log_a x$ 與 $y=a^x$ 互為反函數。

點(x_0,y_0)在 $y=\log_a x$ 圖形上 $\Leftrightarrow$ 點(y_0,x_0)亦在 $y=a^x$ 圖形上

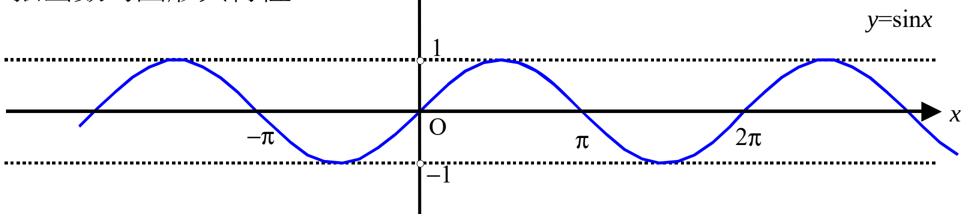
(2°)$y=\log_a x$ 的圖形與 $y=a^x$ 的圖形以直線 $y=x$ 為對稱軸。





(3)三角函數的圖形與特性：

(a)正弦函數的圖形與特性：



正弦函數圖形的特色

①圖形的對稱中心為$(n\pi,0)$，圖形的對稱軸為 $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$，k 為整數。

②圖形與 x 軸的交點$(n\pi,0)$，圖形與 y 軸的交點$(0,0)$。

③正弦函數 $y=\sin x$ 的週期為 2π。

④正弦函數 $y=\sin x$ 的振幅為 1

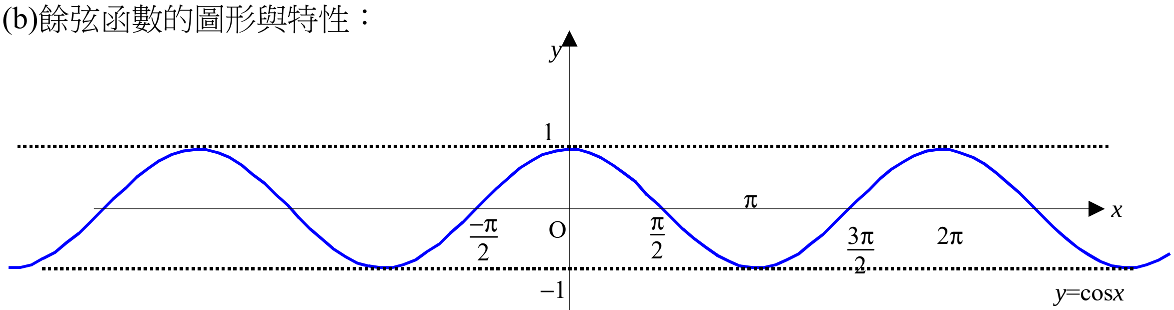
正弦函數的特色

①正弦函數 $y=\sin x$ 的定義域為 R。

②正弦函數 $y=\sin x$ 的值域為$\{y\mid -1\le y\le 1\}$，即$-1\le\sin x\le 1$，最大值=1，最小值=-1。

③正弦函數 $y=\sin x$ 為奇函數。即 $\sin(-x)=-\sin x$。

(b)餘弦函數的圖形與特性：



餘弦函數圖形的特色

①圖形的對稱中心為($\frac{\pi}{2}+k\pi,0$)，圖形的對稱軸為 $x=n\pi$，n 為整數。

②圖形與 x 軸的交點($\frac{\pi}{2}+k\pi,0$)，圖形與 y 軸的交點(0,1)。

③餘弦函數 $y=\cos x$ 的週期為 2π。

④餘弦函數 $y=\cos x$ 的振幅為 1

⑤$y=\cos x$ 的圖形是由 $y=\sin x$ 的圖形向左平移$\frac{\pi}{2}$單位所成的圖形。

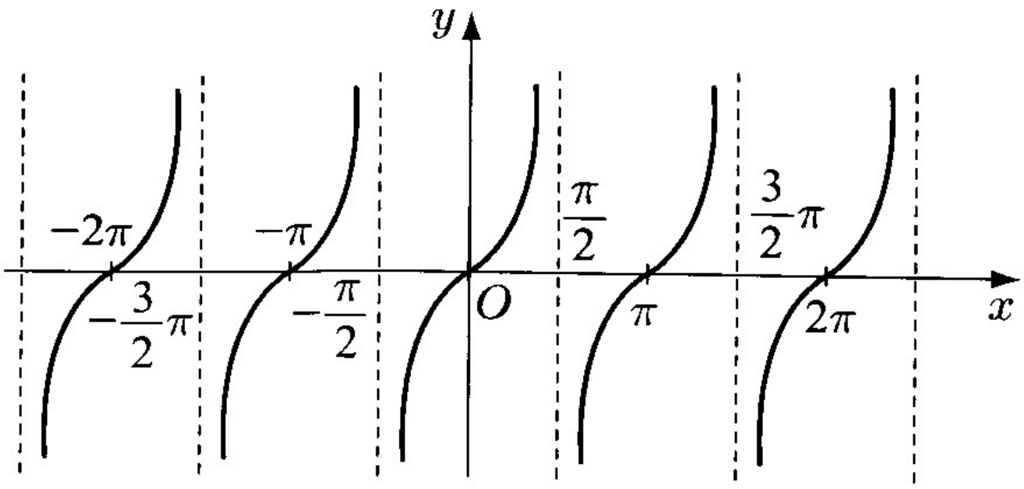
餘弦函數的特色

①餘弦函數 $y=\cos x$ 的定義域為 R。

②餘弦函數 $y=\cos x$ 的值域為$\{y\mid -1\le y\le 1\}$，即$-1\le\cos x\le 1$，最大值=1，最小值=−1。

③餘弦函數 $y=\cos x$ 為偶函數。即 $\cos(-x)=\cos x$。

(c)正切函數的圖形與特性：



正切函數圖形的特色：

①圖形的對稱中心為($n\pi,0$)。

②圖形與 x 軸的交點($n\pi,0$)，圖形與 y 軸的交點(0,0)。

③圖形在 $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$(k 為整數)處不連續。

④圖形的漸近線：$x=\frac{\pi}{2}+k\pi$，k 為整數。

正切函數的特色：

①正切函數 $y=\tan x$ 的定義域為$\{x|x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k \text{ 為整數}，x\in\mathrm{R}\}$。

②正切函數 $y=\tan x$ 的值域為 R。

③正切函數 $y=\tan x$ 的週期為π。

④正切函數 $y=\tan x$ 為奇函數。即 $\tan(-x)=-\tan x$。

(d)三角函數的週期：

(1°)正弦、餘弦、正割、餘割函數的週期為 2π。正切、餘切函數的週期為π。

(2°)設 F 表 sin，cos，sec，csc 中某一個函數，則

①形如 $a\mathrm{F}(kx+b)+c$ 的函數週期為$\frac{2\pi}{k}$，其中 a,b,c 為實數，k 為正實數。

②形如$|\mathrm{F}(kx+b)|$的函數週期為$\frac{\pi}{k}$。

(3°)設 F 表 tanθ，cot 中之某一個函數，則

①形如 $a\mathrm{F}(kx+b)+c$ 的週期為 $\frac{\pi}{k}$ ，其中 a,b,c 為實數，k 為正實數。

②形如$|\mathrm{F}(kx+b)|$的函數週期為$\frac{\pi}{k}$。

(4)函數圖形的變化：

(a)平移的變化：

$y=f(x)$的圖形$\xrightarrow{\text{左右平移}k\text{單位}}$$y=f(x-k)$的圖形($k>0$ 右移，$k<0$ 左移)

$y=f(x)$的圖形$\xrightarrow{\text{上下平移}m\text{單位}}$$y=f(x)+m$ 的圖形($m>0$ 上移，$m<0$ 下移)

(b)伸縮變化：

$y=f(x)$的圖形$\xrightarrow{\text{左右伸縮}k\text{倍}}$$y=f(\frac{x}{k})$

$y=f(x)$的圖形$\xrightarrow{\text{上下伸縮}m\text{倍}}$$y=mf(x)$

(c)對坐標軸的對稱：

$y=f(x)$的圖形$\xrightarrow{\text{對稱於}x\text{軸}}$$y=-f(x)$的圖形。

$y=f(x)$的圖形$\xrightarrow{\text{對稱於}y\text{軸}}$$y=f(-x)$的圖形。

將 $y=f(x)$在 x 軸下方的圖形，對稱 x 軸，再加上原先在 x 軸上方的圖形，
即可得到 $y=|f(x)|$的圖形。

(d)函數圖形與極值：

$y=f(x)$圖形的最高點$(x_0,f(x_0))$ ⇔函數 $f(x)$在 $x=x_0$ 處有最大值 $f(x_0)$。

$y=f(x)$圖形的最低點$(x_0,f(x_0))$ ⇔函數 $f(x)$在 $x=x_0$ 處有最小值 $f(x_0)$。

(e)函數圖形與方程式的實根：

方程式 $f(x)=0$ 的實根個數=函數 $y=f(x)$圖形與 x 軸的交點數。

(5)三角函數的公式與疊合：

(a) 和角公式：

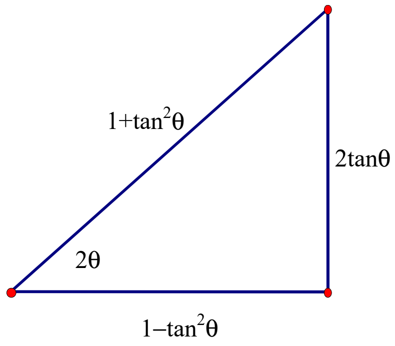
和角公式的精神：已知兩個角度的三角函數，即可得兩個角度的和或差的三角函數。

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$　　$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$　　$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$　　$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$

(b)倍角公式：



$\sin 2\theta=2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta$

$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$

$\tan 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$\cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-1=1-2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

$\cos^2\theta=\dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$，$\sin^2\theta=\dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$

$\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$

$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$

以正切表示二倍角

$\sin 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$，$\cos 2\theta=\dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$，$\tan 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

(c)三角函數的疊合：

(1°)設 a,b 為實數，且 $a^2+b^2\neq 0$，則函數 $y=a\cdot\sin x+b\cdot\cos x$ 可以表為 $y=\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin(x+\theta)$，其中θ為滿足 $\sin\theta=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$\cos\theta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$的角θ。

(2°)基本性質：

①我們可將正餘弦函數的線性組合 $a\sin x+b\cos x$ 化成正弦函數，也可化成餘弦函數。

②$-\sqrt{a^2+b^2}\leq y=a\cdot\sin x+b\cdot\cos x\leq\sqrt{a^2+b^2}$ 最大值為$\sqrt{a^2+b^2}$，最小值為$-\sqrt{a^2+b^2}$。

③$f(x)=a\cdot\sin x+b\cdot\cos x$ 的週期為 2π。

④$y=a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\theta)$的圖形可以看成⇒先將正弦函數 $y=\sin x$ 的圖形向左($\theta>0$ 時)，或向右($\theta<0$ 時)平移$|\theta|$單位後，再上下伸縮$\sqrt{a^2+b^2}$ 倍而得到的圖形。

⑤函數 $y=a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\theta)$的週期為 2π，振幅為$\sqrt{a^2+b^2}$。

(丁)離散數學：

(1)排列組合：

排列與組合中的幾種思考模式：

(a)分類計算：

在計數的過程中，常會因為需求的不同，例如順序、排法、分組、…等等，會將一類的事物視為相同一種，因此在計算上會先將其視為不同，再計算相同的事物有幾類，進而求出方法數。

(1°)不盡相異物排列。(2°)環狀排列。(3°)保持一定順序。(4°)分組問題：

(b)配對的模式：

例子：從 ABCDE 五人中選出 3 人去打掃，請問有幾種選法？

現在我們考慮 5 個球，其中 3 個黑球，2 個白球，並且做以下的配對：

對應到黑球的人被選中，反過來說選中的人對應到黑球，因此選法與排法之間便有了一個對應，而且不同的選法對應不同的排法，不同的排法對應不同的選法，排法與選法都有被對應，此時我們就可以說選法的數目與排法的數目都一樣。這樣的觀念就是配對的想法。

抽象化：f：A→B 為一個一對一且映成的函數，則 A 的元素個數與 B 的元素個數相等。
例子：
從 1 到 20 之中，選取 3 個數字，要求這 3 個數字沒有 2 個連續整數的取法有幾種？
[解法]：根據前面的說明，可以取 3 個黑球，17 個白球排成一列，排完之後，再與 1~20 的數字對應，與黑球對應的數字，即是被選取的數字，這種對應方式為 1−1 的配對。
若要求 3 個數字沒有 2 個連續整數，則黑球在排列的過程中就要不相連，因此先排其他 17 個白球，再將 3 個黑球插入白球中，因此有 C^{18}_3 種排法，而每一種排法對應一種取球的方法，一種取球的方法對應一種排法，因此共有 C^{18}_3 種取球的方法。

(2)二項式定理：

(a) $(a+b)^n=C^n_0a^nb^0+C^n_1a^{n-1}b+\ldots+C^n_ka^{n-k}b^k+\ldots+C^n_nb^n=\sum_{i=1}^{n}C_i^n a^{n-i}b^i$ 。

(b)$(a+b)^n$ 展開式中的一般式為 $C^n_ka^{n-k}b^k$

(c)$(a+b)^n$ 若按 a 的降冪排列，則第 k+1 項為 $C^n_ka^{n-k}b^k$。

(d)$(a+b)^n$ 的展開式共有 n+1(H^n_2)項。

(e)$(1+x)^n= C^n_0+C^n_1x+C^n_2x^2+C^n_3x^3+\ldots+C^n_kx^k+\ldots+C^n_nx^n$。

(3)機率：

(a)基本定義：

古典機率的定義：$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{n(A)}{n}$ (假設其中各基本事件出現的機會均相等)。

條件機率的定義：在事件 A 發生的條件下，事件 B 發生的機率 $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$。

(b)古典機率的性質：

(1°)$P(\phi)=0$。(2°)$P(S)=1$。(3°)若 $A\subset S$ 為一事件，則 $0\le P(A)\le 1$。
(4°)餘事件的機率：若 $A\subset S$ 為一事件，則 $P(A')=1-P(A)$。
(5°)排容原理：

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$。

$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$。

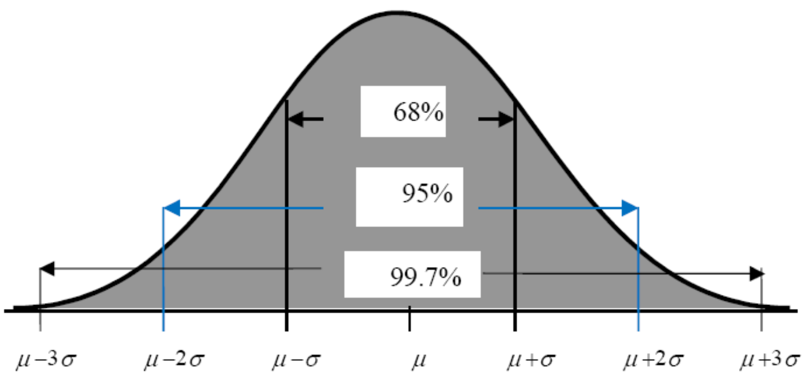
(6°)機率的單調性：若 A，B 為 S 中的兩事件，且 $A\subset B$，則 $P(A)\le P(B)$。
(e)期望值：
如果一個隨機實驗有 k 種可能結果，各種結果的報酬分別為 $m_1,m_2,..,m_k$,而得到這些報酬的機率分別為 $p_1,p_2,p_3,\ldots..p_k$，(其中 $p_1+p_2+\ldots..+p_k=1$，此式可用來簡單判斷機率是否算錯)，則 $m_1\cdot p_1+m_2\cdot p_2+\ldots+m_k\cdot p_k$ 稱為此隨機試驗的**數學期望值**。

(4)敘述統計：

(a)統計量：
(1°)衡量資料集中情形的統計量： 算術平均數、中位數、加權平均數、眾數、幾何平均數。
(2°)衡量資料分散程度的統計量：全距、四分位距、標準差。

(b)資料轉換時統計量的關係：
若設原資料以 X 表示，將 X 中的每筆資料乘以 a 再加上 b，形成新的資料 Y，
我們將其寫成 $Y=aX+b$。
則 Y 的平均量數(算術平均數、中位數、加權平均數)= a(X 的平均量數)+b
Y 的差異量數(全距、四分位距、標準差)=$|a|$(X 的差異量數)。

(c)常態分布：
當一組資料的直方圖呈常態分佈，而且也知道此組資料的平均數μ，標準差σ，就能利用數學方法估算出大約有 68%的資料落在區間$[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$內，有 95%的資料落在區間$[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$內，有 99.7%的資料落在區間$[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$內。



(d)信賴區間：

在一個大母體中，其成員具有某種特質的比例為 p，若從母體中隨機抽取 n 個樣本(n 必須夠大)，令 $\hat{p}$ 代表該樣本中擁有此特質的比例，則 p 的信賴區間為

$$[\hat{p}-e,\ \hat{p}+e]，$$

信心水準 68%、95%、99.7%所對應的最大誤差 e 分別為

$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$、$2\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$、$3\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$。

最後衝刺的準備

(1)適度運動，培養體力，身體保持健康。

(2)定立適當計畫按步就班確實實行。

(3)各種基本函數的圖形與性質，統計圖表，基本公式考試前記熟！熟記！

(4)準備圓規直尺並提早適應使用。

(5)避免無謂的緊張，放鬆！放鬆！再放鬆。