§1–3 平面向量的坐標表示法

(甲)坐標向量

(1)向量的坐標表示：

由於給定一向量$\vec{a}$，則過任一點A都可作一向量$\overrightarrow{AB}$，使得$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$。

因此我們取定一個坐標平面系，O爲原點，則可用一個有向線段$\overrightarrow{OP}$，使得 $\overrightarrow{OP}=\vec{a}$，反之，此平面坐標上的任一點P$(a,b)$也決定一個以原點O爲始點，P爲終點的向量。如此，平面上的每一個向量都可用一點的坐標來表示，每一點的坐標也都代表惟一的向量。

如下圖，設$\vec{u}=\overrightarrow{OP}$，而P點的坐標爲$(a,b)$，則我們就用P的坐標$(a,b)$來表示向量$\vec{u}$，記爲$\vec{u}=(a,b)$，其中$a$和$b$分別稱爲向量$\vec{u}$的***x*–分量**與***y*–分量**。

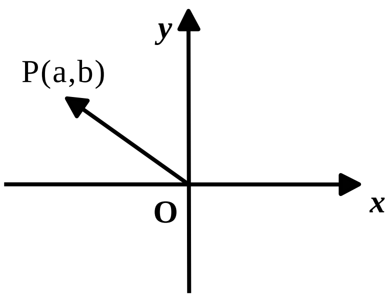
所以$\vec{u}$的長度爲$|\vec{u}|=\overline{OP}=\sqrt{a^2+b^2}$。

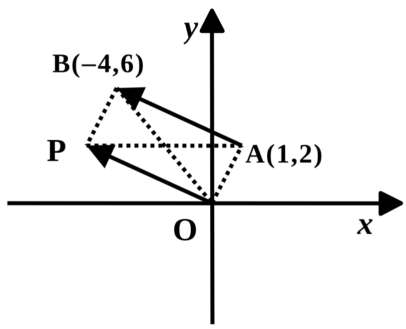
根據前面的說明，平面向量$\vec{u}$用(a,b)來表示，它的方向是由原點O指向P(a,b)，而它的大小爲$\sqrt{a^2+b^2}$。因此坐標的表示方式可以同時呈現出向量的兩個要素–大小與方向。

結論：

(a)長度：$\vec{u}=(a,b)$，則$|\vec{u}|=\sqrt{a^2+b^2}$。

(b)相等：若$\vec{u}=(a,b)$，$\vec{v}=(c,d)$，則$\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow a=c$且$b=d$



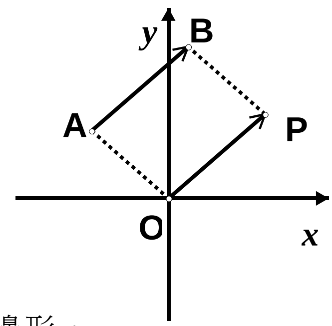


(c)兩點決定一向量：

例如：設A(1,2)、B(−4,6)，試用坐標表示$\overrightarrow{AB}$。

作法：我們取一點P(x,y)，使得$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}$，由向量相等的定義，可知四邊形ABOP爲平行四邊形，平行四邊形對角線互相平分，所以AP的中點與OB的中點爲同一點，故$\dfrac{-4+0}{2}=\dfrac{x+1}{2}$，$\dfrac{0+6}{2}=\dfrac{y+2}{2}$，

即$x=-4-1=-5$，$y=6-2=4$，所以$\overrightarrow{AB}=(-5,4)$。



設A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)為坐標平面上的兩點，
則$\overrightarrow{AB}$=(x_2-x_1 , y_2-y_1)
[說明]：
我們取一點P(x,y)，使得$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}$，
由向量相等的定義，可知四邊形ABOP為平行四邊形，
因為平行四邊形對角線互相平分，
所以AP的中點與OB的中點為同一點，
故 $\dfrac{x_2+0}{2}=\dfrac{x+x_1}{2}$，$\dfrac{y_2+0}{2}=\dfrac{y+y_1}{2}$，
即$x=x_2-x_1$，$y=y_2-y_1$=4，所以$\overrightarrow{AB}$=(x_2-x_1 , y_2-y_1)。

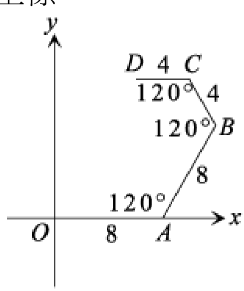
結論：
將向量予以坐標化，即向量除了幾何表示(即有向線段)外，希望能利用代數法或代數式表示，使得向量在幾何問題的處理上能發揮更大的效益。

已知兩點A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，則
(a)坐標化：$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OP}$=__________________
(b)求分量：$\overrightarrow{AB}$的x分量為_________，y分量為___________。
(c)求長度：$|\overrightarrow{AB}|^2$=____________________

(2)用長度、方向角決定一個向量：
將$\overrightarrow{AB}$平移到$\overrightarrow{OP}$，其中O為原點，令$|\overrightarrow{OP}|=r$
從x軸正向逆時針轉到$\overrightarrow{OP}$的有向角為θ，我們稱為方向角，$0\le\theta<2\pi$
則$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OP}=(r\cos\theta, r\sin\theta)$。
[說明]：設A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2) ⇒ $\overrightarrow{OP}=(x_2-x_1, y_2-y_1)$，即P($x_2-x_1$,$y_2-y_1$)
根據三角函數的定義，可知$x_2-x_1=r\cos\theta$，$y_2-y_1=r\sin\theta$。
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OP}=(r\cos\theta, r\sin\theta)$。

結論：A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)，$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1 , y_2-y_1)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$。

[例題1] 如圖所示：坐標平面上，O為原點，$\overline{OA}=\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=\overline{CD}=4$，$\angle OAB=\angle ABC=\angle BCD=120^\circ$，試求：$B$，$C$，$D$之坐標。
Ans：$B(12，4\sqrt{3})$，$C(10，6\sqrt{3})$，$D(6，6\sqrt{3})$



(練習1) $\triangle ABC$中，$\overrightarrow{AB}=(1，2)$，$\overrightarrow{AC}=(-x，2x)$，若$\triangle ABC$之周長為$6\sqrt{5}$，$x>0$，則$x=$__________。Ans：$\frac{30}{11}$　(提示：$\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$)

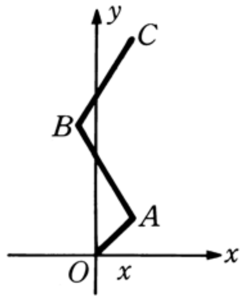
(練習2) 如圖中，O(0,0)，X(1,0)，

$\overline{OA}=2$，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=4$，$\angle AOX=45^\circ$，

$\angle OAB=105^\circ$，$\angle ABC=120^\circ$，

則 C 點的坐標為______________。

Ans：$(\sqrt{2},\sqrt{2}+4\sqrt{3})$



(乙)用坐標表示向量的加減法、係數積

(1)向量的加法

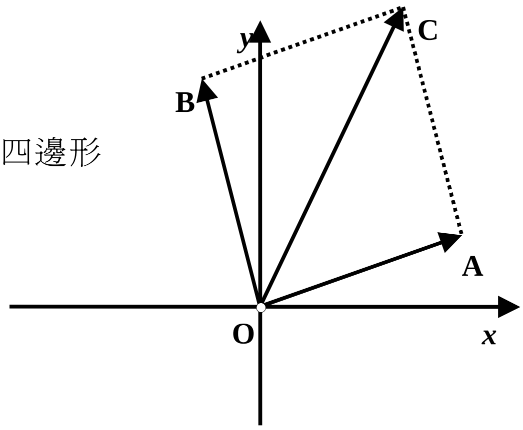
設$\vec{u}=(a,b)$，$\vec{v}=(c,d)$，則$\vec{u}+\vec{v}=(a+b,c+d)$

令$\vec{\ }=\overrightarrow{OA}$，$\vec{v}=\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{u}+\vec{v}$

根據向量加法的定義，四邊形OACB為平行四邊形

⇒C的坐標為$(a+b,c+d)$

⇒$\overrightarrow{OC}=(a+b,c+d)$



(2)逆向量與向量減法

(a)逆向量：設$\vec{u}=(a,b)$，則$-\vec{u}$為$\vec{u}$的逆向量，即$-\vec{u}=-(a,b)=(-a,-b)$

(b)向量減法：設$\vec{u}=(a,b)$，$\vec{v}=(c,d)$，則$\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})=(a-c,b-d)$。

(3)向量係數積

設$\vec{\ }=(a,b)$，r為實數，則$r\vec{\ }=r(a,b)=(ra,rb)$ 各分量乘以r

(4)坐標向量的運算性質

設$\vec{u},\vec{v},\vec{\ }$是平面上三個向量，且$r,s\in R$，則

① $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$　(交換律)

② $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$　(結合律)

③ $\vec{0}=(0,0)$且$\vec{u}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$

④$1\vec{u}=\vec{u}$，$-\vec{u}=(-1)\vec{u}$，$r(s\vec{u})=rs\vec{u}$

⑤ $r(\vec{u}+\vec{v})=r\vec{u}+r\vec{v}$，$(r+s)\vec{u}=r\vec{u}+s\vec{u}$

(5)兩點所決定的向量⇒亦可用向量減法運算而產生
設A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，則$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$

(6)用標準單位向量(即$\vec{i}=(1,0)$，$\vec{j}=(0,1)$表示任一向量，

即$\vec{u}=(x,y)=x\vec{i}+y\vec{j}$。

(7)單位向量：若$|\vec{u}|=1$，則稱$\vec{u}$爲單位向量。

(8)向量平行：

設$\vec{a}=(a_1,a_2)$、$\vec{b}=(b_1,b_2)$

$\vec{a}\,//\,\vec{b}$ ⇔ ⇔ $\vec{a}=t\vec{b}$ ⇔ $a_1b_2=a_2b_1$ [分量成比例]

[例題2] 設$\vec{a}=(2,-3)$，$\vec{b}=(1,4)$，t爲實數，試求$|\vec{a}+t\vec{b}|$的最小值。Ans：$\dfrac{11}{\sqrt{17}}$

[例題3] (1)求一向量$\vec{u}$使$|\vec{u}|=1$且$\vec{u}$與$\vec{v}=(5,6)$同方向。

(2) 求一向量$\vec{u}$使$|\vec{u}|=1$且$\vec{u}$與$\vec{v}=(5,6)$反方向。

Ans：(1)$(\dfrac{5}{\sqrt{61}},\dfrac{6}{\sqrt{61}})$ (2) $(-\dfrac{5}{\sqrt{61}},-\dfrac{6}{\sqrt{61}})$

[例題4] 設$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,-2)$, $\vec{c}=(0,1)$，若$t\cdot\vec{a}\,//\,(\vec{b}+t\cdot\vec{c})$，且$t\neq0$，求實數$t$的值。

Ans：$\dfrac{5}{2}$

(練習3) 設$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(3,4)$，當$|\vec{a}+t\vec{b}|$最小時，t=？ Ans：-2

(練習4) 設$\vec{a}=(1,2)$、$\vec{b}=(3,4)$，若$t\vec{a}+\vec{b}$與$\vec{a}+t\vec{b}$平行，求實數t=？
Ans：$t=1$或-1

(練習5) 請求出與$\vec{a}=(4,-3)$平行的單位向量。Ans：$\frac{1}{5}(4,-3)$或$\frac{-1}{5}(4,-3)$

(丙)坐標向量的分點公式

(1)分點公式：設$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

若$P\in\overline{AB}$，且$\overline{AP}:\overline{PB}=m:n$，則P點坐標$(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\frac{ny_1+my_2}{m+n})$。

[說明]：

因爲$\overrightarrow{OP}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{OA}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{OB}$，

令$O(0,0)$，$P(x,y)$，所以P點坐標$(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\frac{ny_1+my_2}{m+n})$。

(2)重心坐標：

設△ABC三頂點的坐標爲$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，

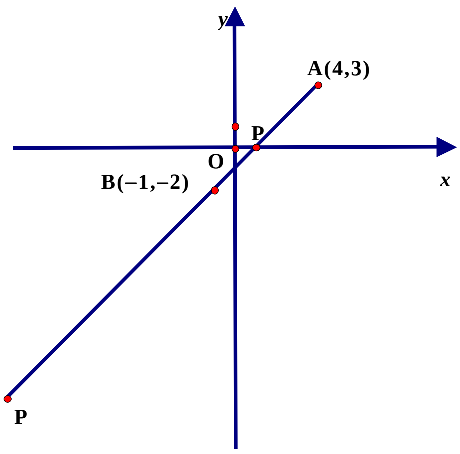
則△ABC的重心G點的坐標爲$(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3})$。

[說明]：

因爲$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$，令$O(0,0)$，$G(x,y)$

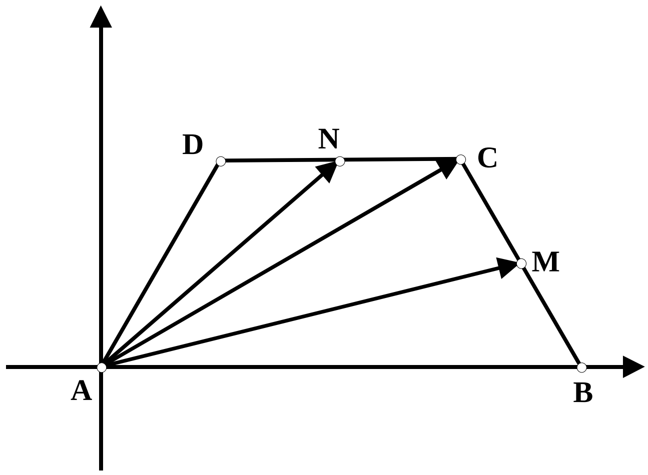
所以重心G點的坐標爲$(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3})$。

[例題5] 設A(4,3),B(−1,−2)，爲坐標平面上兩點，若P點在直線$\overleftrightarrow{AB}$上
且$\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$，求P點坐標。
A：(1,0)或(−11,−12)



[例題6] 若$\vec{a}$和$\vec{b}$不平行，則在$\vec{a}$和$\vec{b}$所決定的平面上每一個向量不但都可以寫成$\vec{a}$和$\vec{b}$的線性組合而且這種寫法是唯一的。

[例題7] 等腰梯形ABCD，$\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=2$，∠A=60°，令$\overline{BC}$中點為M，$\overline{CD}$中點為N，若$\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\overrightarrow{AN}$，求α、β之值。 Ans：$\alpha=\frac{2}{5}$，$\beta=\frac{4}{5}$



(練習6) 在ΔABC中，A(2,–8)、B(–6,–2)、C(6,–5)，若∠A之內角平分線交直線BC於D，∠A外角平分線交直線BC於E，試求D、E的坐標。
Ans：D(2,–4)、E(18,–8)

(練習7) (1)設A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，C(x_3,y_3)，且$\overline{AB}$=c，$\overline{BC}$=a，$\overline{CA}$=b，
試證：△ABC的內心坐標為$\left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c},\frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$
(2)若A(2,–3)，B(2,1)，C(5,–3)，求△ABC之內心坐標。 Ans：(3,–2)

(練習8) 設$\vec{a}$=(3,1)、$\vec{b}$=(–1,2)、$\vec{c}$=(3,8)，若$\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$，則實數對$(x,y)$=？

Ans：$(x,y)=(2,3)$

(練習9) 梯形ABCD中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，且A(1,3)、B(−1,2)、C(2,−2)，$\overline{AD}=8$，
則點D之坐標爲何？$\overrightarrow{AD}$ =？Ans：$(\frac{29}{5},\frac{-17}{5})$、$\overrightarrow{AD}=(\frac{24}{5},\frac{-32}{5})$

(丁)直線的參數式

(1)預備觀念：

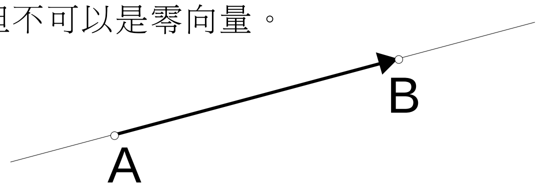
(a)向量平行：設$\vec{u}=(x_1,y_1)\neq\vec{0}$，$\vec{v}=(x_2,y_2)\neq\vec{0}$，$t\neq0$，

則$\vec{u}\,//\,\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}=t\vec{v}\Leftrightarrow(x_1,y_1)=t(x_2,y_2)$

(b)直線的方向向量：
若一個有向線段的始點與終點是一直線上的相異兩點，則此有向線段所表示的向量稱爲該直線的一個**方向向量**。

如下圖所示，$\overrightarrow{AB}$、$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BA}$、$\frac{-3}{4}\overrightarrow{BA}$、....都是L的方向向量，因此方向向量並不是只有一個，它們都是互相平行的向量，但不可以是零向量。

因此直線L上有兩相異點(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，
則$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$爲直線L的一個方向向量。

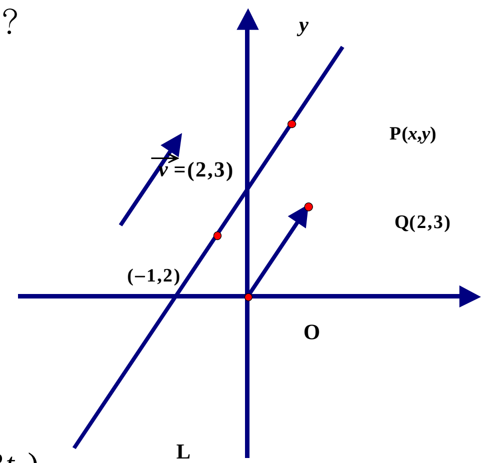


(2)直線的參數式：

在坐標平面上，斜率描述直線的方向，例如：斜率=5的直線會有無限多條，但是它們的方向是一致，彼此互相平行。若指定直線要通過點(4,−3)，則直線就可以確定了，其方程式爲$y-(-3)=5(x-4)$。

同樣的，直線的方向向量代表直線的方向，例如：方向向量$\vec{v}=(2,3)$的直線會有無限多條，但是它們的方向是一致，彼此互相平行。若指定直線要通過點A(−1,2)，則直線就可以確定了。

如何來表示方向向量$\vec{v}=(2,3)$，又過點A(−1,2)的直線L呢？



設P(x,y)爲直線L上異於A點的任一點，

則$\overrightarrow{AP}$爲L的方向向量，所以$\overrightarrow{AP}$平行$\vec{v}$，

即存在一個實數t，使得$\overrightarrow{AP}=t\vec{v}$。故$(x+1,y-2)=t(2,3)$，

即$\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2+3t\end{cases}$。當$t=0$時，P點代表A點。

因此直線L上的任意點P的坐標都可以寫成P$(-1+2t,2+3t)$。

反過來說，指定一個實數t_0值時，P點坐標爲P$(-1+2t_0,2+3t_0)$

$\overrightarrow{AP}=(2t_0,3t_0)=t_0(2,3)=t_0\vec{v}$，即$\overrightarrow{AP}\,//\,\vec{v}$，故P點會在直線L上。

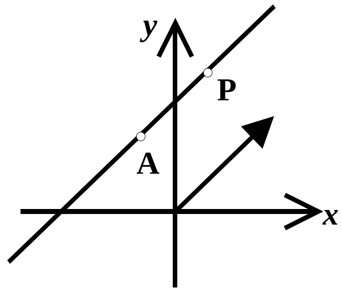
由上面的討論，直線L上的任意點P的坐標都可以寫成P$(-1+2t,2+3t)$，而坐標形如$(-1+2t,2+3t)$的點，都會在直線L上，所以我們用$\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+3t\end{cases}$的形式來表示直線L，其中$t$為任意實數。

一般而言，若直線L通過點A(x_0,y_0)且方向向量$\vec{v}=(a,b)$，那麼直線L的如何表示呢？

若P(x,y)為L上任意點，則L上的每一點都可表誠$\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$，$t$為一實數，

這個式子稱為L的**參數式**。

證明：設P(x,y)為直線L上任一點，



$\overrightarrow{AP}\,//\,\vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP}=t\vec{v} \Leftrightarrow (x-x_0,y-y_0)=t(a,b)$

所以$\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$，$t$為實數。

(其中t為參數，也可用其它文字，如s,r….等)

結論：

(a)在坐標平面上，一直線上的點P(x,y)滿足一個方程式$ax+by+c=0$，而方程式的解皆為此直線上的點。這是直線用方程式表示的形式。

(b)用參數式表示直線，重點在於用t表示直線的點坐標。
換句話說，直線上任一點P(x,y)皆可找到一個實數t使得$x=x_0+at$，$y=y_0+bt$；另一方面，當t代入任何實數後，形成的點構成一條直線。

(c)給定一個方向$\vec{v}=(a,b)$，過一點P(x_0,y_0) $\Rightarrow$直線參數式$\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$

(練習10) 設有一個質點位於A(2,−1)上，做等速度直線運動，1秒後質點在B(4,2)上，

(a)2秒後、$\frac{9}{2}$秒質點會在那一個位置？

(b)t秒後質點會在那一個位置？

Ans：(a)(6,5)、$(11,\frac{25}{2})$ (b)$(2+2t,-1+3t)$

[例題8] 設L為通過A(2，－3)，B(－3，－1)兩點的直線。

(1) 寫出L的參數式。

(2) 並在圖上描出對應於0，1，2，－1，$\frac{1}{3}$的點。

設A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)爲相異兩點，

則過A,B兩點的直線之參數式爲$\begin{cases} x=x_1+(x_2-x_1)t \\ y=y_1+(y_2-y_1)t \end{cases}$ $t\in$R

討論：

(a)上面的參數式並不是唯一的，當我們取$\overrightarrow{\mathrm{BA}}$爲方向向量時，參數式的形式就改變了，但仍然是L這條直線。

(b)當$0\le t\le 1$，則A−P−B 當$t<0$時，則P−A−B 當$t>1$時，則A−B−P

(4)直線的一般式與參數式：

(a)直線L的參數式$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$中，

若$ab\neq 0$，消去參數t，即可得到方程式$y-y_0=\dfrac{b}{a}(x-x_0)$。

若$a=0$，則方程式爲$x=x_0$，若$b=0$，則方程式爲$y=y_0$。

(b)直線L的一般式$ax+by+c=0$中，任取二相異點A,B，再找出參數式。

(c)直線L的參數式$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$，$(a\neq 0)$，斜率爲$\dfrac{b}{a}$。

[例題9] 若一直線L通過A(3,5)、B(−2,6)兩點，則

(1)用參數式表示$\overleftrightarrow{AB}$。(2)用參數式表示$\overline{\mathrm{AB}}$。(3)試求射線$\overrightarrow{AB}$的參數式。

[例題10] 設P是線段$\overline{\mathrm{AB}}$上的一點，其中A,B的坐標爲(1,–1)、(3,–5)

試求P點到原點的最長距離與最短距離？Ans：$\sqrt{34}$，$\sqrt{2}$

(練習11) 設A(3,5)，B(–2,–4)，C(3,–1)，D(–1,2)爲平面上四個點，試求

(1)經過點A而與向量$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$平行的直線方程式爲_________。

(2)經過點D而與向量$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$平行的直線方程式爲____________。

(3)直線AB的參數方程式爲__________，線段$\overline{\mathrm{AB}}$的參數方程式爲________。

Ans：(1)$\begin{cases} x=3-4t \\ y=5+3t \end{cases}$ $t\in\mathrm{R}$ (2)$\begin{cases} x=-1-5t \\ 2-9t \end{cases}$ $t\in\mathrm{R}$

(3)直線$\begin{cases} x=-2+5t \\ y=-4+9t \end{cases}$ $t\in\mathrm{R}$ ，線段$\begin{cases} x=-2+5t \\ y=-4+9t \end{cases}$ $0\leq t\leq 1$

(練習12) 設A(3,0)，B(–1,2)，L：$\begin{cases} x=3-4t \\ y=2t \end{cases}$ 則下列何者爲真？(A)若$t\in\mathrm{R}$，則L表直線 $\overleftrightarrow{AB}$ (B)若$t\geq 0$，則L表射線BA (C)若$t\leq 1$，則L表射線AB (D)若$0\leq t\leq 1$，則L表線段 $\overline{\mathrm{AB}}$ (E)若$t\leq 0$，則L表射線AB的相反射線。Ans：(A)(D)(E)

(練習13) 寫出下列直線L的參數方程式：
(1)L的方程式是$2x-y-5=0$。
(2)L通過$(-1,-2)$，且斜率是-3。
Ans：(1)$\begin{cases}x=t\\y=-5+2t\end{cases}$ $t\in R$ (2)$\begin{cases}x=-1+t\\y=-2-3t\end{cases}$ $t\in R$

(練習14) 設一直線L：$3x-4y=1$，(1)將L化爲參數式。(2)又設A$(1,\frac{1}{2})$，B(3,2)在直線上，且P(x,y)在直線AB上時，求$2x+y+1$之最大值與最小值。
(3)同(2)求x^2+y^2-4之最大值與最小值。
Ans：(1)$\begin{cases}x=3+4t\\y=2+3t\end{cases}$,$t$爲實數。 (2)9，$\frac{7}{2}$ (3)9，$\frac{-11}{4}$

(練習15) 求在一直線L：$x-2y+3=0$上，而與點A(−1,2)的距離最小的點P之坐標爲何？並求此最小距離。 Ans：$(\frac{-3}{5}，\frac{6}{5})$

(練習16) 設$A(4，0)$，$B(0，-3)$，動點P爲直線$x+y=0$上之一點。則$\overline{PA}\cdot\overline{PB}$之最小值＝__________。Ans：$\frac{-49}{8}$

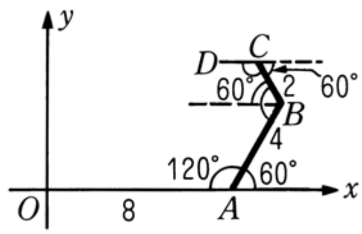
綜合練習

(1) 若A(0,2)，B(−2,6)，C(−6,4)，則下列何點可與上述三點恰可構成一個平行四邊形？(A)(−4,0)(B)(4,4)(C)(−8,8)(D)(−3,3)(E)(−4,4)

(2) ΔABC中，$\overrightarrow{AB}=(1,t)$，$\overrightarrow{BC}=(s,-2)$，$\overrightarrow{AC}=(3,4)$，則數對$(s,t)$=？

(3) 設$\overrightarrow{OA}=(3,1)$，$\overrightarrow{OB}=(-1,2)$，若$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{BC}\,//\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$，求$\overrightarrow{OC}$和$\overrightarrow{OD}$。

(4) 如圖所示，坐標平面上O爲原點，
$\overline{OA}=8$，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=2$，$\overline{CD}=1$，
$\angle OAB=\angle ABC=\angle BCD=\frac{2\pi}{3}$，則：
(a)$\overrightarrow{OC}$之坐標表示爲____________。



(b)若$\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，則 x＝________， y＝__________。

(5) 在xy平面上，設O爲原點，已知$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$之方向角爲30°、45°、60°，且$|\overrightarrow{OA}|=1$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{3}$，請問$\overrightarrow{OC}$=？

(6) A(3,2)、B(–2,1)、C(–1,–3)，求滿足$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}|=6$之點P$(x,y)$軌跡方程式。

(7) △ABC 之重心爲 G，邊$\overline{AB}$與$\overline{BC}$的中點分別爲 D 與 E，若 G，D，E 的坐標分別爲 G$(\frac{13}{6}$，$-2)$，D$(\frac{-5}{4}$，$-1)$，E$(\frac{11}{4}$，$-4)$，則求頂點 A，B，C 的坐標。

(8) 設$\vec{a}=(2\cos\theta,2\sin\theta)$，$\vec{b}=(\cos2\theta,\sin2\theta)$，$0\le\theta\le2\pi$，則$|\vec{a}-\vec{b}|$之最大值爲何？

(9) 設 A(–4，–4)，B(2，8)，C$(\frac{28}{5}$，$\frac{4}{5})$，則△ABC之內心坐標爲何？

(10) △ABC中，設A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，C(x_3,y_3)，P與△ABC共平面，
若$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$之值最小，求P之坐標，此時P與△ABC有何關係？

(11) 設 L_1：$x=3-s$，$y=2s$，s 爲任意實數；L_2：$x=4+t$，$y=-1+3t$，t 爲任意實數，則 L_1，L_2 之交點坐標爲何？

(12) 求參數方程式$\begin{cases}x=t+1\\y=4t-5\end{cases}$，$-1\leqq t\leqq2$ 所表之線段長。

(13) 已知A(–2,3)，B(4,–5)，設點P(x,y)在線段$\overline{AB}$上，求$3x-4y+6$的最大值？

(14) 設A(2，8)，B(1，5)，L：$x+2y-3=0$，且 P ∈L，則當 P的坐標爲何時？時，PA^2+PB^2有最小值爲何？

進階問題

(15) ΔABC中，A(1,–2)、B(0,3)、C(–1,1)，P爲其內部一點，
且ΔBCP：ΔCAP：ΔABP=2：1：3，則點P的坐標爲何？

(16) 試證通過A(h,k)且與x軸正向夾角爲α之直線L的參數方程式爲$\begin{cases} x = h + t\cos\alpha \\ y = k + t\sin\alpha \end{cases}$，$t$爲任意實數。

綜合練習解答

(1) (A)(B)(C)

(2) (2,6)

(3) (14,7)，(11,6)

(4) (a)$(9,3\sqrt{3})$ (b)$\frac{-7}{8}$,y=$\frac{3}{2}$

(5) $(\sqrt{3}+1,3)$

(6) $x^2+y^2=4$

(7) A(1，2)，B($-\frac{7}{2}$，-4)，C(9，-4)

(8) 3

(9) (2，2)

(10) P爲△之重心

(11) ($\frac{19}{5}$，$-\frac{8}{5}$)

(12) $3\sqrt{17}$

(13) 38

(14) ($-\frac{4}{5}$，$\frac{19}{10}$)，$\frac{579}{10}$($-\frac{4}{5}$，$\frac{19}{10}$)，$\frac{579}{10}$

(15) $(\frac{-1}{6},\frac{1}{3})$ [提示：設P爲ΔABC內部一點，若$l\overrightarrow{PA}+m\overrightarrow{PB}+n\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，則ΔPAB：ΔPBC：ΔPCA=$n$：$l$：$m$。]

(16) 取L之方向單位向量$\vec{v}$=(cosα,sinα)，由$\overrightarrow{AP}=t\vec{v}$，即可得。