

§3-2 機率

(甲)Laplace 古典機率的定義與性質

(1)古典機率的定義：

設樣本空間 S 有 n 個元素，而每個元素出現的機會均等，事件 A 有 k 個元素，則事件 A 發生的機率定義成 $\frac{k}{n}$ ，符號寫成 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{k}{n}$ 。

此定義是由Laplace(法國人，1749~1827)所提出的，也稱為古典機率定義法。

結論：機率 = $\frac{\text{事件的元素個數}}{\text{樣本空間的元素個數}}$

[討論]：根據古典機率的定義去修正樣本空間的寫法：

例子：

設一個袋子中，有 10 個紅球，1 個白球，設每個球的大小質地都一樣，每次從袋子中取一個球，請問取到白球的機率？

[解法]：

根據 3-1 樣本空間的定義，樣本空間 $S=\{R,W\}$ ， R 代表紅球， W 代表白球，而事件 $A=\{W\}$ ，我們是否可以得到 $P(A)=\frac{1}{2}$ 嗎？仔細檢查定義，我們發覺取到紅球與取到白球的機會並不相等，因此不能直接使用古典機率的定義來求機率。因此若要使用古典機率的定義去求事件 A 的機率，必須要將樣本空間 S 做一個適當的修正，使得 S 中每個元素出現的機會均等，為了達成這個目的，我們將 10 個相同的紅球，視為 10 個不同的球，即符號寫成 $R_1、R_2、R_3、\dots、R_{10}$ ，因此 $S=\{R_1、R_2、R_3、\dots、R_{10}、W\}$ ，取到白球的事件 $A=\{W\}$ ， $P(A)=\frac{1}{11}$ 。

例子：

擲二粒相同的骰子，

請問(1)擲出 1 點、2 點的機率為何？(2)擲出 1 點、1 點的機率為何？

[解法]：

根據排列組合的觀點，二粒相同的骰子，有 $H^6_2=21$ 種情形。

這 21 種情形為 1,1、1,2、1,3、1,4、1,5、1,6、2,2、2,3、2,4、2,5、2,6、3,3、3,4、3,5、3,6、4,4、4,5、4,6、5,5、5,6、6,6 共 21 種。

因此樣本空間 S 為這 21 種情形的集合，但是若根據這個樣本空間，我們可得

事件 $A=\{1 \text{ 點、2 點}\}$ ， $B=\{1 \text{ 點、1 點}\}$ 的機率為 $P(A)=P(B)=\frac{1}{21}$ ，但是與前例一樣，樣本空間中每個元素出現的機會並不均等，因此必須要修正樣本空間，將 2 粒相同的骰子，視為不同的骰子，即 $S=\{(x,y)|x=1,2,3,4,5,6, y=1,2,3,4,5,6\}$

$A=\{(1,2)、(2,1)\}$ ， $B=\{(1,1)\} \Rightarrow P(A)=\frac{2}{36}$ ， $P(B)=\frac{1}{36}$ 。

[例題1] (擲骰子)

任意丟擲二粒質料均勻的骰子(即各點出現的機會均等)，求其點數和為 5 的

機率為多少？Ans： $\frac{1}{9}$

擲二個或三個骰子，求點數和的問題，常考，我們整理如下。擲兩粒相同的骰子，其點數和與發生的機率表：

點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
機率 $\frac{n}{36}(n \text{ 值})$	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

擲三粒相同的骰子，其點數和與發生的機率表：

點數和	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
機率 $\frac{n}{216}(n \text{ 值})$	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1

[例題1] (袋中取球)

一袋中有紅球 3 個，黃球 5 個，白球 2 個

(1)任取一球，取出紅球的機率=? (2)任取二球為同色的機率=?

Ans : (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{14}{45}$

[例題2] 把 C,C,E,E,I,N,S 七個字母分別寫在七張同樣的卡片上，並且將卡片放入同一個盒子中。現在從盒中隨意一張一張地將卡片取出，並將其按先後順序排成一行，試問排列結果恰好拼成 "SCIENCE" 的機率是多少? Ans : $\frac{1}{1260}$

(2)機率的性質：

根據古典機率的定義，可以得到下列機率的性質：

性質一：(非負性)每一個事件A發生的機率必在 0 與 1 之間。

即A為任一事件， $0 \leq P(A) \leq 1$ 。

性質二：(標準化)全事件發生的機率為 1，即 $P(S)=1$ 。

性質三：(加法性)：設A,B為互斥事件，則事件A,B的和事件發生的機率等於分別機率相加。即若 $A \cap B = \phi$ ，則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

[由性質三可得 $P(\phi)=0$]

這三個性質是由前蘇聯數學家科莫戈洛夫(A.Kolmogorov)所提出的，他利用這三個性質來定義機率。

(a)和事件的機率

若A,B為S的二個事件，則A與B的和事件 $A \cup B$ 發生的機率為
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 。

(b)機率的排容原理：

設A,B,C是樣本空間的三個事件，

則 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$ 。

(c)餘事件的機率

若 $A \subseteq S$ 是一個事件，則A的餘事件 A' 發生的機率 $P(A') = 1 - P(A)$ 。

(d)子集合的機率：

若事件 $A \subseteq B$ ，則 $P(A) \leq P(B)$ 。

[例題3] 設A,B為樣本空間S中的二事件， $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{4}$ ， $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$ ，求

(1) $P(A \cap B) = ?$ (2) $P(A') = ?$ (3) $P(A' \cap B) = ?$ (4) $P(A' \cup B) = ?$

Ans：(1) $\frac{11}{60}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{15}$ (4) $\frac{17}{20}$

[例題4] 投擲一粒骰子，**假設點數出現的機率與該點數成正比例**。設 A 表示出現偶數點的事件，B 表示出現奇數點的事件，C 表示出現質數點的事件。試求：

(1)出現 2 點的機率。(2) $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(C)$ (3) $P(B \cap C)$

Ans : (1) $\frac{2}{21}$ (2) $\frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{10}{21}$ (3) $\frac{8}{21}$

(練習1) 投擲 2 粒公正的骰子，點數和大於 7 的機率=? Ans : $\frac{5}{12}$

(練習2) 投擲 3 粒公正的骰子，

(1)3 粒點數均相異的機率=? (2)恰有 2 粒點數相同的機率=?

Ans : (1) $\frac{5}{9}$ (2) $\frac{90}{216}$

(練習3) 設某一隨機試驗的樣本空間 $S=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ，已知事件 $\{a_2, a_3\}$ 、 $\{a_2, a_4\}$ 、 $\{a_3, a_4\}$ 發生的機率分別為 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，則事件 $\{a_1, a_2\}$ 發生的機率=?

Ans : $\frac{1}{2}$

(練習4) A,B 為二事件，若 $P(A' \cap B') = \frac{1}{4}$ ， $P(A) = \frac{1}{3}$ ，則

(1) $P(A \cup B)$ =? (2) $P(A' - B')$ =? Ans : (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{5}{12}$

(練習5) 試證：若 A、B、C 為樣本空間 S 中三個事件，則機率滿足下列性質：

(a)若 $A \subset B$ ，則 $P(A) \leq P(B)$ 。

(b)若 $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$ 。

(c) $P((A \cup B) \cap C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$

(練習6) 擲一骰子三次，求下列各事件的機率：

(a)第一次 6 點 (b)第三次 1 點 (c)第一次 6 點或第三次 1 點。

Ans : (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{11}{36}$

(練習7) 一袋中有 3 個白球，4 個黑球，5 個紅球，從袋中任取 3 球，求下列各事件的機率：

(1)取出 1 個黑球，2 個紅球 (2)此 3 球同色

(3)此 3 球顏色都不同 (4)恰有 2 種顏色球之機率。

$$\text{Ans : (1)}\frac{2}{11} \text{ (2)}\frac{3}{44} \text{ (3)}\frac{3}{11} \text{ (4)}\frac{29}{44}$$

(練習8) 自 10 到 99 中任取一數，請求出下列事件的機率：

(1)個位數>十位數 (2)個位數=十位數

$$\text{Ans : (1)}\frac{2}{5} \text{ (2)}\frac{1}{10}$$

(練習9) 六面均塗綠漆之正方體木塊，鋸成 1000 個大小相同的小正立方體，混合放在一個袋子中，今自其中任取一塊，其 6 面均無綠漆之機率=？

$$\text{Ans : } \frac{64}{125}$$

(乙)機率問題的計算

[例題5] (機率性質的應用)

假設任意取得之統一發票，其號碼之個位數字為 0,1,2,……,9 中任一數字，且這些數字出現的機率相等。

今自三不同場所，各取得一張統一發票，則三張發票號碼個位數字中

(1)至少有一個為 0 的機率為(A)0.081 (B)0.243 (C)0.271 (D)0.300 (E)0.333

(2)至少有一個為 0，且至少有一個為 9 的機率為(A)0.048 (B)0.054 (C)0.096

(D)0.488 (E)0.667 Ans : (1)C (2)B (80 自)

[例題6] (投擲骰子)

投擲一顆骰子 5 次，出現點數以 x, y, z, u, v 表示，則求出下列事件發生的機率：

(1) x, y, z, u, v 不全相異。 (2) $(x-y)(y-z)(z-u)(u-v)=0$

$$\text{Ans : (1) } \frac{49}{54} \quad (2) \frac{671}{1296}$$

[例題7] (配對問題)

同尺寸同式樣的黑鞋 3 雙，白鞋 2 雙，任取 4 隻，則能配成 2 雙之機率為何？

$$\text{Ans : } \frac{23}{105}$$

[例題8] (撲克牌問題)

從一副撲克牌任取 5 張，求下列各種情形之機率：

(1) 同花大順(Royal Flush) (2) 葫蘆(Full House)

(3) 兩對(Two Pairs) (4) 鐵枝(AAAQ)

$$\begin{aligned} \text{Ans : (1) } \frac{C_1^4 \times C_5^5}{C_5^{52}} &= \frac{1}{649740} \quad (2) \frac{C_2^4 \times C_3^4 \times C_1^{13} \times C_1^{12}}{C_5^{52}} = \frac{6}{4165} \\ (3) \frac{C_2^4 \times C_2^4 \times C_1^4 \times C_2^{13} \times C_1^{11}}{C_5^{52}} &= \frac{198}{4165} \quad (4) \frac{C_1^4 \times C_1^{13} \times C_1^{12}}{C_5^{52}} \end{aligned}$$

[例題9] (重複實驗)

擲一均勻骰子 10 次，求恰好出現 7 次 6 點的機率是多少？Ans： $\frac{C_7^{10} \cdot 5^3}{6^{10}}$

[例題10] 一盒中有 10 個球，球上分別印有號碼 1 到 10；今由盒中取 4 球，則 4 球的號碼中第二大數目是 7 的機率為_____。 Ans：3/14 (84 社)

[例題11] (取數字)

自 1,2,3,...,10 中任取相異 3 數，則

(1)此三數成等差之機率=? (2)此三數成等比之機率=?

Ans：(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{30}$

[例題12] (分組與分堆)

12 張標示以 1,2,...,12 的卡片，任意分成兩疊，每疊各 6 張。

(1)求 1,2,3 三張在同一疊的機率=?

(2)求 1,2,3,4 四張中，每疊各有兩張的機率=?

Ans：(1) $\frac{2}{11}$ (2) $\frac{5}{11}$

[例題13] (先取完球)

袋子中有 3 紅球，5 個白球，每次取一球，直到取完球為止，則白球先被取完的機率=? Ans : $\frac{3}{8}$

(練習10) 一副撲克牌的大牌(10,J,Q,K,A)有 20 張，從中任取 4 張，求下列各事件發生的機率：

(1)花色相同(2)恰含兩種花色(3)恰為兩對(如 JJKK)

Ans : (1) $\frac{4}{969}$ (2) $\frac{80}{323}$ (3) $\frac{24}{323}$

(練習11) 設 N 個人中至少二人在同一個月出生的機率為 P(N)

(1)P(5)=? (2)P(14)=? Ans : (1) $1 - \frac{P_5^{12}}{12^5}$ (2)1

(練習12) 從一副 52 張的撲克牌中任意抽出二張，則這二張號碼相同的機率是多

少？又兩張號碼不同的機率為何？ Ans : $\frac{1}{17}$, $\frac{16}{17}$

(練習13) 同尺寸同式樣的黑襪 3 雙，白襪 2 雙，任取 4 隻(襪子不分左右腳)，則

能配成 2 雙之機率為何？ Ans : $\frac{53}{105}$

(練習14) 有 A,B,C 三房間，各可住 4 人,3 人,3 人，今有甲乙丙 10 人前往住宿，

則甲乙丙三人中至少有二人同住一間房間的機率為何？ Ans : $\frac{7}{10}$

(練習15) 從 5 對夫妻中任選 4 人，

(1)恰為二對夫妻之機率=? (2)恰為一對夫妻之機率=?

Ans : (1) $\frac{1}{21}$ (2) $\frac{4}{7}$

(練習16) 甲乙丙丁戊 5 人各出一張名片，將 5 張名片放入一袋內，今每人取出一張，求(1)恰有 2 人拿到自己的名片之機率。(2)每個人都拿到自己的名片之機率。(3)每個人都沒有拿到自己的名片。

Ans : (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{120}$ (3) $\frac{11}{30}$

(練習17) 甲乙兩人分別從 0 至 99 的 100 個數，各自選出 3 個不同的數，則兩人所選的數完全相同的機率為_____；至少有一數相同的機率為_____。

Ans : $\frac{1}{161700}$, $\frac{713}{8085}$

(練習18) 任意丟擲一粒質料均勻的骰子三次。設三次中至少出現一次 1 點的事件為 A，三件中至少出現一次 2 點的事件為 B。試求

- (1)A 不發生的機率。
- (2)A 發生的機率。
- (3)A 與 B 都發生的機率。
- (4)A 或 B 發生的機率。

Ans : (1) $\frac{125}{216}$ (2) $\frac{91}{216}$ (3) $\frac{5}{36}$ (4) $\frac{19}{27}$

(練習19) 袋子中有 20 球，分別編有 1, 2, 3, ..., 20 號的球各一個，任取 3 球，求下列各種情形之機率：

- (1)3 球之號碼和為 3 之倍數。(2)3 球之號碼成等差數列。
- (3)3 球中任 2 球之號碼均不連續。

Ans : (1) $\frac{32}{95}$ (2) $\frac{3}{38}$ (3) $\frac{68}{95}$

(練習20) 投一骰子三次，出現的點數依次為 a, b, c ，求下列滿足下列各條件的事件的機率：

- (1) $a < b < c$ (2) $a \leq b \leq c$ (3) $a + b + c = 11$ (4) $(a - b)(b - c) = 0$ (5) $(a - b)(b - c) = 2$

Ans : (1) $\frac{5}{54}$ (2) $\frac{7}{27}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{11}{36}$ (5) $\frac{1}{18}$

[提示：(4) $P = 1 - P(a \neq b \text{ 且 } b \neq c)$]

(練習21) 擲一均勻骰子 10 次，求恰好出現 4 次 6 點的機率是多少？ Ans : $\frac{C_4^{10} \cdot 5^6}{6^{10}}$

(練習22) 袋中有 20 個燈泡，其中有 3 個斷了燈絲。現在逐一檢查，在檢查到第 7 個燈泡時，恰好是第 3 個斷了燈絲的燈泡之機率=? Ans : $\frac{1}{76}$

(練習23) 袋子中有 m 個紅球， n 個白球，每次取一球，直到取完球為止，則白球先被取完的機率=？ Ans： $\frac{m}{m+n}$

綜合練習

(1) 設 A 、 B 、 C 表三事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$ ， $P(A\cap B)=P(C\cap A)=0$ ， $P(A\cap C)=\frac{1}{8}$ ，求三事件至少發生一件的機率=？

(2) 設事件 A 發生之機率為 $\frac{1}{2}$ ，事件 B 發生之機率為 $\frac{1}{3}$ ，若以 p 表事件 A 或事件 B 發生之機率，則 p 值的範圍為何？

(A) $p \leq \frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3} < p \leq \frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2} < p \leq \frac{5}{6}$ (E) $\frac{5}{6} < p$ (87 學科)

(3) 設有 A 、 B 、 C 三球隊進入決賽爭取冠軍獎盃。若 A 得冠軍的機會為 B 的 2 倍， B 得冠軍的機會為 C 的 3 倍，則 A 隊得冠軍的機率=？

(4) 設二公正的骰子，二個骰子的六面點數分別是 1,1,1,2,2,3 和 1,2,2,3,3,3，今將此二骰子同時擲出，問擲得點數為那一個數時，機率最大。

(5) 假設有一種特製的骰子，其六個面上的點數各為 2,3,4,5,6,7。現在同時投擲兩顆公正的這種骰子，則其點數和為幾點時機率最大？

(A)6 (B)7 (C)8 (D)9 (E)10 (90 自)

(6) 當使用一儀器去測量一個高為 70 單位長的建築物 50 次，所得數據為

測量值	68 單位長	69 單位長	70 單位長	71 單位長	72 單位長
次數	5	15	10	15	5

依據此數據來推測，假如在用這個儀器測量此建築物三次，則三次測得的平均值為 71 單位長的機率為_____。

(7) 擲 3 粒公正骰子，問恰有兩個點數相同的機率為_____ (88.學科)

(8) 金先生在提款時忘了帳號密碼，但他還記得密碼的四位數字中，有兩個 3，一個 8，一個 9，於是他就用這四個數字隨意排成一個四位數輸入提款機嘗試。請問他只試一次就成功的機率有多少？(92 學科)

(9) 從 1,2,...,10 這十個數中隨意任取兩個，以 p 表示其和為偶數之機率， q 表示其和為奇數之機率。試問下列哪些敘述是正確的？

(1) $p+q=1$ (2) $p=q$ (3) $|p-q| \leq \frac{1}{10}$ (4) $|p-q| \geq \frac{1}{20}$ (5) $p \geq \frac{1}{2}$ (93 學科)

(10) 已知編號為 1,2,3,...,10 的十盞路燈中，有三盞是故障的，則編號 4 與編號 5 都是故障的機率為_____。 (85 社)

(11) 袋中有 7 個相同的球，分別標示 1、2、...、7 號；若自袋中隨機取出 4 個球(取出之球不再放回)，則取出之球上的標號和為奇數的機率為_____。 (86 社)

- (12) 樂透是由 1~42 個號碼開出 6 個號碼，請問開出的 6 個號碼都是偶數的機率，最接近下列哪一個值？

_____ (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{6}{42}$ (3) $\frac{1}{2^3}$ (4) $\frac{1}{12}$ (5) $\frac{1}{2^6}$ (2003 指定乙)

- (13) 台北銀行最早發行的樂透彩(俗稱小樂透)的玩法是「42 選 6」：購買者從 01~42 中任選六個號碼，當這六個號碼與開出的六個號碼完全相同(不計次序)時即得頭獎；台北銀行曾考慮改發行「39 選 5」的小小樂透：購買者從 01~39 中任選五個號碼，當這五個號碼與開出的五個號碼完全相同(不計次序)時即得頭獎。假設原來的小樂透中頭獎的機率是 R ，而曾考慮發行的小小樂透中頭獎的機率是 r 。試問比值 $\frac{r}{R}$ 最接近下列那一個選項？

(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11。(2005 學科能力測驗)

- (14) 在右圖的棋盤方格中，隨機任意選取兩個格子。選出的兩個格子不在同一行(有無同列無所謂)的機率為

(1) $\frac{1}{20}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{4}{5}$ 。(2006 學科能力測驗)

- (15) 投擲一粒公正骰子 4 次，每個點出現的機會均等，試求
(a)恰好有 2 次出現 1 點之機率 (b)至少有 2 次出現 1 點的機率。
- (16) 設甲乙丙三人猜拳(剪刀石頭布)時，甲得勝的機率為多少？三人不分勝負之機率為多少？
- (17) 自 1,2,3,...,100 中任取相異 3 數，則此三數成等差之機率=？
- (18) 設集合 $M=\{1,2,3,4,5,...,10\}$ 中，任取三個數字，求下列事件發生的機率：
(a)出現三個連續數字 (b)恰出現二個連續數字 (c)不出現連續數字
- (19) 設袋子中有 42 個相同的球，分別標上 1,2,3,...,42 等 42 個號碼，甲乙兩人各自袋中任意取出一球，然後比較取出球上數字的大小。設每個球被取出的機會均等，而且各人取球後仍放回袋中，則甲取出之球上數字不小於乙取出之球上數字的機率=？
- (20) 設 HBL 共有 16 對參賽，先抽籤均分成甲乙丙丁 4 組進行分組預賽，(每組有 4 對)，則松山高中、再興中學、三民家商在預賽中分在不同組的機率=？
- (21) 一個特別號碼。若 6 個號碼全猜中，則得頭獎；若 6 個號碼中猜中 5 個再猜中特別獎，則得貳獎；若 6 個號碼中猜中 5 個但沒猜中特別號碼，則為三獎；若 6 個號碼中猜中 4 個，則為四獎；若 6 個號碼中猜中 3 個，則為五獎；試求出各獎發生的機率。
- (22) 某休旅車有 3 排座位，每排坐 2 人，今有 3 男 3 女入座，則每排均坐 1 男 1 女之機率=？

- (23) 自 1,2,3,4,5 中取出 3 個相異數字作成三位數，則
 (a)此三位數是偶數的機率=？ (b)此三位數是 4 的倍數的機率=？

- (24) 任意而且獨立的用 4 或 5 代入二階行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的四個元 a,b,c,d 所得的行列式
 值為奇數的機率=？

進階問題

- (25) 設有一電梯自 1 樓開始升到 6 樓，今有 4 人自 1 樓乘坐，電梯在二、三、四、五、六樓均有停留，則在某樓至少有二人走出之機率=？
- (26) 把 r 個相同的球隨機放入 n 個箱子，假設每個箱子都可以一次放 r 個球，試求每個箱子至多有一個球的機率。 $(n \geq r)$

綜合練習解答

- (1) $\frac{5}{8}$
- (2) (D)
- (3) $\frac{3}{5}$
- (4) $\frac{7}{18}$ (4 點時)
- (5) (D)
- (6) $\frac{9}{125}$
- (7) 90/216
- (8) $\frac{1}{12}$
- (9) (1)(4)
- (10) 1/15
- (11) 17/35
- (12) (5)
- (13) (4)
- (14) (5)
- (15) (a) $\frac{25}{216}$ (b) $\frac{155}{1296}$
- (16) $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}$
- (17) $\frac{1}{66}$ [提示：此三數中最大與最小同為奇數或同為偶數， $P = \frac{C_2^{50} + C_2^{50}}{C_3^{100}}$]

$$(18) \quad (a) \frac{1}{15} \quad (b) \frac{7}{15} \quad (c) \frac{7}{15}$$

$$(19) \quad \frac{43}{84} \quad [\text{提示：} P=1-\frac{C_2^{42}}{42 \times 42}]$$

$$(20) \quad \frac{16}{35}$$

$$(21) \quad \text{頭獎：} \frac{1}{C_6^{42}}, \text{貳獎：} \frac{6}{C_6^{42}}, \text{三獎：} \frac{C_5^6 \cdot C_1^{35}}{C_6^{42}}, \text{四獎：} \frac{C_4^6 \cdot C_2^{36}}{C_6^{42}}, \text{五獎：} \frac{C_3^6 \cdot C_3^{36}}{C_6^{42}}$$

$$(22) \quad \frac{2}{5}$$

$$(23) \quad (a) \frac{2}{5} \quad (b) \frac{1}{5}$$

$$(24) \quad \frac{3}{8}$$

$$(25) \quad \frac{101}{125} \quad [\text{提示：機率}=1-(\text{二、三、四、五、六樓中，每樓至多有一人走出})=1-\frac{P_4^5}{5^4}]$$

$$(26) \quad \frac{C_r^n \cdot r!}{n^r}$$