

§1-2 簡單的邏輯概念

(甲)敘述

(1)能辨別真偽的語句可稱為**敘述**，通常以 p, q, r, \dots 等來表示敘述，而不能判別真偽的語句稱為**開放語句**。

例如：

「0 是偶數」：正確的敘述

「1 是質數」：錯誤的敘述

「老師很帥」：無法判斷真假 \Rightarrow 不是敘述（開放語句）

注意：在數學上，我們關心的是那些可以判別出真偽的語句(敘述)。

(2)否定敘述：

設 p, q 是兩個敘述，如果這兩個敘述滿足下列關係的話，

我們就稱 p, q 互為否定敘述。記為 $\sim p = q$ 或 $\sim q = p$ 。

由假設敘述 p 為真，可以據此推得敘述 q 為偽。

由假設敘述 p 為偽，可以據此推得敘述 q 為真。

(3)敘述的連結與敘述的否定

複合敘述：兩個或兩個以上敘述組成一個新的敘述稱為**複合敘述**。

例如：敘述 p ：「2 是唯一的偶質數」，敘述 q ：「25 是完全平方數」

敘述 p 且敘述 q ：「2 是唯一的偶質數」且「25 是完全平方數」

敘述 p 或敘述 q ，「2 是唯一的偶質數」且]或「25 是完全平方數」

上面兩個皆為複合敘述。

符號的介紹：

(a) \forall ：所有的，每一個，任意的

(b) \exists ：存在，至少有一個

(c) \wedge (且)：一個敘述「 $p \wedge q$ 」只有在 p, q 都是真的，這個敘述才是真的。

例： $(3 \leq 5) \wedge (-4 \geq -7)$ 為真， $(\text{正三角形內角和 } 180^\circ) \wedge (5 \geq 90)$ 為偽

(d) \vee (或)：一個敘述「 $p \vee q$ 」只要 p, q 其中一個是真的(至少有一個)，這個敘述就是真的。

例： $(3 \leq 5) \vee (-4 \geq -7)$ 為真

如何寫出否定敘述：

例如：

「 $a^2 + b^2 = 0$ 」的否定敘述 \Rightarrow

「 $x < 5$ 」的否定敘述 \Rightarrow

「所有的奇數都是質數」的否定敘述 \Rightarrow

「有人考試作弊」的否定敘述 \Rightarrow

「 $x+y\neq 2$ 或 $x-y=5$ 」的否定敘述 \Rightarrow

「 $x+2=3$ 且 $x-1\leq 5$ 」的否定敘述 \Rightarrow

觀念一：

敘述的否定：

(a) 「全體……」的否定為「至少存在有一……」

(b) 「至少存在有一……」的否定為「全體……」

(c) (p 且 q) 的否定為非 p 或非 q 即 $\sim(p\wedge q)\equiv\sim p\vee\sim q$

(d) (p 或 q) 的否定為非 p 且非 q 即 $\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q$

[例題1] 下列何者敘述？

- (A) -3 是整數
- (B) 對於所有的實數 x ， $x^2=3x$
- (C) 可以找到一個自然數 x 滿足 $x^2=3x$ 。
- (D) 無尾熊很可愛
- (E) $5<2$ Ans：ABCE

[例題2] 試寫出下列敘述的否定敘述：

- (1) 所有自然數都大於 0 。
- (2) 存在實數 x ，滿足 $x\leq 5$ 。
- (3) $x\geq 1$ 或 $x<-4$
- (4) $1<a<3$
- (5) $(x-1)(y+5)\neq 0$

[例題3] 假設甲、乙、丙分別代表下列三個敘述：

甲：矩形是正方形。

乙：正三角形是等腰三角形。

丙：每個三角形至少有一個內角不小於 60°

試判斷下列各敘述的真偽：

(1)甲且乙 (2)甲且丙 (3)甲或乙 (4)非甲且丙 (5)非乙或丙 (6)甲且乙且丙。

(練習1) 下列敘述何者為真？

(A) $3 \neq 2$ (B) $7 \geq 7$ (C)0.6 為有理數 (D)三角形內任一點到三頂點距離和小於三邊和

Ans：(A)(B)(C)(D)

(練習2) 寫出下列的否定敘述

(A)每個人都愛國

(B)有的人不及格

(C)美國洛杉磯湖人隊得到 NBA 冠軍或巴西隊沒有獲得世界盃冠軍。

(D)台灣在地球的北半球且阿根廷在地球的南半球。

Ans：(A)有人不愛國。(B)所有的人都及格。

(C)美國洛杉磯湖人隊沒有得到 NBA 冠軍且巴西隊獲得世界盃冠軍。

(D)台灣不在地球的北半球或阿根廷不在地球的南半球。

(練習3) $(x-1)(y-2)=0$ 的否定是：

(A) $(x-1)(y-2) \neq 0$ (B) $x=1$ 且 $y \neq 2$ (C) $x=1$ 或 $y \neq 2$ (D) $x \neq 1$ 且 $y \neq 2$ (E) $x \neq 1$ 或 $y \neq 2$

Ans：(A)(D)

(練習4) 設 a, b 為實數，則 $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 0$ 的否定敘述是：

(A) $(a-1)^2 + (b-1)^2 \neq 0$ (B) $a \neq 1$ 或 $b=2$ (C) $a \neq 1$ 或 $b \neq 2$

(D) $a \neq 1$ 且 $b=2$ (E) $a \neq 1$ 且 $b \neq 2$

Ans：(A)(C)

(練習5) 試判斷下列敘述的真假。

(1) $5 \geq 0$ (2) $3 \leq 3$ (3) $2 \geq 3$ (4) $[3 > 2]$ 或 $3=2$

(5) $[3 > 2]$ 且 $3=2$ (6) $[3 > 1]$ 且 $5 > 10$ (7) $[3 > 1]$ 或 $5 > 10$

Ans：1247

(乙) 命題

(1) 何謂命題：

在數學的語句中，我們常用「若敘述A…，則敘述B…」這一類的複合敘述來描述問題，我們稱之為**命題**，而敘述A稱為**前提**，敘述B稱為**結論**。記為 $A \rightarrow B$ 。

例如：

命題甲：若某四邊形為菱形，則該四邊形為平行四邊形。

前提

結論

命題乙：若 x 是實數且 $x \geq 2$ ，則 $x^2 \geq 4$ 。

前提

結論

命題丙：若兩個三角形面積相等，則這兩個三角形全等。

前提

結論

討論前三個命題的真偽：

命題甲：因為菱形ABCD的四個邊都等長，所以每一雙對邊都等長。

即 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DA}$ ，故菱形一定是平行四邊形。

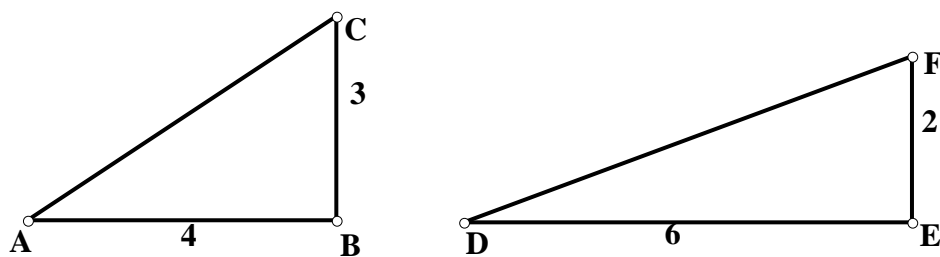
所以命題甲是真命題。

命題乙：因 $x \geq 2$ ，兩邊同乘正數 x 得 $x^2 \geq 2x$ ，另外 $x \geq 2$ ，兩邊同乘2得 $2x \geq 4$ 。

故 $x^2 \geq 2x \geq 4$ ，即 $x^2 \geq 4$ 。

所以命題乙是真命題。

命題丙：如圖，兩個直角三角形 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 有相同面積6，但它們並不全等。



故面積相等的兩個三角形，並不保證它們全等。

所以命題丙是偽命題。

要確定一個命題是偽命題，只要舉出一個滿足前提而不滿足結論的實例就可以了。數學上稱為舉反例。

一般而言，當 $A \rightarrow B$ 為正確命題時，用符號「 $A \Rightarrow B$ 」表示，讀作「A 蘊涵 B」。

[例題4] 對 $\triangle ABC$ 而言，試判斷下列命題的真偽？

(A)若最小內角小於 60° ，則三邊不全相等。

(B)若三內角相等，則三邊相等。

(C)若 $\angle A$ 為最大角，則 \overline{BC} 為最大邊。

(D)若 $\triangle ABC$ 內接於一圓，則 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

Ans：(A)(B)(C)為真

[例題5] 試判斷下列命題的真偽？

(A)若 $x > 1$ ，則 $x > 3$ 。

(B)若 $-2 < x < 5$ ，則 $-4 < x < 8$ 。

(C)若 $x \geq 1$ ，則 $x > 1$ 。

(D)若 $a \geq b$ 且 $a \leq b$ ，則 $a = b$ 。

(E)若 $x > 1$ ，則 $x \geq 1$ 。 Ans：(B)(D)(E)為真

(2)直接證法：

利用國中所學的幾何知識，可知下面的命題皆為真。

命題甲：敘述 p ：「四邊形為正方形」 \Rightarrow 敘述 q ：「四邊形為菱形」

命題乙：敘述 q ：「四邊形為菱形」 \Rightarrow 敘述 r ：「四邊形為平行四邊形」

由命題甲與命題乙，

可知命題敘述 p ：「四邊形為正方形」 \Rightarrow 敘述 r ：「四邊形為平行四邊形」為真。

「 \Rightarrow 」滿足遞移律，即設 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow r$ ，那麼 $p \Rightarrow r$ 。

直接證法：

由前提出發，經過一連串正確命題的推導：

$p \Rightarrow p_1$ ； $p_1 \Rightarrow p_2$ ；...； $p_{n-1} \Rightarrow p_n$ ； $p_n \Rightarrow q$ ，再由蘊含關係的遞移律，導致 $p \Rightarrow q$ 這個命題是成立的，此種證法稱為**直接證法**。

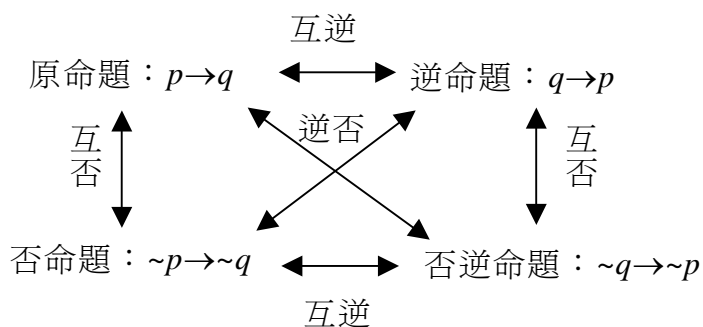
(3)四種命題：

原命題： $p \rightarrow q$

逆命題： $q \rightarrow p$

否命題： $\sim p \rightarrow \sim q$

否逆命題： $\sim q \rightarrow \sim p$



例如：

原命題：若 $\triangle ABC$ 為直角三角形，則 $\triangle ABC$ 中，有兩邊平方和等於第三邊平方。	真
逆命題：	
否命題：	
否逆命題：	

原命題：若兩個三角形面積相等，則這兩個三角形全等	偽
逆命題：	
否命題：	
否逆命題：	

原命題：若兩個三角形三邊相等，則這兩個三角形三內角相等	真
逆命題：	
否命題：	
否逆命題：	

等價命題：兩個命題同為真或同為偽，稱兩個命題為等價命題。

根據以上的例子：

(a)原命題和它的逆命題不一定同時正確。

(b)原命題與否逆命題為等價命題。

(4)充分條件與必要條件：

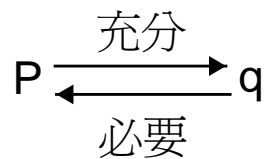
(a)充分、必要條件的定義：

命題「敘述 $p \rightarrow$ 敘述 q 」為**真命題**，表示敘述 p 可充分推演出敘述 q ，而敘述 q 是敘述 p 的必要結論。因此我們稱 p 為 q 的**充分條件**；敘述 q 為敘述 p 的**必要條件**。

(b)充要條件的定義：

命題「敘述 $p \rightarrow$ 敘述 q 」與它的逆命題「敘述 $q \rightarrow$ 敘述 p 」都是真命題，那麼稱敘述 p 是敘述 q 的**充分必要條件**，簡稱為**充要條件**。記為 $p \Leftrightarrow q$

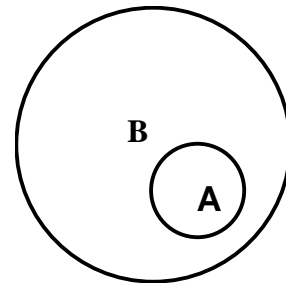
因為敘述 $p \Rightarrow$ 敘述 q ，所以敘述 p 是敘述 q 的充分條件。
因為敘述 $q \Rightarrow$ 敘述 p ，所以敘述 p 是敘述 q 的必要條件。



用集合的觀點來看：

設 $A = \{x | x \text{ 滿足敘述 } p\}$ ， $B = \{x | x \text{ 滿足敘述 } q\}$

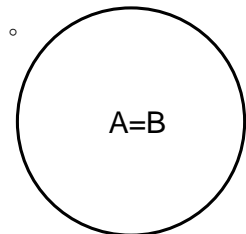
(1)命題「敘述 $p \Rightarrow$ 敘述 q 」為真 $\Leftrightarrow A \subset B$



例如： $A = \{x | x \text{ 為正三角形}\}$ ， $B = \{x | x \text{ 為等腰三角形}\}$

因為 $A \subset B$ ，所以正三角形為等腰三角形的充分條件，但等腰三角形不一定為正三角形，所以我們可以說「正三角形為等腰三角形的充分非必要條件」。

(2)敘述 p 、敘述 q 互為充要條件 $\Leftrightarrow A = B$

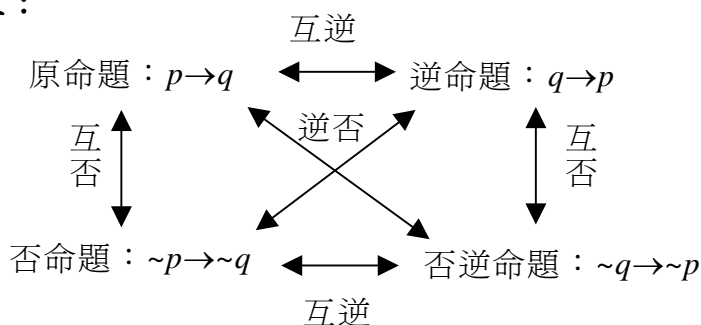


敘述 $p \Rightarrow$ 敘述 $q \Leftrightarrow A \subset B$

敘述 $q \Rightarrow$ 敘述 $p \Leftrightarrow B \subset A$

觀念二：

(1)



(2)命題「敘述 $p \rightarrow$ 敘述 q 」為真命題，

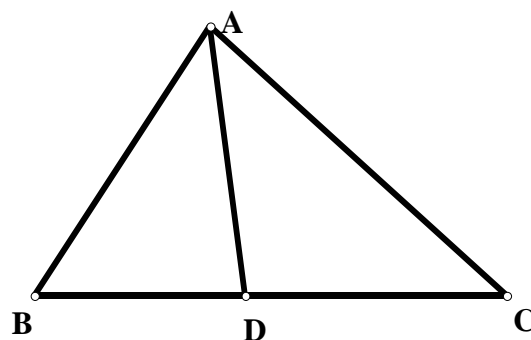
稱 p 為 q 的充分條件；敘述 q 為敘述 p 的必要條件。

(3)命題「敘述 $p \rightarrow$ 敘述 q 」與它的逆命題「敘述 $q \rightarrow$ 敘述 p 」都是真命題，

稱敘述 p 是敘述 q 的充分必要條件，簡稱為充要條件。

(4)原命題與否逆命題為等價命題。

[例題6] 若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 的分角線 \overrightarrow{AD} 交 \overline{BC} 於 D ，則 $BD:DC=BA:AC$ 。



[例題7] 假設坐標平面上一非空集合 S 內的點 (x,y) 具有以下性質：「若 $x>0$ ，則 $y>0$ 」。試問下列哪些敘述對 S 內的點 (x,y) 必定成立？_____。

(1)若 $x\leq 0$ ，則 $y\leq 0$ (2)若 $y\leq 0$ ，則 $x\leq 0$ (3) 若 $y>0$ ，則 $x>0$

(4) 若 $x>1$ ，則 $y>0$ (5) 若 $y<0$ ，則 $x\leq 0$ 。(92學科能力測驗)

Ans：(2)(4)(5)

(練習6) 證明命題：若自然數 n 的個位數字是5，則 n 為5的倍數。

[提示：可假設 $n=10a+5$ ， a 為非負整數]

(練習7) 是判別命題的真偽，若是真請證明，若為偽，請舉反例。

「互為補角的兩個角不相等。」

(練習8) 若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 的外角平分線 \overrightarrow{AD} 交 \overline{BC} 於 D ，則 $BD:DC=BA:AC$ 。

(練習9) 利用直接證法證明命題：

若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle B=90^\circ$ 、 $\angle C=60^\circ$ ，則 $\overline{BC}:\overline{CA}:\overline{AB}=1:2:\sqrt{3}$ 。

[例題8] (A)充分非必要(B)必要非充分(C)充要(D)非充分且非必要
將(A)(B)(C)(D)填入下列空格

(1)「 $x=1$ 」為「 $x^2-3x+2=0$ 」的_____條件。

(2)「 $-1\leq x\leq 4$ 」為「 $x>-3$ 」的_____條件。

(3)「 $ab<0$ 」為「 a 、 b 之中必有一者為負」的_____條件。

(4) 「 $a \neq b$ 」 爲 「 $a^2 \neq b^2$ 」 的_____條件。

(5) 「 $a=b$ 」 爲 $a^2=b^2$ 的_____條件。

(6) 「 $|a|=|b|$ 」 爲 $a=b$ 的_____條件。

(7) 「 $a=b=0$ 」 爲 「 $a^2+b^2=0$ 」 的_____條件。

(8) 「 $x>2$ 」 爲 「 $|x|<2$ 」 的_____條件。

Ans : (1)A(2)A(3)A(4)B(5)A(6)B(7)C(8)D

[例題9] 設 x 爲實數，

(1) 設 $|x+2| \leq 4$ 爲 $|x-1| \leq k$ 之充分條件，則求 k 的範圍。

(2) 設 $|x+2| \leq 4$ 爲 $|x-1| \leq k$ 之必要條件，則求 k 的範圍。

Ans : (1) $k \geq 7$ (2) $k \leq 1$

(練習10) 原命題：「若天下雨則地面會濕」，請寫出逆命題、否命題、否逆命題。

Ans：逆命題：「若地面會濕則天下雨」

否命題：「若天沒下雨則地面不會濕」

否逆命題：「若地面不會濕則天沒下雨」

(練習11) 完成下面的表格：

原命題：若四邊形為平行四邊形，則其對角線互相平分。	真
逆命題：	
否命題：	
否逆命題：	

(練習12) 下列各小題中p是q的什麼條件？

(充分非必要、必要非充分、充要、皆不是)

(1) $p: x < 1$; $q: x^2 < 1$

(2) $p: |x+y| = |x| + |y|$; $q: xy \geq 0$

(3) n是自然數， $p: n$ 是4的倍數； $q: n+1$ 是5的倍數

(4) $p: A, B, C$ 三點滿足 $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

$q: A, B, C$ 三點在一直線上

(5) $p: C$ 到線段 \overline{AB} 的兩端點距離相等

$q: C$ 在線段 \overline{AB} 的垂直平分線上

(6) $p: \triangle ABC$ 中，有一角是直角

$q: \triangle ABC$ 中，有兩邊平方和等於第三邊平方

(7) x 為實數， $p: 1 < x < 2$ ； $q: 1 \leq x \leq 2$

Ans：(1)必要非充分 (2)充要 (3)皆不是 (4)充分非必要

(5)充要 (6)充要 (7)充分非必要

(練習13) 原命題：「設 x, y 為實數，若 $x^2 + y^2 > 0$ ，則 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$ 」的

(1)逆命題為_____ 真偽_____。

(2)否命題為_____ 真偽_____。

(3)逆否命題為_____ 真偽_____。

Ans：若 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$ ，則 $x^2 + y^2 > 0$ ，真

若 $x^2 + y^2 \leq 0$ ，則 $x = 0$ 且 $y = 0$ ，真

若 $x = 0$ 且 $y = 0$ ，則 $x^2 + y^2 \leq 0$ ，真

(丙)反證法

有時候命題用直接證法感到無從著手，困難重重，此時可以考慮另一種證題方法——反證法。

反證法是從「結論的反面」出發，通過一系列正確無誤的推理，最後導致題設條件、公設、定義、公理、公式…等等數學上已知的事實中的某一種相矛盾，所以得出「結論的反面」不成立，從而肯定「命題的結論」是正確的。

反證法的步驟：

Step1：反面假設：否定命題的結論。

Step2：導出矛盾：把反面的假設作為輔助條件，添加到命題的前提中，從這些條件出發，最後導出矛盾。

Step3：肯定結論：「否定命題的結論」不成立，所以肯定「命題的結論」。

反證法與舉反例的差別：

反證法是一種證明命題為真的一種方法，而舉反例是為了確定一個命題是偽命題的方法。

[例題10] n 為自然數，試證明「 n 是偶數」 \Leftrightarrow 「 n^2 是偶數」。

[例題11] 設 a, b, c 為奇數，證明：方程式 $ax^2+bx+c=0$ 沒有整數解。

[例題12] 試證明質數有無窮多個。

(練習14) n 是 3 的倍數 $\Leftrightarrow n^2$ 是 3 的倍數。

(練習15) 設 a, b 是正實數，試證明：若 $a^2 + b^2 > 50$ 則 $a > 5$ 或 $b > 5$ 。

(練習16) 試證明下列命題成立：「若有 k 隻鴿子，棲息在 $k-1$ 個鴿籠中，則一定有 1 個鴿籠，至少棲息 2 隻鴿子。」

邏輯的簡介：

(1) 邏輯是「必然有效的推論規則」，因此邏輯所涉及的不是經驗語句的真偽問題，而是決定那些規律可以保證推論有效的問題。

(2) 在判斷某些外在真實環境的單獨語句之真偽，例如在判斷「海豚是魚」這句話是否為真時，我們並不是在做推論。靠推論並不能決定「海豚是魚」這句話是否為真或假。這類問題的真假必須依賴自然科學所記載的事實知識去尋求解答，而不能用邏輯推論的法則決定該語句的真偽。一個語句只有落在要做推論的場合，才會發生是否合於邏輯的問題。在判斷一個與外在事實知識相關的單獨語句之真假過程中，因為並不會發生從一個語句推論到另一個語句的情形，所以根本就不會發生「邏輯判斷」的過程，當然也不會發生所謂「合邏輯」與「不合邏輯」的問題了。

例如有人說：「現今大氣中有氧氣約佔 $\frac{4}{5}$ 」這句話不符合事實，但不能說這句話不合邏輯。

[例題13] (邏輯的運用)

設有 A, B, C, D 四個有顏色的球，若 A 為綠色，則 B 為紅色，若 B 為紅色，則 C 為藍色，若 D 非白色，則 A 為綠色，今已知 C 非藍色，則可推知， D 為(A)綠色 (B)紅色 (C)藍色 (D)白色。

Ans：(D)

(練習17) 未經鹿酒熊老師允許，他的五個學生中的一個或幾個學生就把幾堂課給蹺掉了。當他查問時，五個學生分別回答如下：

查理：一個人蹺了課。

互搏：兩個人蹺了課。

翔思：三個人蹺了課。

愛馬：四個人蹺了課。

甲仁：五個人蹺了課。

鹿酒熊老師根據過去他對他的學生品行的了解（誠實的同學不蹺課，蹺課的同學不誠實），就知道誰說的是謊話，誰說的是實話。那麼蹺課的人數是(1)1 (2)2 (3)3 (4)4 (5)5 Ans：(4)

綜合練習

(1) 寫出下列兩命題的逆命題、否命題、否逆命題，並判斷這些命題的真偽。

(a)若 $a=b$ ，則 $ac=bc$ 。 (b) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=\angle B$ ，則 $\overline{BC}=\overline{AC}$ 。

(2) 設 a, b, c 為三相異實數，今已知下列兩命題為真：「若 a 不為最小，則 b 為最小」，「若 c 不為最小，則 b 最大。」，試問：

(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < c < a$ (D) $b < a < c$ (E) $c < a < b$ 。

(3) 某校有 10 個班級，每班各有 50 人。已知每班至少有 1 人戴眼鏡，則可推知
(A)每班都有不戴眼鏡的人。(B)全校學生至少有 10 人戴眼鏡。(C)至少有一班，該班有人沒戴眼鏡。(D)對於任何一班的某位學生，同班其餘 49 人中至少有 1 人戴眼鏡。

(4) 由王昌齡出塞中的「但使龍城飛將在，不教胡馬渡陰山」可推知
(A)若胡馬渡陰山，則龍城飛將不在。(B)若龍城飛將不在，則胡馬渡陰山。
(C)若胡馬不渡陰山，則龍城飛將在。(D)若胡馬不渡陰山，則龍城飛將不在。

(5) 在下列小題中填入充分、必要、充要、非充分非必要

a, b 為實數

(a) $a=b=0$ 為 $a+b=0$ 之_____條件。

(b) $a>b$ 為 $a^2>b^2$ 之_____條件。

(c) $a+b>0$ 且 $a-b>0$ 為 $|a|>|b|$ 之_____條件。

(d) $a=b=0$ 是 $a^2-3ab+2b^2=0$ 之_____條件。

(e) $a>b$ 為 $a^3>b^3$ 之_____條件。

(f) $ab=0$ 是 $a^2+b^2=0$ 之_____條件。

(6) 從下列選項中選擇一最適當的填入下列空格處，其中之文字皆為實數：

(A)充分非必要(B)必要非充分(C)充要(D)非充分且非必要

(a)($\triangle ABC$ 是正 \triangle)為($\triangle ABC$ 是等腰 \triangle)之_____條件

(b)($\angle A$ 為直角)是($\triangle ABC$ 為直角三角形)之_____條件

(c) $\triangle ABC$ 中， $\angle A=\angle B$ 是 $\overline{BC}=\overline{AC}$ 之_____條件

(d)設 a, b, c 為 $\triangle ABC$ 的三邊長，則 $(a-b)(b-c)(c-a)=0$ 為 $\triangle ABC$ 是正三

角形的_____條件
(e)(兩線平行)是(同位角相等)之_____條件

(7) 對四邊形 ABCD 而言，

- (a) ABCD 為平行四邊形是對角線互相平分之_____條件。
- (b) ABCD 為矩形是對角線互相平分之_____條件。
- (c) ABCD 為菱形是對角線互相垂直之_____條件。
- (d) 對角線互相垂直平分是正方形之_____條件。

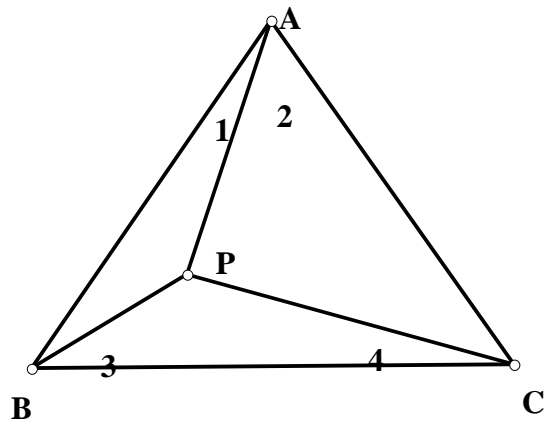
(8) 試證方程式 $3x^2 - 17x - 5 = 0$ 沒有整數解。

(9) 證明平均數原則：

設 10 個正數 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 的總和是 35

- (a) 必有一個正數 ≥ 3.5 。
- (b) 必有一正數 ≤ 3.5 。

(10) 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle 1 < \angle 2$ ，試證： $\angle 3 > \angle 4$ 。



(11) A,B,C,D,E 五人中恰有三人說謊，他們互相批評：

- (1) A 說：「B 不說謊，E 也不說謊」
 - (2) B 說：「C 說謊」
 - (3) C 說：「D 說謊」
 - (4) D 說：「E 說謊」
 - (5) E 說：「B 與 C 都說謊」
- 聽了這些說詞之後，請判別那些人說謊？

(12) 中山高速公路重慶北路交流道南下入口匝道分成內、外兩線車道，路旁立有標誌「外側車道 大客車專用」。請選出**不違反**此規則的選項：

(93 學科能力測驗)

- (1) 小型車行駛內側車道
- (2) 小型車行駛外側車道
- (3) 大客車行駛內側車道
- (4) 大客車行駛外側車道
- (5) 大貨車行駛外側車道

綜合練習解答

- (1)(a)原命題為真，逆命題：若 $ac=bc$ ，則 $a=b$ 。(偽)，否命題：若 $a \neq b$ ，則 $ac \neq bc$ 。(偽)，否逆命題：若 $ac \neq bc$ ，則 $a \neq b$ 。(真)(b)原命題為真，逆命題：若 $\overline{BC}=\overline{AC}$ ，則 $\angle A=\angle B$ 。(真)，否命題：若 $\overline{BC} \neq \overline{AC}$ ，則 $\angle A \neq \angle B$ 。(真)，否逆命題：若 $\overline{BC} \neq \overline{AC}$ ，則 $\angle A \neq \angle B$ 。(真)
- (2)(B)
- (3)(B)
- (4)(A)
- (5)(a)充分(b)非充分非必要(c)充分(d)充分(e)充要(f)必要
- (6)(a)A (b)A (c)C (d)B (e)C
- (7)(a)充要 (b)充分 (c)充分 (d)必要
- (8)設有整數解 m, n ，利用根與係數的關係去找尋矛盾。
- (9)利用反證法
- (10)假設 $\angle 3 \leq \angle 4 \Rightarrow \overline{PC} \leq \overline{PB}$ 因為 $\overline{AB}=\overline{AC}$ ， $\overline{AP}=\overline{AP}$ ，所以 $\angle 2 \leq \angle 1$ (矛盾)
- (11)A、C、E 說謊[提示：(a)若 A 不說謊，則 $\begin{cases} B \text{不說謊} \\ E \text{不說謊} \end{cases} \Rightarrow C \text{說謊} \Rightarrow D \text{不說謊} \Rightarrow E$ 說謊(產生矛盾)故 A 說謊。(b)若 B 不說謊 $\Rightarrow C \text{說謊} \Rightarrow D \text{不說謊} \Rightarrow E \text{說謊}$ (不產生矛盾)(c)若 C 不說謊 $\Rightarrow D \text{說謊} \Rightarrow E \text{不說謊} \Rightarrow B$ 與 C 都說謊(產生矛盾)。(d)若 D 不說謊 $\Rightarrow E \text{說謊} \Rightarrow B、C$ 不全說謊 $\therefore C$ 不說謊會產生矛盾 $\therefore B$ 不說謊 $\Rightarrow C \text{說謊} \Rightarrow D \text{不說謊}$ (不產生矛盾)
(e)若 E 不說謊 $\Rightarrow B$ 與 C 都說謊 $\therefore B$ 說謊 $\therefore C$ 不說謊，顯然矛盾。]
- (12)(1)(3)(4)[解法：「外側車道 大客車專用」此句子的意義是「若是外側車道，則只能行駛大客車」否逆命題為「若不是大客車，則不可行駛外側車道」要違反此規則的選項，必是這個命題或其否逆命題的反例(2)「小型車行駛外側車道」是其否逆命題的反例。(5)「大貨車行駛外側車道」是其否逆命題的反例。故選(1)(3)(4)]。