例 6.7

設 μ 表示消費者更換手機之平均時間，樣本 $n=36>30$ 為大樣本，因此依中央極限定理得知，樣本平均數 $\bar{x}$ 會近似常態分配，而 μ 之區間估計為 $\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$，$\bar{x}=16.33$(月)，$s=4.29$(公斤)，其中 σ 未知，故以 s 估計之。

(1) $1-\alpha=0.95$，$\frac{\alpha}{2}=0.025$，$Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.025}=1.96$

$$\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.96 \frac{4.29}{\sqrt{36}} = 16.33 \pm 1.40$$

即 $(14.93, 17.73)$ ※

↳ 95 %

(2) $1-\alpha=0.90$，$\frac{\alpha}{2}=0.05$，$Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.05}=1.645$

$$\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.645 \frac{4.29}{\sqrt{36}} = 16.33 \pm 1.18$$

即 $(15.15, 17.51)$ ※

↳ 90 %

例 6.9

設 μ 表示新品牌省電燈泡之平均壽命

$n=12$，小樣本 σ 未知，為 t 分配

$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$，$\bar{x}=15{,}291.67$

$s=\sqrt{\Sigma(x_i-\bar{x})^2/(n-1)}=197.52$

(1) μ 之點估計為 $\bar{x}=15{,}291.67$

(2) $1-\alpha=0.90$，$\frac{\alpha}{2}=0.05$，自由度為 $n-1=12-1=11$　$t_{0.05}(11)=1.796$

$$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} = 15{,}291.67 \pm 1.796 \frac{197.52}{\sqrt{12}} = 15{,}291.67 \pm 102.41$$

即 $(15{,}189.26, 15{,}394.08)$ ※

(3) μ 之 90 % 的區間長度為

$$15{,}394.08 - 15{,}189.26 = 204.82$$ ※

例 6.19

依題意，$1-\alpha=0.95$，$Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.025}=1.96$，$e=0.01$，$s=0.05$，$\sigma$ 未知，故由 s 估計值代入，則所需樣本數為

$$n=\left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} s}{e}\right)^2=\left(\frac{1.96 \times 0.05}{0.01}\right)^2=96.04$$

取 $n=97$，樣本數應再抽 $97-35=62$ 袋，才能確保 μ 的估計誤差界限不超過 0.01 公斤的機率為 0.95。※