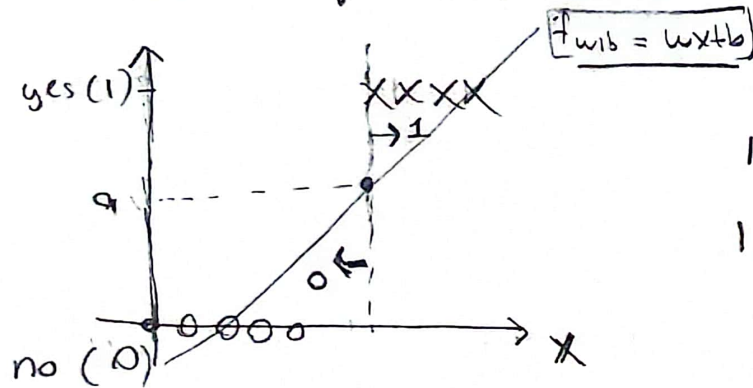


## Classification

\*  $y$  can only be one of two values. This type of classification is called binary classification.



$$0 < a < 1$$

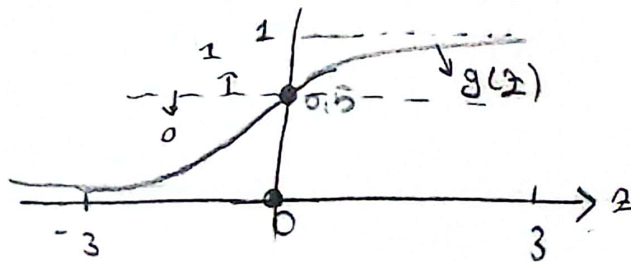
$$\text{If } f_{w,b}(x) < a \rightarrow \hat{y} = 0$$

$$\text{If } f_{w,b}(x) \geq a \rightarrow \hat{y} = 1$$

## Logistic Regression

Logistic regression is used to solve binary classification problems with output label  $y$  is either zero or one.

### Sigmoid function (logistic function)



\* outputs between 0 and 1.

$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad 0 < g(z) < 1$$

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x})$$

$$z = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$$

"logistic regression"

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = g(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) = \left[ \frac{1}{1 + e^{-(\vec{w} \cdot \vec{x} + b)}} \right]$$

$$P(y=0) + P(y=1) = 1$$

\* Lojistik regresyon, iki veri faktörü arasındaki ilişkiyi bulmak için matematikten yararlanarak bir veri analizi tekniğidir. Lojistik regresyon, daha sonra diğerine dayalı bu faktörlerden birinin değerini tahmin etmek için bu ilişkiyi kullanır. Tahminin evet ya da hayır gibi sınırlı sonucu vardır.

Lojistik regresyon, yapay zeka ve makine öğrenimi alanında önemli bir tekniktir. Lojistik regresyon kullanılarak oluşturulan ML modelleri, kurulumları nispeten kolaydır ve verilerden eğilime dönüştürülebilir öngörüler elde etmeye yardımcı olur.

### Decision Boundary

$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b > 0$$

$$\hat{y} = 1$$

decision boundary

$$\boxed{z = \vec{w} \cdot \vec{x} + b = 0}$$

$$z = \vec{w} \cdot \vec{x} + b = 0$$

$$z = x_1 + x_2 - 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b < 0$$

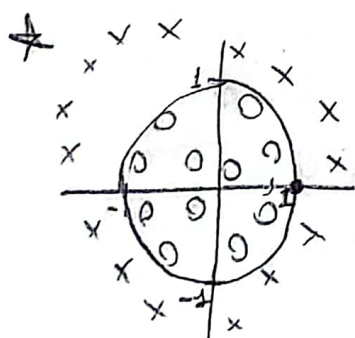
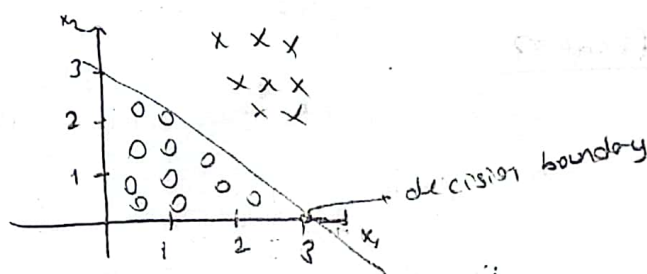
$$\hat{y} = 0$$

\* eşik değeri

büyük seçerek

ya da pozitif olasılığı

gözetilecektir.



non-linear

$$z = w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 + b$$

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = g(z) = g(w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 + b)$$

$$= g(x_1^2 + x_2^2 - 1)$$

$$\underline{\underline{x_1^2 + x_2^2 = 1}}$$

$$x_1^2 + x_2^2 \geq 1 \rightarrow \hat{y} = 1$$

$$x_1^2 + x_2^2 < 1 \rightarrow \hat{y} = 0$$

### Logistic loss function

$$L(f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)}), y^{(i)}) = \begin{cases} -\log(f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)})) & \text{if } y^{(i)} = 1 \\ -\log(1 - f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)})) & \text{if } y^{(i)} = 0 \end{cases}$$

As  $f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)}) \rightarrow 1$  then  $\log \rightarrow 0 \checkmark$

As  $f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)}) \rightarrow 0$  then  $\log \rightarrow \infty \times$

\* The further prediction  $f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)})$  is from target  $y^{(i)}$ , the higher the loss.

Cost

$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L(\underbrace{f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)})}_{\text{Loss func.}}, y^{(i)})$$

\* Lojistik regresyon için ortalama karesel hata kullanılırsa, maliyet fonk. "konveks değildir", bu nedenle gradyan inişinin  $w$  ve  $b$  parametreleri için en uygun değeri bulması daha zordur.

$$L(f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}), y^{(i)}) = -y^{(i)} \log(f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)})) - (1-y^{(i)}) \log(1-f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}))$$

If  $y^{(i)} = 1$

$$\star L(f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}), y^{(i)}) = -1 \cdot \log(f(\vec{x}))$$

If  $y^{(i)} = 0$

$$\star L(f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}), y^{(i)}) = -\log(1-f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}))$$

$$J(\vec{w}, b) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y^{(i)} \log(f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)})) + (1-y^{(i)}) \log(1-f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}))] \\ \text{(Maximum likelihood estimation)}$$

Training Logistic Regression

$$w_j = w_j - \alpha \left[ \frac{\partial}{\partial w_j} J(\vec{w}, b) \right] \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)}) x_j^{(i)}$$

$$b = b - \alpha \left[ \frac{\partial}{\partial b} J(\vec{w}, b) \right] \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)})$$

~~✱~~

$$\text{Linear regression} = f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$$

$$\text{Logistic regression} = f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = \frac{1}{1 + e^{-(\vec{w} \cdot \vec{x} + b)}}$$

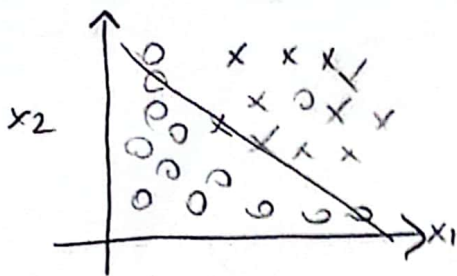
The Problem of Overfitting

- Underfit / high bias doesn't fit the training set well (few features)
- Generalization fits training set pretty well (quadratic features)
- Overfit / high variance fits the training set extremely well (too many features)

\* Bir model oluşturken öncümüz, yeni örnekler için sonuçları doğru tahmin etmek üzere modeli kullanabilmektir. Bunu yapan bir modelin iyi genelleme yaptığı söylenir.

\* Bir model yeni örneklerle iyi ulemediğinde, bu durum modelin iyi genelleme yapmadığını gösterir. (Aklı uyum)

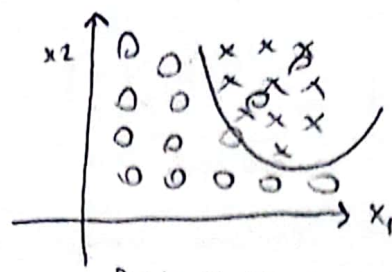




$$z = w_1 x_1 + w_2 x_2 + b$$

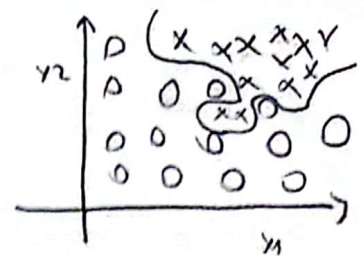
$$f(\vec{w}, b)(\vec{x}) = g(z)$$

(underfit / high bias)



$$z = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_1^2 + w_4 x_2^2 + w_5 x_1 x_2 + b$$

(Just right)



$$z = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_1^2 x_2^4 + \dots + b$$

(overfit)

### Regularization (Düzenleştirme)

Değerden sayısı arttıkça, modelin aşırı öğrenme (overfit) olasılığı artmaktadır. Düzenleştirme de aşırı öğrenme problemini çözerek için kullanılan bir tekniktir.

\* Regularization lets you keep all of your features, but they just prevents the features from having an overly large effect, which is what sometimes can cause overfitting.

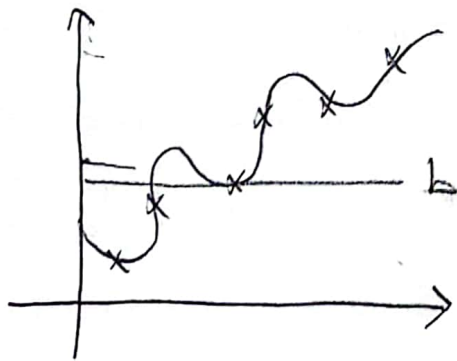
\*  $w_j$  parametrelerini düzenlestiririz,  $b$  parametresini düzenlemek çok önemli değil.

### Addressing overfitting

1. collect more data
2. select features
  - Feature selection
3. Reduce size of parameters
  - "Regularization"

\* Düzenli hale getirilmesini uygulamak, eğitim örneklerinin sayısını arttırmak veya en alakalı özelliklerin bir alt kümesini seçmek gibi yöntemler, modelin eğitim setinde olmayan yeni örneklerle daha iyi genelleme yapabilmesine yardımcı olur.

$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{2m} \left[ \sum_{i=1}^m (f(\vec{w}, b)(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \underbrace{\frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^n w_j^2}_{\text{regularization parameter } \lambda > 0} + \underbrace{\frac{\lambda}{2m} b^2}_{\text{can include bias term to make it exclude bias}} \right]$$



if  $\lambda$  is very large,  $\lambda = 10^{10}$  the learning algorithm will choose  $w$  parameters are close to 0 and  $F(x) = b$ . So the learning algorithm fits a horizontal straight line and under fits.

$$f(\vec{w}, b)(\vec{x}) = \underbrace{w_1}_0 x + \underbrace{w_2}_0 x^2 + \underbrace{w_3}_0 x^3 + \underbrace{w_4}_0 x^4 + b$$

$\boxed{f(x) = b}$

## Regularized Linear Regression

$$\min_{\vec{w}, b} J(\vec{w}, b) = \min_{\vec{w}, b} \left( \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^n w_j^2 \right)$$

$$w_j = w_j - \alpha \left[ \frac{\partial}{\partial w_j} J(w_j, b) \right] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)}) x_j^{(i)} + \frac{\lambda}{m} w_j$$

$$b = b - \alpha \left[ \frac{\partial}{\partial b} J(w_j, b) \right] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)})$$