DSP 实验一

有限长序列、频谱、DFT 的性质

展示人:

信电学院

2021/10/18

目录

实验内容

实验步骤

1. 生成五种共 9 个序列
2. 绘制出每一个序列的实部、虚部、模、相角
3. 计算每一个序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部
4. 观察同种序列取不同参数时的频谱，发现它们的差异

步骤三中的频谱指的是该序列 DFT 变换之后的结果

代码演示

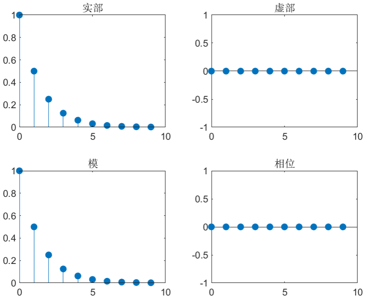
代码结构

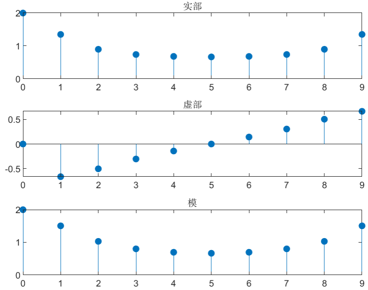
在本次的实验中，我将整个实验作为一个整体进行考虑，在 Problem1.m 脚本文件中调用生成各种序列以及绘制各种图像的函数。

同时将其分为三节，第一节生成 9 个序列，第二节绘制各个序列时域上的实部、虚部、幅值以及相位，第三节则绘制各个序列频域上的图像

接下来将具体讲解各个代码

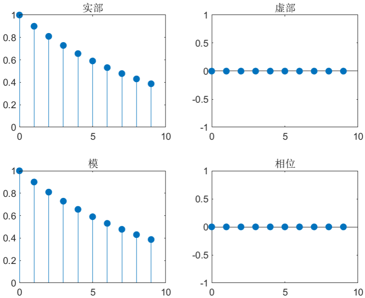
$x(n) = a^n$:a=0.5,length=10

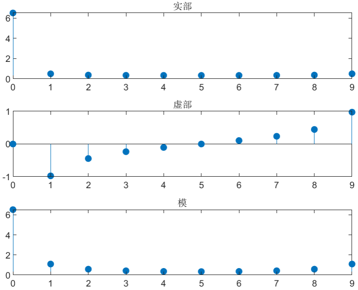




观察时域图像，因为为实指数序列，所以虚部和相位均为 0；观察频域图像，可以发现他们的实部偶对称，虚部奇对称

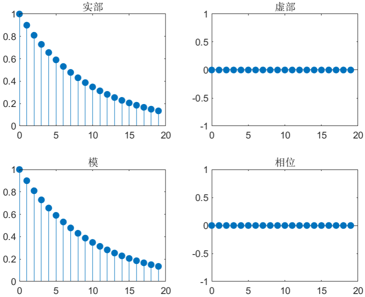
$x(n) = a^n$:a=0.9,length=10

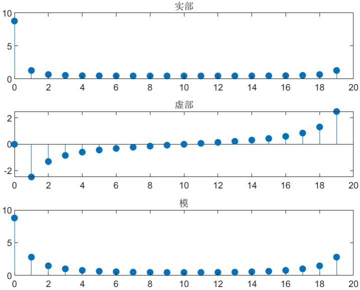




同时，我们可以发现：当 a 的值变大时，时域实部衰减越慢，频域 X(0) 的值也更大。

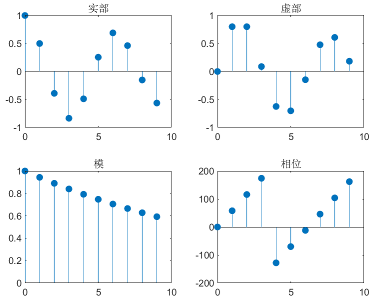
$x(n) = a^n$:a=0.9,length=20

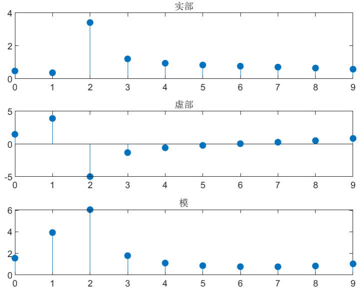




除此之外，我们也可以发现 length 越大，频谱就越接近真实图像，这是由于采样率的提升

复指数序列



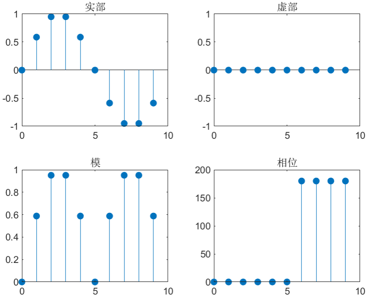


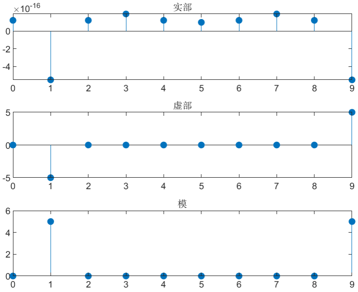
该序列为复指数序列，其可表示为

$$\sqrt{a^2+b^2}e^{jn\theta} = \sqrt{a^2+b^2}(cos(n\theta)+j\sin(n\theta))$$

的形式，所以时域的实部与虚部表现为正弦函数的抽样结果，相位呈现线性，因为 $\sqrt{a^2+b^2} < 1$, 所以模减小。频域上未发现明显特点。

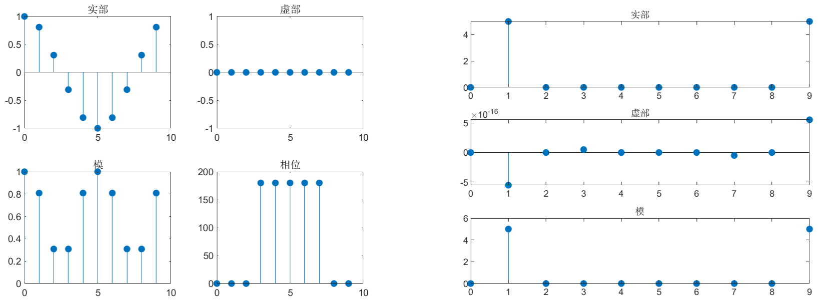
正弦序列图像





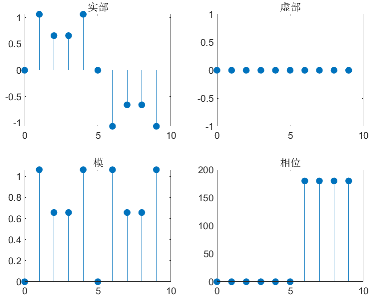
该序列是正弦函数的采样，采样周期为 0.1s。观察时域图像可知：该序列为奇对称的实序列，在 x(n) 大于零时相位为 0，小于零时相位为 180°。因为该序列的对称性，所以频谱的实部应该为 0，且虚部奇对称。虚部值出现在 1Hz 处，与原序列频率吻合

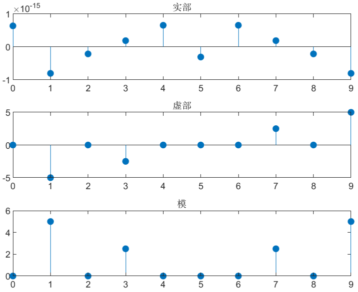
余弦序列



观察时域，可得该序列是偶对称的实序列，虚部为 0，相位与正弦函数类似。因为它的对称性，频域的虚部理论上应该为 0，此处不为零是由于 MATLAB 是浮点数计算，有一定的误差，可以看出虚部的值是一个极小的值。谱线出现在 1Hz 处，与原序列的频率吻合

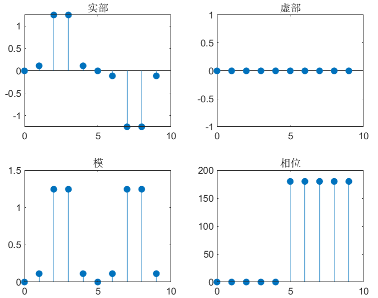
复合函数序列:$\phi = 0°$

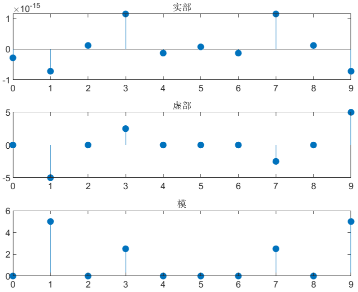




该序列是一个由频率为 1Hz 和频率为 3Hz 的两个序列复合而来的实序列，虚部为 0. 当 $\phi = 0\circ|180\circ$ 时，该序列为奇序列，所以频谱实部趋近于 0，虚部奇对称。因为复合的序列的频率，所以频域谱线出现在 1Hz 与 3Hz 处。

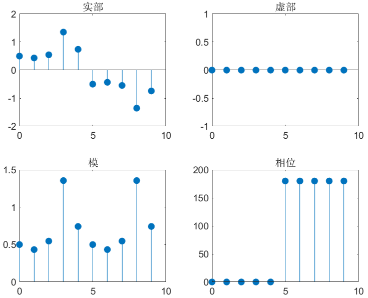
复合函数序列:$\phi = 180°$

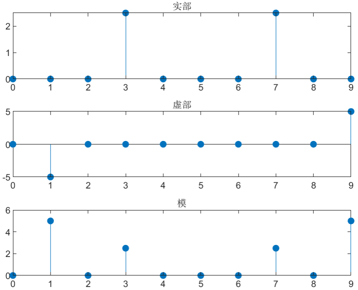




该序列是一个由频率为 1Hz 和频率为 3Hz 的两个序列复合而来的实序列，虚部为 0. 当 $\phi = 0°|180°$ 时，该序列为奇序列，所以频谱实部趋近于 0，虚部奇对称。因为复合的序列的频率，所以频域谱线出现在 1Hz 与 3Hz 处。

复合函数序列:$\phi = 90°$





而当 $\phi = 90°$ 时，该序列不具备对称性，所以频谱也不具备对称性。但由于复合的序列的频率没变，所以频域谱线仍然出现在 1Hz 与 3Hz 处。

DFT 的物理意义

意义

DFT 是序列傅里叶变换在 $0 - 2\pi$ 上的等距采样。

各个点的意义

1. X(0): 信号直流分量的频谱值
2. X(1): 信号在基频处的幅度和相位
3. X(N-1): 信号在 N-1 次谐波处的幅度和相位

DFT 的性质

主要性质

1. **线性**: 如果 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 DFT 为 $X_1(k)$ 与 $X_2(k)$, 则 $ax_1(n)+bx_2(n)$ 的 DFT 为 $aX_1(k)+bX_2(k)$
2. **反转定理**: 如果 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，则 $x((-n))_N$ 的 DFT 为 $X((-k))_N$
3. **序列的循环位移**: 如果 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，则 $x((n+m))_N$ 的 DFT 为 $W_N^{-km}X(k)$
4. **卷积性质**: 两个序列圆卷积的 DFT 等于他们分别 DFT 的结果相乘
5. **帕斯瓦尔定理**:$\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$