

浙江大学实验报告

专业： 信息工程
姓名： 箫宇
学号：
日期： 2023 年 7 月 2 日
地点： 教 4-421

课程名称： 数字信号处理 指导老师： 徐元欣 成绩：
实验名称： 有限长序列、频谱、DFT 的性质 实验类型： 演示 同组学生姓名： —

一 实验目的和要求

设计通过演示实验，建立对典型信号及其频谱的直观认识，理解 DFT 的物理意义、主要性质。

二 实验内容和步骤

2-1 用 MATLAB，计算得到五种共 9 个序列：

$$2-1-1 \text{ 实指数序列 } x(n) = \begin{cases} a^n & 0 \leq n \leq \text{length}-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{例如, } a=0.5, \text{length}=10 \\ a=0.9, \text{length}=10 \\ a=0.9, \text{length}=20 \end{array}$$

$$2-1-2 \text{ 复指数序列 } x(n) = \begin{cases} (a + jb)^n & 0 \leq n \leq \text{length}-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{例如, } a=0.5, b=0.8, \text{length}=10$$

2-1-3 从正弦信号 $x(t)=\sin(2\pi ft+\delta)$ 抽样得到的正弦序列 $x(n)=\sin(2\pi fnT+\delta)$ 。如，信号频率 $f=1\text{Hz}$ ，初始相位 $\delta=0$ ，抽样间隔 $T=0.1$ 秒，序列长 $\text{length}=10$ 。

2-1-4 从余弦信号 $x(t)=\cos(2\pi ft + \delta)$ 抽样得到的余弦序列 $x(n)=\cos(2\pi fnT + \delta)$ 。如，信号频率 $f=1\text{Hz}$ ，初相位 $\delta=0$ ，抽样间隔 $T=0.1$ 秒，序列长 $\text{length}=10$ 。

2-1-5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n)=\sin(2\pi f_1 nT)+\delta \times \sin(2\pi f_2 nT+\phi)$ 。如，

频率 f_1 (Hz)	频率 f_2 (Hz)	相对振幅 δ	初相位 ϕ (度)	抽样间隔 T (秒)	序列长 length
1	3	0.5	0	0.1	10
1	3	0.5	90	0.1	10
1	3	0.5	180	0.1	10

2-2 用 MATLAB，对上述各个序列，重复下列过程。

2-2-1 画出一个序列的实部、虚部、模、相角；观察并记录实部、虚部、模、相角的特征。

2-2-2 计算该序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部；观察和并记录它们的特征，给予解释。

备注：这里的频谱是指序列的 DFT。

2-2-3 观察同种序列取不同参数时的频谱，发现它们的差异，给予解释。

三 主要仪器设备

MATLAB 编程。

四 操作方法和实验步骤

(参见“二、实验内容和步骤”)

五 实验数据记录和处理

Listing 1: 主体代码

```
1 %%  
  %计算得到5种共9个序列  
3  
  %实指数序列  
5 %a = 0.5 , length = 10  
  [x_11 , n_11] = realExpSeq(0.5 , 10);  
7 %a = 0.9 , length = 10  
  [x_12 , n_12] = realExpSeq(0.9 , 10);  
9 %a = 0.9 , length = 10  
  [x_13 , n_13] = realExpSeq(0.9 , 20);  
11  
  %复指数序列  
13 %a = 0.5 , b = 0.8 , length = 10  
  [x_2 , n_2] = comExpSeq(0.5 , 0.8 , 10);  
15  
  %正弦序列  
17 %f = 1Hz , delta = 0 , T = 0.1 , length = 10  
  [x_3 , n_3] = sinSeq(1 , 0 , 0.1 , 10);  
19  
  %余弦序列  
21 %f = 1Hz , delta = 0 , T = 0.1 , length = 10  
  [x_4 , n_4] = cosSeq(1 , 0 , 0.1 , 10);  
23  
  %复合函数序列  
25 %f1 = 1 , f2 = 3 , delta = 0.5 , phi = 0 , T = 0.1 , length = 10  
  [x_51 , n_51] = comFunc(1 , 3 , 0.5 , 0 , 0.1 , 10);  
27 %f1 = 1 , f2 = 3 , delta = 0.5 , phi = 90 , T = 0.1 , length = 10  
  [x_52 , n_52] = comFunc(1 , 3 , 0.5 , 90 , 0.1 , 10);  
29 %f1 = 1 , f2 = 3 , delta = 0.5 , phi = 180 , T = 0.1 , length = 10  
  [x_53 , n_53] = comFunc(1 , 3 , 0.5 , 180 , 0.1 , 10);  
31 %%
```

```
%调用plotPart函数绘制序列的实部虚部模和相位
33
%实指数序列6
35 plotPart(x_11 , n_11 , '实指数序列_a=05,length=1x0')
%实指数序列2
37 plotPart(x_12 , n_12 , '实指数序列_a=09,length=10')
%实指数序列3
39 plotPart(x_13 , n_13 , '实指数序列_a=09,length=20')
%复指数序列
41 plotPart(x_2 , n_2 , '复指数序列')
%正弦序列
43 plotPart(x_3 , n_3 , '正弦序列')
%余弦序列
45 plotPart(x_4 , n_4 , '余弦序列')
%复合函数序列1
47 plotPart(x_51 , n_51 , '复合函数序列_phi=0')
%复合函数序列2
49 plotPart(x_52 , n_52 , '复合函数序列_phi=90')
%复合函数序列3
51 plotPart(x_53 , n_53 , '复合函数序列_phi=180')
%%
53 %调用dftPlot函数绘制序列频谱的实部虚部模

55 %实指数序列1
X_11 = dftPlot(x_11 , n_11 , '频谱_实指数序列_a=05,length=10');
57 %实指数序列2
X_12 = dftPlot(x_12 , n_12 , '频谱_实指数序列_a=09,length=10');
59 %实指数序列3
X_13 = dftPlot(x_13 , n_13 , '频谱_实指数序列_a=09,length=20');
61 %复指数序列
X_2 = dftPlot(x_2 , n_2 , '频谱_复指数序列');
63 %正弦序列
X_3 = dftPlot(x_3 , n_3 , '频谱_正弦序列');
65 %余弦序列
X_4 = dftPlot(x_4 , n_4 , '频谱_余弦序列');
67 %复合函数序列1
X_51 = dftPlot(x_51 , n_51 , '频谱_复合函数序列_phi=0');
69 %复合函数序列2
X_52 = dftPlot(x_52 , n_52 , '频谱_复合函数序列_phi=90');
71 %复合函数序列3
X_53 = dftPlot(x_53 , n_53 , '频谱_复合函数序列_phi=180');
```

Listing 2: 产生实指数序列的函数

```
function [x , n] = realExpSeq(a,length)
2 %a为传入的底数 , length为传入的长度
  %x为返回的序列, n为序列所在的位置信息
4     n = 0:1:length-1;
      x = a.^n;
6 end
```

Listing 3: 产生复指数序列的函数

```
1 function [x,n] = comExpSeq(a,b,length)
  %a为传入底数的实部, b为传入底数的虚部, length则为序列的长度
2 %x为所得的序列, n为序列所在的位置信息
  n = 0:1:length-1;
5 index = a+1j*b;
  x = power( index,n);
7 end
```

Listing 4: 产生正弦序列的函数

```
function [x,n] = sinSeq(f , delta , T , length)
2 %SINSEQ 此处显示有关此函数的摘要
  % 此处显示详细说明
4 n = 0:1:length-1;
  x = sin(2*pi*f*n*T+delta);
6 end
```

Listing 5: 产生余弦序列的函数

```
1 function [x,n] = cosSeq(f , delta , T , length)
  %SINSEQ 此处显示有关此函数的摘要
3 % 此处显示详细说明
  n = 0:1:length-1;
5 x = cos(2*pi*f*n*T+delta);
  end
```

Listing 6: 产生复合函数序列的函数

```
function [x , n] = comFunc(f1 , f2 , delta , phi , T , length)
2 %COMPOSFUNC 此处显示有关此函数的摘要
  % 此处显示详细说明
4 n = 0:1:length-1;
  x = sin(2*pi*f1*n*T) + delta * sin(2*pi*f2*n*T + phi*(2*pi)/360);
6 end
```

Listing 7: 绘制序列的实部、虚部、模、相角的函数

```
1 function plotPart(x , n , text)
   figure('Name',text,'NumberTitle','off')
3
   subplot(2,2,1);
5   stem(n,real(x),'filled');
   title('实部');
7
   subplot(2,2,2);
9   stem(n,imag(x),'filled');
   title('虚部');
11
   subplot(2,2,3);
13  stem(n,abs(x),'filled');
   title('模');
15
   subplot(2,2,4);
17  stem(n,(180/pi)*angle(x),'filled');
   title('相位');
19  saveas(gcf , text , 'png')
   close(gcf)
21 end
```

Listing 8: 绘制序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部的函数

```
function [X] = dftPlot(x , n , text)
2  X = fft(x);

4  figure('Name',text,'NumberTitle','off')
   subplot(3,1,1);
6  stem(n,real(X),'filled');
   title('实部');
8
   subplot(3,1,2);
10  stem(n,imag(X),'filled');
   title('虚部');
12
   subplot(3,1,3);
14  stem(n,abs(X),'filled');
   title('模');
16  saveas(gcf , text , 'png')
   close(gcf)
18 end
```

六 实验结果与分析

1. 各个序列图形及解释

1.1 实指数序列

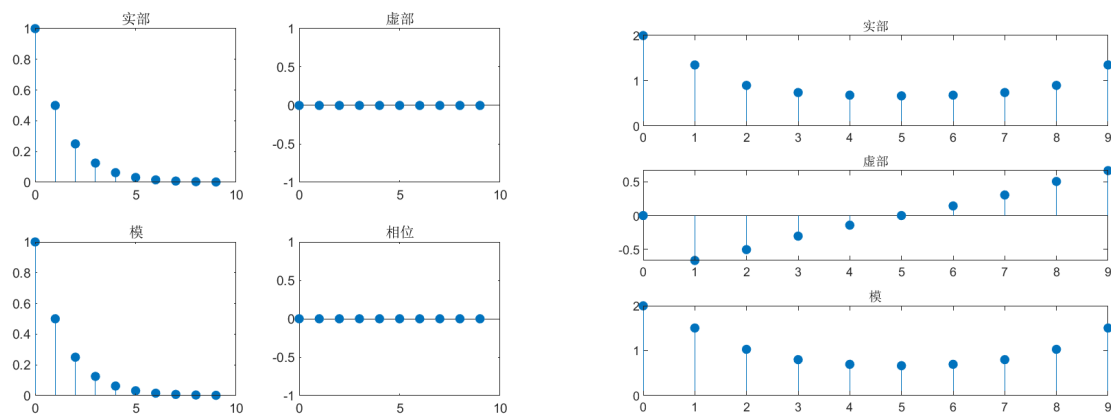


图 1: $a=0.5, \text{length}=10$

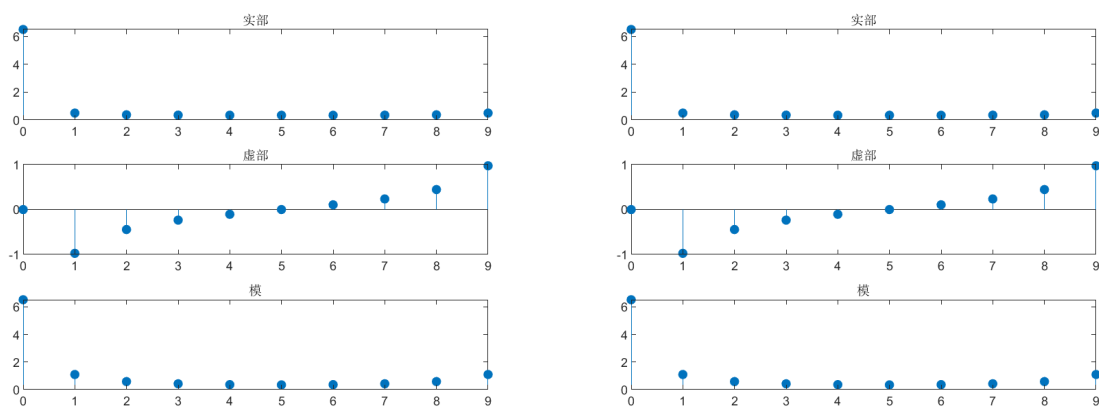
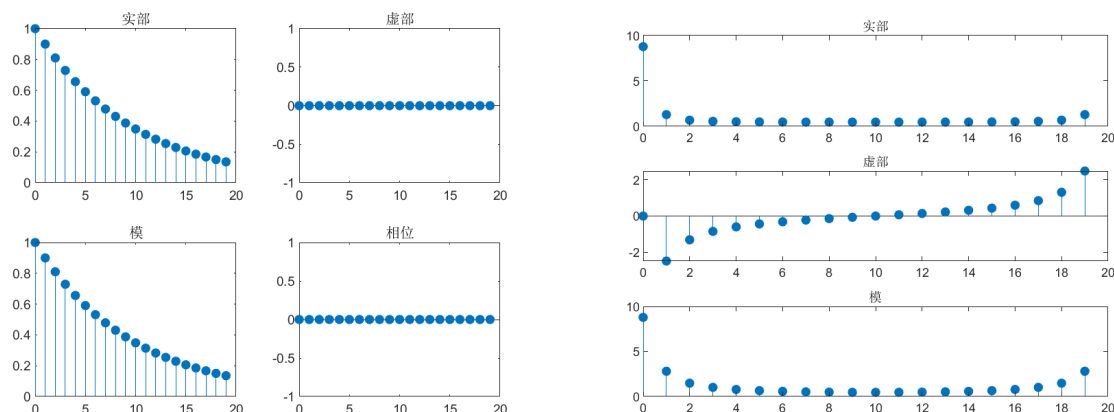


图 2: $a=0.9, \text{length}=10$

图 3: $a=0.9, \text{length}=20$ **【分析】**

观察三个序列的时域图像，因为这三个序列均为实指数序列，所以它们的虚部和相位均为 0； a 的值越大，实部（模）衰减就越慢，就越接近直流分量。

观察三个序列的频域图像，可以发现他们的实部偶对称，虚部奇对称。结合所学的知识，我们可以得出知道这是由于该序列是在实数序列的原因。同时，我们可以发现当 a 的值增大时， $X(0)$ 的值也越大，也就是说序列的直流分量更大。除此之外，我们也可以发现 length 越大，频谱就越接近真实图像，这是由于采样率的提升。

1.2 复指数序列

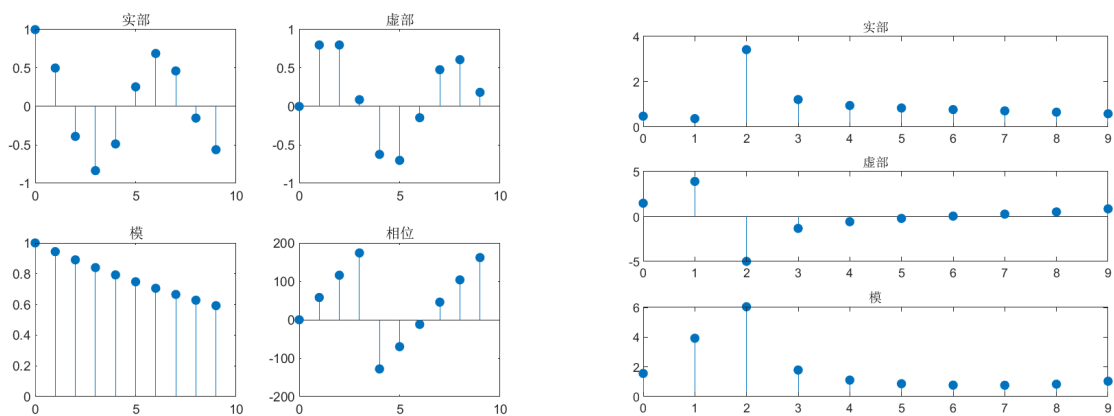


图 4: 复指数序列

【分析】

该序列为复指数序列，其可表示为 $\sqrt{a^2 + b^2}e^{jn\theta} = \sqrt{a^2 + b^2}(\cos(n\theta) + j\sin(n\theta))$ 的形式，所以时域的实部与虚部表现为正弦函数的抽样结果，相位呈现线性，因为 $\sqrt{a^2 + b^2} < 1$ ，所以模减小。频域上未发现明显特点。

1.3 正弦序列图像

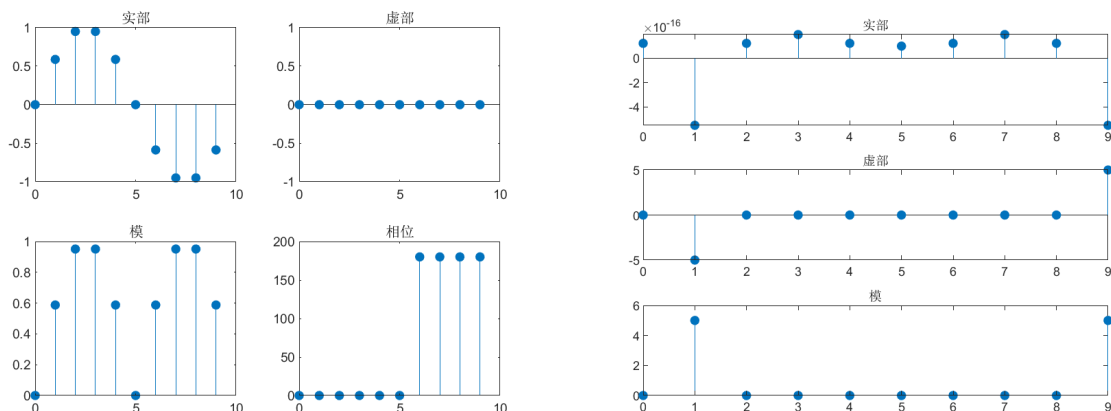


图 5: 正弦序列

【分析】

该序列是正弦函数的采样，采样周期为 0.1s。观察时域图像可知：该序列为奇对称的实序列，在 $x(n)$ 大于零时相位为 0，小于零时相位为 180° 。

因为该序列的对称性，所以频谱的实部应该为 0，且虚部奇对称。虚部值出现在 1Hz 处，与原序列频率吻合。

1.4 余弦序列

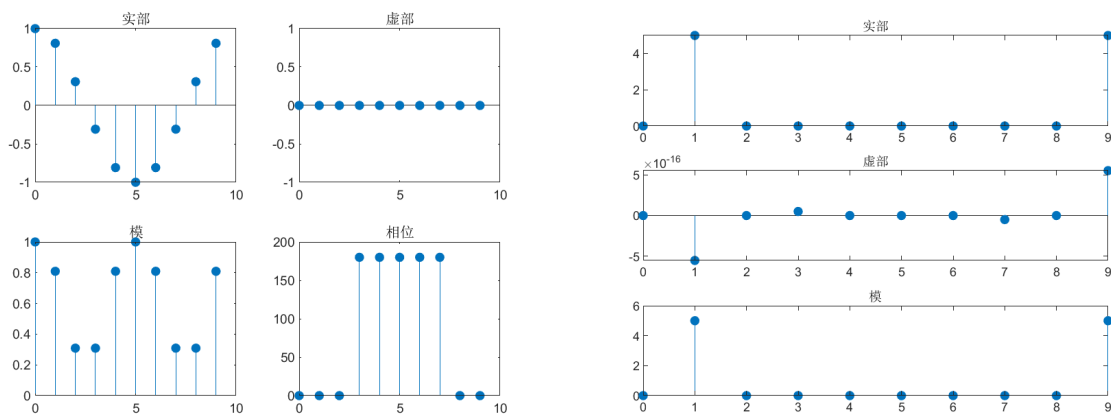
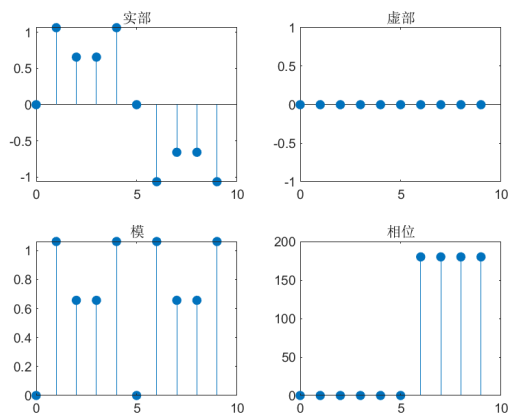
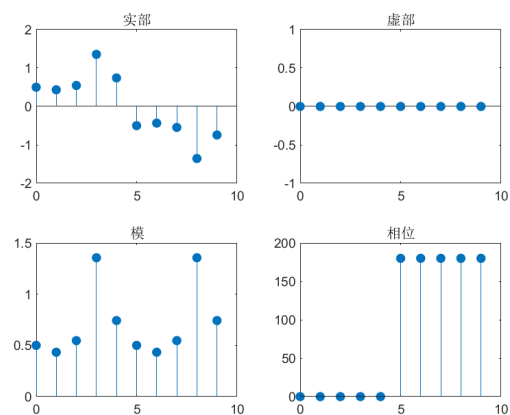
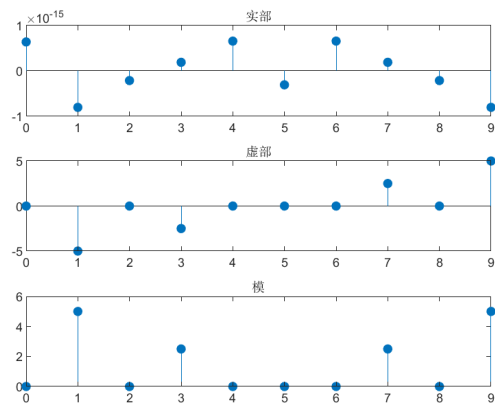


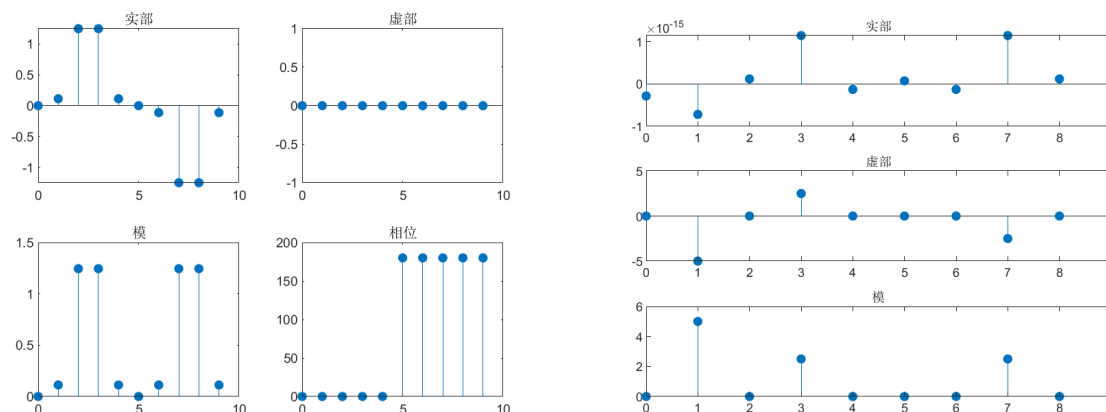
图 6: 余弦序列

【分析】

观察时域，可得该序列是偶对称的实序列，虚部为 0，相位与正弦函数类似。因为它的对称性，频域的虚部理论上应该为 0，此处不为零是由于 MATLAB 是浮点数计算，有一定的误差，可以看出虚部的值是一个极小的值。谱线出现在 1Hz 处，与原序列的频率吻合。

1.5 复合函数序列

图 7: $\phi=0$ 图 8: $\phi=90$

图 9: $\phi=180$ **【分析】**

该序列是一个由频率为 1Hz 和频率为 3Hz 的两个序列复合而来的实序列，虚部为 0。当 ϕ 为 0 和 180 时，该序列为奇序列，所以频谱实部趋近于 0，虚部奇对称。当 ϕ 为 90 时，该序列不具备对称性，所以频谱也不具备对称性。因为复合的序列的频率，所以频域谱线出现在 1Hz 与 3Hz 处。

2. DFT 物理意义

DFT 是序列傅里叶变换在 $0 - 2\pi$ 上的等距采样。

- (1) $X(0)$: 信号直流分量的频谱值
- (2) $X(1)$: 信号在基频处的幅度和相位
- (3) $X(N-1)$: 信号在 $N-1$ 次谐波处的幅度和相位

3. DFT 的性质**3.1 线性**

如果 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 DFT 为 $X_1(k)$ 与 $X_2(k)$, 则 $ax_1(n) + bx_2(n)$ 的 DFT 为 $aX_1(k) + bX_2(k)$

3.2 反转定理

如果 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$, 则 $x((-n))_N$ 的 DFT 为 $X((-k))_N$

3.3 序列的循环位移

如果 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$, 则 $x((n+m))_N$ 的 DFT 为 $W_N^{-km}X(k)$

3.4 对称性

见书 P_91 页

3.5 卷积性质

两个序列圆卷积的 DFT 等于他们分别 DFT 的结果相乘

3.6 帕斯瓦尔定理

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2$$