

习题课

Chapter3&4

忻杨璇

邮箱：xinyx@zju.edu.cn

微信：18867151153

Chapter 3

- 3-3 设某恒参信道可用图P3-1所示的线性二端网络来等效。试求它的传输函数 $H(f)$ ，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真。

知识点：恒参信道对信号传输影响， P75

传输函数：
$$H(f) = \frac{R}{\frac{1}{j2\pi fC} + R} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{2\pi fRC}}$$

幅度：
$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi fRC}\right)^2}}$$

相位：
$$\arg H(f) = \arctan \frac{1}{2\pi fRC}$$

幅频特性随频率变化而变化，带内衰减不均匀，因此会产生幅频畸变（频率失真）；
相频特性为非线性关系，群时延特性不是常数，因此会产生相频畸变（群延迟畸变）；

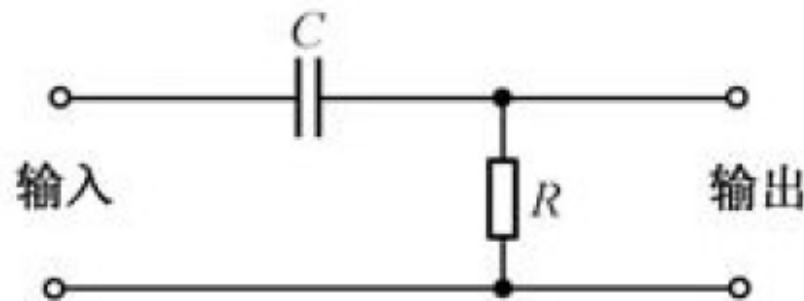


图 P3-1

Chapter 3

- 3-10 设某随参信道的最大多径时延差为3ms，为了避免发生频率选择性衰落，试估算在该信道上传输的数字信号的码元脉冲宽度。

知识点：非频率选择性衰落， P80-81

相干带宽： $\Delta F = 1/T_m$ ；信号带宽： $W = 1/T_s$

$W < \Delta F \Rightarrow$ 非频率选择性衰落； $W > \Delta F \Rightarrow$ 频率选择性衰落

码元脉冲宽度： $T_s \approx (3 - 5) \cdot \tau_m = 9 \sim 15ms$

信号带宽和相干带宽概念：

- 1.多径传输会造成时间展宽，当信号带宽 W 小于相干带宽 ΔF 时，就能避免频率选择性衰落；
 - 2.相干带宽：最大多径时延差的倒数；
 - 3.信号带宽：码元脉冲宽度的倒数；
 - 4.所以码元脉冲宽度要大于最大多径时延差，就能避免频率选择性衰落。
- 在多径衰落信道上，一般认为当相干带宽是信号带宽的3~5倍时，可以避免发生频率选择性衰落。

Chapter 3

- 3-13 具有6.5MHz带宽的某高斯信道，若信道中信号功率与噪声功率谱密度之比为45.5MHz，试求其信道容量。

知识点：Shannon带限高斯信道容量， P90

$$C = B \log_2 \left\{ 1 + \frac{S}{n_0 B} \right\} = 6.5 \log_2 \left\{ 1 + \frac{45.5}{6.5} \right\} = 19.5 \text{ Mbit/s}$$

Chapter 3

- 3-15 某一待传输的图片约含 2.25×10^6 个像元。为了很好地重现该图片，需要12个亮度电平。加入所有这些亮度电平等概率出现，试计算用3min传输一张图片时所需的信道带宽（设信道中信噪比功率比为30dB）。

知识点：Shannon带限高斯信道容量，P90

每一像元所含信息量： $\log_2 12 = 3.585 \text{ bit}$

每秒内传送的信息量： $(2.25 \times 10^6 \times 3.585) / (3 \times 60) = 4.48 \times 10^4 \text{ bit/s}$

所以信道容量至少为 $4.48 \times 10^4 \text{ bit/s}$

又已知信噪比为 $S/N = 30 \text{ dB} = 1000$

所以所需的信道带宽为： $B = \frac{C}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)} \approx \frac{4.48 \times 10^4}{\log_2 1000} \approx 4.48 \times 10^3 \text{ Hz}$

Chapter 4

- 4-3 已知调制信号 $m(t) = \cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t)$ ，载波为 $\cos(10^4\pi t)$ ，进行单边带调制，试确定该单边带信号的表示式，并画出频谱图。

知识点：单边带(SSB)调制，P100

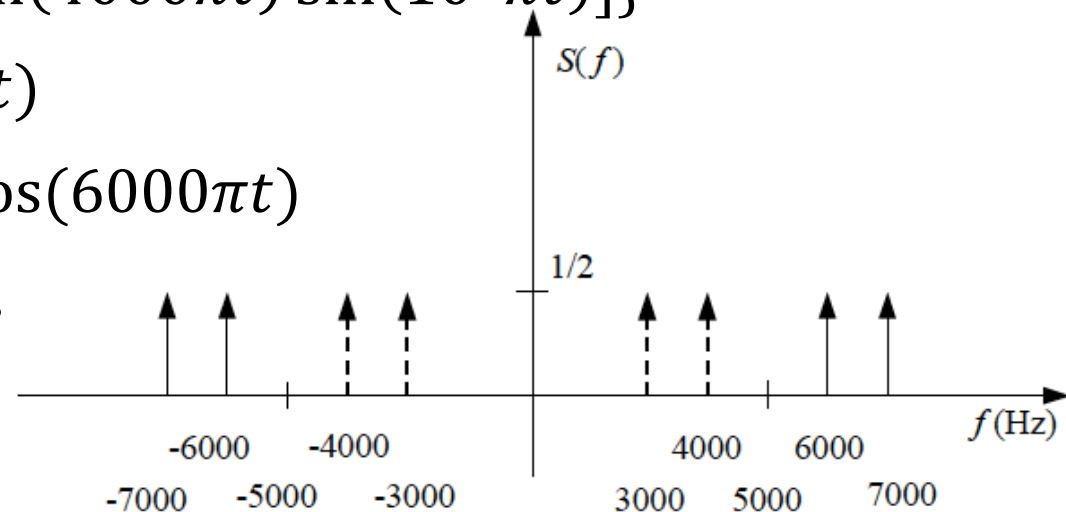
单边带调制公式(4.2.18)： $u_{\mp}(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) \mp A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)$

首先计算 $m(t)$ 的希尔伯特变换： $\hat{m}(t) = \sin(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$

$$\begin{aligned} \text{上边带信号：} u_-(t) &= m(t) \cos(10^4\pi t) - \hat{m}(t) \sin(10^4\pi t) \\ &= \{[\cos(2000\pi t) \cos(10^4\pi t) - \sin(2000\pi t) \sin(10^4\pi t)] \\ &\quad + [\cos(4000\pi t) \cos(10^4\pi t) - \sin(4000\pi t) \sin(10^4\pi t)]\} \\ &= \cos(12000\pi t) + \cos(14000\pi t) \end{aligned}$$

类似地，下边带信号为： $u_+(t) = \cos(8000\pi t) + \cos(6000\pi t)$

频谱图：令实线为上边带信号，虚线为下边带信号。

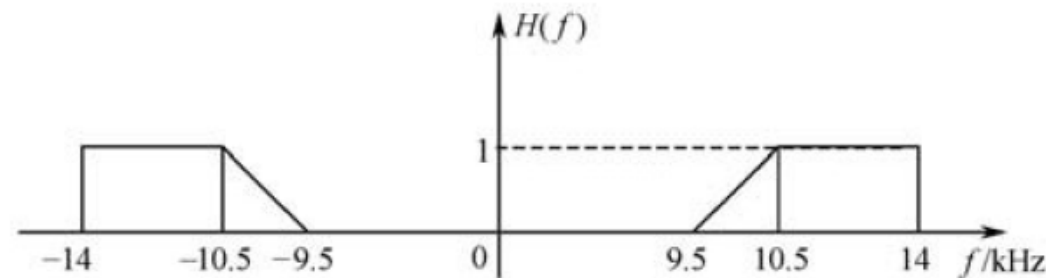


Chapter 4

- 4-4 将调幅波通过残留边带滤波器产生残留边带信号，若此滤波器的传输函数 $H(f)$ 如图P4-2所示，当调制信号 $m(t) = A[\sin(100\pi t) + \sin(6000\pi t)]$ 时，试确定所得残留边带的表示式。

知识点：残留边带调幅，P102

设调幅波 $s_m(t) = [A_0 + m(t)]\cos\omega_c t$, $A_0 \geq |m(t)|_{\max}$



根据残留边带滤波器在 f_c 处具有互补对称性，从 $H(\omega)$ 图可知载波 $f_c = 10\text{kHz}$ ，因此载波为 $\cos(20000\pi t)$ 。则有：

$$s_m(t) = [A_0 + m(t)]\cos(20000\pi t) = A_0 \cos(20000\pi t) + \frac{A}{2} [\sin(20100\pi t) - \sin(19900\pi t) + \sin(26000\pi t) - \sin(14000\pi t)]$$

$$S_m(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega + 20000\pi) + \delta(\omega - 20000\pi)] + \frac{j\pi A}{2} [\delta(\omega + 20100\pi) - \delta(\omega - 20100\pi) - \delta(\omega + 19900\pi) + \delta(\omega - 19900\pi) + \delta(\omega + 26000\pi) - \delta(\omega - 26000\pi) - \delta(\omega + 14000\pi) + \delta(\omega - 14000\pi)]$$

- 4-4 将调幅波通过残留边带滤波器产生残留边带信号，若此滤波器的传输函数 $H(f)$ 如图P4-2所示，当调制信号 $m(t) = A[\sin(100\pi t) + \sin(6000\pi t)]$ 时，试确定所得残留边带的表示式。

残留边带信号为 $f(t)$ ，其傅里叶变换为 $F(\omega) = S_m(\omega)H(\omega)$

由图可得： $f = \pm 10\text{kHz}$ 时， $H(\omega) = 0.5$ ； $f = \pm 10.05\text{kHz}$ 时， $H(\omega) = 0.55$ ；

$f = \pm 9.95\text{kHz}$ 时， $H(\omega) = 0.45$ ； $f = \pm 13\text{kHz}$ 时， $H(\omega) = 1$ ； $f = \pm 7\text{kHz}$ 时， $H(\omega) = 0$ ；

那么有：

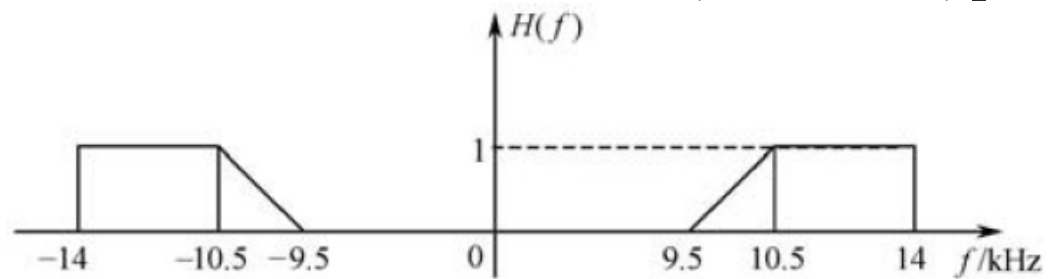
$$F(\omega) = \frac{\pi A_0}{2} [\delta(\omega + 20000\pi) + \delta(\omega - 20000\pi)]$$

$$+ \frac{j\pi A}{2} [0.55\delta(\omega + 20100\pi) - 0.55\delta(\omega - 20100\pi) - 0.45\delta(\omega + 19900\pi)$$

$$+ 0.45\delta(\omega - 19900\pi) + \delta(\omega + 26000\pi) - \delta(\omega - 26000\pi)]$$

进行傅里叶反变换有：

$$f(t) = \frac{1}{2} A_0 \cos(20000\pi t) + \frac{A}{2} [0.55 \sin(20100\pi t) - 0.45 \sin(19900\pi t) + \sin(26000\pi t)]$$



Chapter 4

- 4-6 某调制系统如图P4-4所示，为了在输出端同时得到 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ ，试确定接收端的 $c_1(t)$ 和 $c_2(t)$ 。

知识点：相干解调的过程， P107

$$s(t) = f_1(t)\cos 2\pi f_0 t + f_2(t)\sin 2\pi f_0 t$$

令 $c_1(t) = \cos 2\pi f_0 t, c_2(t) = \sin 2\pi f_0 t$ ，则：

$$g_1(t) = s(t)c_1(t)$$

$$= f_1(t) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\pi f_0 t \right] + f_2(t) \frac{1}{2} \sin 4\pi f_0 t$$

$$g_2(t) = s(t)c_2(t)$$

$$= f_1(t) \frac{1}{2} \sin 4\pi f_0 t + f_2(t) \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 4\pi f_0 t \right]$$

通过低通滤波器输出 $\frac{1}{2}f_1(t)$ 和 $\frac{1}{2}f_2(t)$

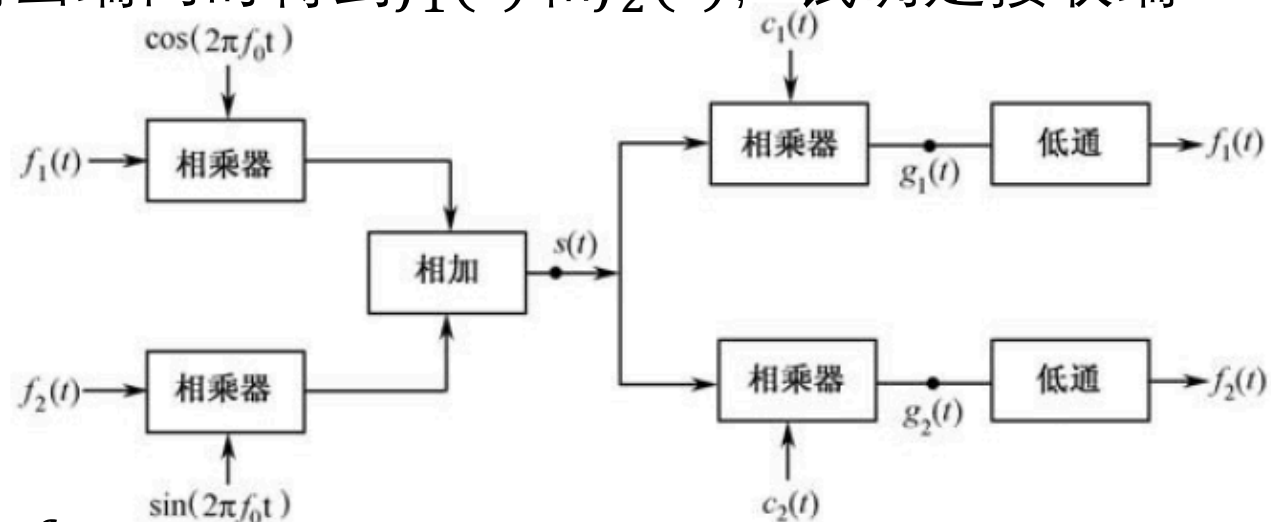


图 P4-4

Chapter 4

- 4-7 设某信道具有均匀的**双边**噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} W/Hz$ ，在该信道中传输抑制载波的**双边带**信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在5kHz内，而载波为100kHz，已调信号的功率为10kW。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过带宽为10kHz的一理想带通滤波器滤波，试问：

- (1) 该理想带通滤波器的中心频率为多大？
- (2) 解调器输入端的信噪功率比为多少？
- (3) 解调器输出端的信噪功率比为多少？
- (4) 求出解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图形表示出来。

知识点：抑制载波的双边带调制

求噪声功率时需注意
双边带还是单边带。

- (1) 该理想带通滤波器的中心频率为100kHz。
- (2) $S_i = 10 \times 10^3 (W), N_i = n_0 B = 2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 = 10 (W) \Rightarrow \frac{S_i}{N_i} = 1000$
- (3) 因为抑制载波的双边带调制的信噪比增益 $G=2$ ，所以 $\frac{S_o}{N_o} = G \frac{S_i}{N_i} = 2000$

Chapter 4

- 4-7 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ，在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5kHz 内，而载波为 100kHz，已调信号的功率为 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过带宽为 10kHz 的一理想带通滤波器滤波，试问：

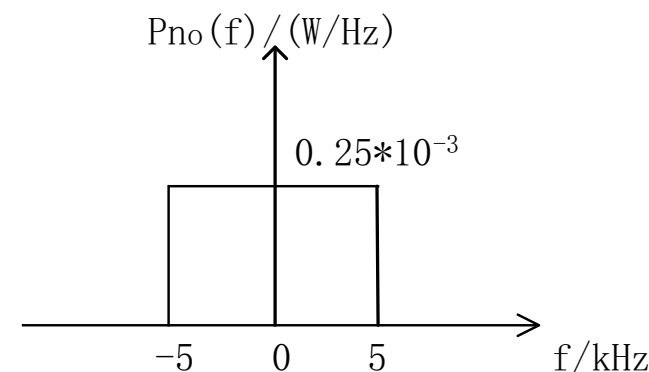
(4) 求出解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图形表示出来。

知识点：抑制载波的双边带调制

由书 P107，DSB 相干解调性能分析可知，双边带解调器的输出噪声功率和输入噪声功率关系为 $N_o = N_i/4$

则输出端噪声功率谱为：

$$P_{n_o}(f) = \frac{N_i}{4 \cdot 2f_m} = 0.25 \times 10^{-3} (\text{W/Hz})$$



Chapter 4

- 4-9 设某信道具有均匀的**双边**噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ，在该信道中传输**单边带**（上边带）信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在5kHz内，而载波是100kHz，已调信号功率是10kW。若接收机的输入信号在加至解调器前，先经过带宽为5kHz的一理想带通滤波器滤波，试问：

- (1) 该理想带通滤波器中心频率为多大？
- (2) 解调器输入端的信噪功率比为多少？
- (3) 解调器输出端的信噪功率比为多少？

注意是单边带（上边带）调制，在加至解调器前先经过带宽为5kHz的理想带通滤波器

- (1) 该理想带通滤波器的中心频率为102.5kHz
- (2) $S_i = 10 \times 10^3 \text{ (W)}, N_i = n_0 B = 2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 = 5 \text{ (W)} \Rightarrow \frac{S_i}{N_i} = 2000$
- (3) 因为抑制载波的单边带调制的信噪比增益 $G=1$ ，所以 $\frac{S_o}{N_o} = G \frac{S_i}{N_i} = 2000$

Chapter 4

- 4-12 设某信道具有均匀的**双边**功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ，在该信道中传输振幅调制信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制于5kHz，载频是100kHz以内，边带功率为10kW，载波功率为40kW。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器，然后再加至**包络检波**器进行解调。试求：

- (1) 解调器输入端的信噪功率比；
- (2) 解调器输出端的信噪功率比；
- (3) 信噪比增益G；

知识点：线性调制系统的抗噪声性能， P106-107

$$(1) S_i = 10000 + 40000 = 50000(W) ; N_i = n_0 B = 2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 = 10(W)$$

$$\Rightarrow \frac{S_i}{N_i} = \frac{50000}{10} = 5000$$

(2) 根据书P109-110的包络检波，大信噪比的情况下，可作如下估算：

$$S_o \approx m^2(t) = 2 \times 10000 = 20000(W); N_o \approx N_i = 10(W) \Rightarrow \frac{S_o}{N_o} = \frac{2 \times E[m^2(t)]}{N_o B} = 2000$$

Chapter 4

- 4-12 设某信道具有均匀的双边功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ，在该信道中传输振幅调制信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制于 5kHz，载频是 100kHz 以内，边带功率为 10kW，载波功率为 40kW。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器，然后再加至包络检波器进行解调。试求：

(3) 信噪比增益 G ；

知识点：线性调制系统的抗噪声性能

(3) 信噪比增益：
$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \frac{2000}{5000} = \frac{2}{5}$$

Chapter 4

- 4-13 设接收到的调幅信号为 $s_m(t) = A[1 + m(t)]\cos(\omega_c t)$ ，采用包络检波法解调，其中 $m(t)$ 的功率谱与4-8题相同，若一双边功率谱密度为 $n_0/2$ 的噪声叠加到已调信号上，试求解调输出信噪功率比。

知识点：包络检波， P109

$$\text{功率谱密度为：} P_m(f) = \begin{cases} \frac{n_m}{2} \cdot \frac{|f|}{f_m}, & |f| \leq f_m \\ 0, & |f| > f_m \end{cases}$$

在大信噪比条件下，包络检波器输出为： $e(t) = A + m(t) + n_c(t)$

其中 $m(t)$ 为有用信号，噪声分量 $n_c(t)$ 是解调器输入噪声的同相分量，有：

$$S_o = \overline{m^2(t)} = 2 \int_0^\infty f_m \frac{n_m}{2} df = \frac{n_m f_m}{2}; N_o = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_i^2(t)} = n_0 B = 2n_0 f_m$$

因此，解调输出信噪功率比为： $\frac{S_o}{N_o} = \frac{n_m}{4n_0}$

Chapter 4

- 4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为100V，频率为100MHz，调制信号 $m(t)$ 的频带限制为5kHz， $\overline{m^2(t)} = 5000V^2$ ， $k_f = 500\pi \text{ rad} \cdot s^{-1}/V$ ，最大频偏 $\Delta f = 75kHz$ ，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3}W/Hz$ （单边功率谱密度），试求：

(1) 接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 $H(\omega)$ ；

(2) 解调器输入端的信噪功率比；

知识点：角调制，P110

(1) 由题有频率调制信号带宽： $B = 2(\Delta f + f_m) = 2 \times (75 + 5)kHz = 160kHz$

所以理想的输入带通滤波器为以载波信号频率为中心频率，带宽为B

$$H(f) = \begin{cases} 1, & 99.92MHz \leq f \leq 100.08MHz \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(2) 输入信噪比： $(SNR)_{in} = \frac{P_{Sin}}{P_{Nin}}$

其中 $P_{Sin} = \frac{A^2}{2} = 5000W$ ， $P_{Nin} = 10^{-3}W/Hz \cdot 160 \times 10^3Hz = 160W$

因此，输入端的信噪功率比 $(SNR)_{in} = 31.25$

Chapter 4

- 4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为100V，频率为100MHz，调制信号m(t)的频带限制为5kHz， $\overline{m^2(t)} = 5000V^2$ ， $k_f = 500\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}/V$ ，最大频偏 $\Delta f = 75\text{kHz}$ ，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3}W/Hz$ （单边功率谱密度），试求：

(3) 解调器输出端的信噪功率比；

(4) 若m(t)以振幅调制方式传输，并以包络检波器建波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调频有何不同？

知识点：角调制，P110

(3) FM解调输出信噪比（式4.5.21）

这里 $k_f = 500\pi(\text{rad/s} \cdot V)$ 为角频率调频指数， $K_F = k_f/2\pi$ ，则有：

$$\begin{aligned}(SNR)_{out} &= \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}} = \frac{3A^2 \cdot K_F^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{2 \cdot n_0 \cdot f_m^3} = \frac{3A^2 \cdot k_f^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 \cdot n_0 \cdot f_m^3} = \frac{3 \times 10000 \times (500\pi)^2 \times 5000}{8\pi^2 \times 10^{-3} \times 5000^3} \\ &= 37.5 \times 10^3\end{aligned}$$

Chapter 4

- 4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为100V，频率为100MHz，调制信号 $m(t)$ 的频带限制为5kHz， $\overline{m^2(t)} = 5000V^2$ ， $k_f = 500\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}/V$ ，最大频偏 $\Delta f = 75\text{kHz}$ ，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3}W/Hz$ （单边功率谱密度），试求：

(4) 若 $m(t)$ 以振幅调制方式传输，并以包络检波器检波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调频有何不同？

知识点：包络检波，P109

(4) 当 $m(t)$ 以调幅调制方式传输，并采用包络检波解调，所需带宽为 $B_{AM} = 10\text{kHz}$ ，输出信噪比 $SNR_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}}$ ； $P_{Sout} = \overline{m^2(t)} = 5000V^2$ ； $P_{Nout} = 10^{-3} \times 10^4 = 10W$

同题4-12(2)，普通调幅，大信噪比情况下的包络检波

所以 $SNR_{out} = 500$

$$\frac{SNR_{FM}}{SNR_{AM}} = \frac{37.5 \times 10^3}{500} = 75$$

$$\frac{B_{FM}}{B_{AM}} = \frac{160}{10} = 16$$

角调制系统的信噪比增益一般远高于线性调制系统，它的信噪比增益与调制指数的平方成正比，但是这种信噪比增益是以所需传输带宽的增加为代价的。

Chapter 4

- 4-17 使用信号 $m(t) = \cos(2000\pi t) + 2\sin(2000\pi t)$ 调制一个800kHz的载波，以产生SSB AM信号。载波的振幅为 $A_c = 100$ 。
 - (1) 试确定信号 $\hat{m}(t)$ ；
 - (2) 试确定SSB AM信号下边带的（时域）表达式；
 - (3) 试确定SSB信号下边带的幅度谱。

知识点：单边带调制，P100

- (1) $m(t) = \cos(2000\pi t) + 2\sin(2000\pi t)$ ，所以 $\hat{m}(t) = \sin(2000\pi t) - 2\cos(2000\pi t)$
- (2) 下边带信号的时域表示为：公式(4.2.20b)

$$\begin{aligned} u(t) &= A_c m(t) \cos 2\pi f_c t + A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= 100[\cos(2000\pi t) + 2\sin(2000\pi t)] \cos(1.6 \times 10^6 \pi t) \\ &\quad + 100[\sin(2000\pi t) - 2\cos(2000\pi t)] \sin(1.6 \times 10^6 \pi t) \\ &= 100[\cos(1.598 \times 10^6 \pi t) - 2\sin(1.598 \times 10^6 \pi t)] \end{aligned}$$

Chapter 4

- 4-17 使用信号 $m(t) = \cos(2000\pi t) + 2\sin(2000\pi t)$ 调制一个 800kHz 的载波，以产生 SSB AM 信号。载波的振幅为 $A_c = 100$ 。

(3) 试确定 SSB 信号下边带的幅度谱。

知识点：单边带调制，P100

由题(2)得下边带表达式： $u(t) = 100[\cos(1.598 \times 10^6 \pi t) - 2\sin(1.598 \times 10^6 \pi t)]$

(3) 对下边带时域信号进行傅里叶变换：

$$U(f) = 50[\delta(f + 7.99 \times 10^5) + \delta(f - 7.99 \times 10^5)] \\ - j100[\delta(f + 7.99 \times 10^5) + \delta(f - 7.99 \times 10^5)]$$

求幅值得到下边带的幅度谱为：

$$|U(f)| = 50\sqrt{5}[\delta(f + 7.99 \times 10^5) + \delta(f - 7.99 \times 10^5)]$$