Corso di Modelli e Analisi delle Prestazioni nelle Reti – AA 2004/2005
prova scritta – 22 settembre 2005– parte A

E1 Si consideri la catena di Markov $X(t)$ con stati 1, 2, 3, $X(0) = 3$, e matrice di transizione

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Si calcolino le probabilita' stazionarie e i tempi medi di ricorrenza di tutti gli stati.

(b) Si calcolino media e varianza del tempo di primo passaggio dallo stato 3 allo stato 1.

(c) Si calcolino media e varianza del tempo di primo passaggio dallo stato 1 allo stato 3.

(d) Si calcolino $P[X(1) = 1, X(3) = 1|X(2) = 2]$ e $P[X(2) = 2|X(1) = 1, X(3) = 1]$.

E2 Si consideri una coda alla quale arrivano pacchetti secondo un processo di Poisson di intensita' $\lambda = 1$ pacchetto al secondo. Tutti i pacchetti presenti nella coda vengono trasmessi quando si verifica uno dei seguenti due eventi: i) ci sono due pacchetti in coda, oppure ii) c'e' un solo pacchetto e il suo tempo di attesa e' pari a due secondi. La trasmissione e' istantanea, cioe' la coda si svuota ogni volta che arriva un pacchetto e ce n'e' gia' uno in coda, o quando l'unico pacchetto in coda ha accumulato un ritardo sufficiente.

(a) Si calcoli la percentuale di tempo durante la quale la coda e' vuota.

(b) Si calcoli la media del ritardo di un pacchetto (cioe' il tempo medio speso in coda).

E3 Si consideri un sistema di trasmissione a divisione di frequenza in cui il numero di canali sia sufficientemente elevato da trascurare la probabilita' che siano tutti occupati. A tale sistema arrivano richieste di connessione secondo un processo di Poisson con intensita' $\lambda = 100$ chiamate all'ora, e la durata di ognuna di tali chiamate e' esponenziale con media 6 minuti. Sia $X(t)$ il numero di canali occupati al tempo t

(a) Si calcoli la media di $X(t)$ per $t = 6, 10$ minuti e per $t = \infty$.

(b) Si calcoli $P[X(t) = 10]$ per $t = 6$ e per $t = \infty$

(c) Si ripetano i calcoli delle due domande precedenti nel caso in cui la distribuzione della durata delle chiamate e' uniforme nell'intervallo $[2, 10]$ (minuti)

E4 Si consideri il funzionamento del protocollo Go-Back-N su un canale Markoviano a due stati con probabilita' di transizione 0.99 (dallo stato buono a se stesso) e 0.1 (dallo stato cattivo allo stato buono). La probabilita' che un pacchetto sia errato e' 1 nello stato cattivo e 0 nello stato buono. Il tempo di round-trip e' pari a $m = 2$ slot (cioe' un pacchetto errato trasmesso al tempo t verra' ritrasmesso al tempo $t + m$).

(a) Si calcoli il throughput del protocollo nel caso di feedback perfetto (cioe' senza errori)

(b) Si calcoli il throughput del protocollo nel caso in cui il feedback sia soggetto a errori indipendenti con probabilita' di errore 0.1.

Corso di Modelli e Analisi delle Prestazioni nelle Reti – AA 2004/2005
prova scritta – 22 settembre 2005– parte B

T1 Si enunci e si dimostri il teorema elementare del rinnovamento.

T2 Dimostrare che il periodo e' una proprieta' di classe.

T3 Si consideri una passeggiata casuale sugli interi non negativi con le seguenti probabilita' di transizione: $P_{01} = 1$, $P_{i,i+1} = p, P_{i,i-1} = q, i > 0$, con $p + q = 1$. Se ne studi il comportamento, caratterizzandone in particolare la ricorrenza o transitorieta' e ricavandone la distribuzione stazionaria.