Corso di Modelli e Analisi delle Prestazioni nelle Reti – AA 2005/2006
prova scritta – 14 luglio 2006– parte A (90 minuti)

E1 Si consideri una catena di Markov X_n con la seguente matrice di transizione (gli stati sono ordinati da 0 a 2)

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

(a) Si disegni il diagramma di transizione, e si calcoli la distribuzione di probabilita' di X_1, X_2 e X_{500}, dato che $X_0 = 0$.

(b) Si calcoli il tempo medio di primo passaggio dallo stato 0 agli stati 0, 1 e 2.

(c) Sia $W_{ij}^{(n)} = E\left[\sum_{k=0}^{n-1} I\{X_k = j\} \middle| X_0 = i\right]$ il numero medio di visite allo stato j a partire dallo stato i durante i primi n istanti dell'evoluzione della catena. Si calcolino $W_{0j}^{(3)}$ e $W_{0j}^{(5000)}$ per $j = 0, 1, 2$.

E2 Si consideri un link di capacita' 1 Mbps, condiviso da un gran numero di utenti che collettivamente producono pacchetti secondo un processo di Poisson di intensita' $\lambda = 500$ pacchetti al secondo. La lunghezza dei pacchetti e' costante e pari a 1000 bit. Il protocollo di accesso e' un CSMA ideale, secondo cui un pacchetto generato quando il canale e' libero ottiene accesso immediato, mentre quando un pacchetto trova il canale occupato se ne prova la ritrasmissione dopo un tempo esponenziale di media $100/\lambda$. (Nel caso questo nuovo tentativo trovi nuovamente il canale occupato si continua a riprovare a tempi casuali finche' non si trova il canale libero.) Si supponga che il traffico totale (nuovo piu' tentativi di ritrasmissione) si possa approssimare come Poissoniano di intensita' λ.

(a) Si calcoli il throughput (traffico medio smaltito) dal link.

(b) Si calcoli il ritardo medio di accesso, da quando un pacchetto e' generato a quando riesce ad accedere al canale.

(c) Se una trasmissione sul canale corrisponde a un guadagno di 1 unita' e ogni tentativo di accesso fallito (cioe' pacchetto generato quando il canale e' occupato) corrisponde a un costo di 0.2 unita', si calcoli il guadagno totale prodotto dal sistema (in unita' al secondo).

E3 Si consideri una mostra a cui arrivano visitori secondo un processo di Poisson con $\lambda = 10$ clienti all'ora. Ogni visitatore passa un tempo uniformemente distribuito fra 20 e 30 minuti e poi esce. La sala in cui la mostra e' allestita e' sufficiente grande da far si' che non sia mai necessario bloccare visitatori all'entrata a causa del numero eccessivo di persone. L'orario di apertura della mostra e' dalle 8 alle 18.

(a) Si calcoli la probabilita' che durante la prima mezz'ora arrivino meno di tre visitatori.

(b) Si calcoli la probabilita' che alle 8:15 vi sia in sala un solo visitatore.

(c) Si calcoli la probabilita' che all'orario di chiusura la sala sia vuota.

E4 Si consideri un canale Markoviano a due stati con probabilità di transizione 0.98 (dallo stato buono a se stesso) e 0.1 (dallo stato cattivo allo stato buono). La probabilità che un pacchetto sia errato è 1 nello stato cattivo e 0 nello stato buono.

(a) Si calcoli il throughput del protocollo Go-Back-N se il tempo di round-trip è pari a due slot (cioè se una trasmissione nello slot t è errata questa verrà ritrasmessa nello slot $t + 2$), e il canale di ritorno è senza errori.

(b) Si consideri adesso un canale che alterna il comportamento precedente a uno con errori indipendenti con probabilita' 0.01. In particolare, il canale si comporta secondo il modello markoviano precedente per un numero geometrico di slot di media 1000000 slot, poi passa al comportamento iid per un numero geometrico di slot di media 2000000 slot, e cosi' via. Si calcoli il throughput del protocollo GBN in questa situazione.

Corso di Modelli e Analisi delle Prestazioni nelle Reti – AA 2005/2006
prova scritta – 14 luglio 2006– parte B (60 minuti)

T1 Per un processo di Poisson di intensità λ, si dimostri che i tempi di interarrivo sono indipendenti e distribuiti esponenzialmente con parametro λ.

T2 Dimostrare che il periodo e' una proprieta' di classe.

T3 Dimostrare che per un processo di rinnovamento $E[S_{N(t)+1}] = E[X](M(t) + 1)$.