

物理公式總表

A. 運動學

(1) 直線運動

速度

$$\text{平均速度 } \vec{V} = \frac{\text{位移 } \vec{S}}{\text{時間 } t} = \frac{\text{末位置 } \vec{X}_2 - \text{初位置 } \vec{X}_1}{\text{時間 } t}$$

$$\text{平均速率 } V = \frac{\text{物體所行路徑長}}{\text{所經過的時間}} = \frac{\ell}{t} \quad \text{只有大小沒有方向的物理量(純量)}$$

$$\text{瞬時速度 } \vec{V} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\text{位移 } \vec{S}}{\text{時間 } t} = \text{極短時間內的平均速度}$$

$$\text{瞬時速率 } V = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ell}{t} = \text{極短時間內的平均速率}$$

加速度

$$\text{平均加速度 } a = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\text{末速度} - \text{初速度}}{\text{時間}}$$

$$\text{瞬時加速度 } a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

※運動體速度變快變慢的判斷：要同時看速度與加速度的方向來決定

等加速度運動

※**v-t** 圖形：★速度直接由縱座標讀出 ★割線斜率=平均加速度

★切線斜率=瞬時加速度 ★面積=位移=末位置－初位置

※**a-t** 圖形：★加速度直接由縱座標讀出 ★斜率無物理意義

★面積=速度變化量=末速度－初速度

$$\text{末速度} \quad v = v_0 + at$$

$$\text{位移} \quad S = \frac{v_0 + v}{2} t = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{末速度平方} \quad v^2 = v_0^2 + 2aS$$

(a)自由落體- $v_0=0$	$a=g(\downarrow)$	$v = v_0 + gt$	$S = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$	$v^2 = v_0^2 + 2gS$
------------------	-------------------	----------------	--------------------------------	---------------------

(b)鉛直下拋- $v_0 \neq 0(\downarrow)$	$a=g(\downarrow)$	$v = v_0 + gt$	$S = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$	$v^2 = v_0^2 + 2gS$
-----------------------------------	-------------------	----------------	--------------------------------	---------------------

(c)鉛直上拋- $v_0 \neq 0(\uparrow)$	$a=g(\downarrow)$	$v = v_0 - gt$	$S = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$	$v^2 = v_0^2 - 2gS$
---------------------------------	-------------------	----------------	--------------------------------	---------------------

(2) 平面運動

(a) 水平拋射

	加速度	運動狀態	速度	位移
水平方向	0	等速運動	$V_x = V_0$	$x = V_0 t$
鉛垂方向	$g \downarrow$	自由落體	$V_y = g t$	$y = \frac{1}{2} g t^2$

(b) 斜向拋射

	加速度	運動狀態	速度	位移
水平方向	0	等速運動	$V_x = V_0 \cos \theta$	$x = V_0 \cos \theta t$
鉛垂方向	$g \downarrow$	俯角下拋	$V_y = V_0 \sin \theta + g t$	$y = V_0 \sin \theta t + \frac{1}{2} g t^2$
鉛垂方向	$g \downarrow$	仰角上拋	$V_y = V_0 \sin \theta - g t$	$y = V_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$

(c) 一些結果

$$(I) \text{最高點- } V_y = 0 \quad t_{\text{上}} = \frac{V_0 \sin \theta}{g} \quad H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$(II) \text{落地點- 總飛行時間: } T = 2 \frac{V_0 \sin \theta}{g} \quad R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad H = 0 \quad V_y = V_0$$

$$(III) \text{軌跡方程- } y = \tan \theta x - \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$

(3) 等速圓週運動

$$\text{角速度 } \omega : \text{單位時間所轉動的角度} \quad \omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f \text{ (弧度/秒)}$$

$$\text{速率 } v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R = 2\pi f R$$

$$\text{切線加速度 } a_t = 0 \quad \Leftarrow \text{因為等速率運動}$$

$$\text{法線加速度 (向心加速度) } a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R = v \omega$$

$$\text{向心力 } F_c = m a_n = m \frac{v^2}{R} = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

(4) 相對運動

$$\text{相對位移: } S_{AB} = S_{A0} - S_{B0} = A \text{ 的位移 (對地)} - B \text{ 的位移 (對地)} = S_{A0} + S_{0B}$$

$$\text{相對速度: } V_{AB} = V_{A0} - V_{B0} = A \text{ 的速度 (對地)} - B \text{ 的速度 (對地)} = V_{A0} + V_{0B}$$

$$\text{相對加速度: } a_{AB} = a_{A0} - a_{B0} = A \text{ 的加速度 (對地)} - B \text{ 的加速度 (對地)} = a_{A0} + a_{0B}$$

$$V_{CA} = V_C - V_A = (V_C - V_B) + (V_B - V_A) = V_{CB} + V_{BA}$$

B. 靜力學

(1) 虎克定律 $F=kx$, $k=\frac{F}{x}$ 稱為彈力常數, 只與彈性體本質、形狀有關

(2) 彈簧

$$\text{串聯}-\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+\cdots+\frac{1}{k_n}$$

$$\text{並聯}-K=k_1+k_2+\cdots+k_n$$

彈簧的切割: 同材質的彈簧, 彈力常數與長度成反比。

(a)等切割: 將彈力常數為 k 的彈簧, 切成 n 等分, 則每一小彈簧的彈力常數為 nk

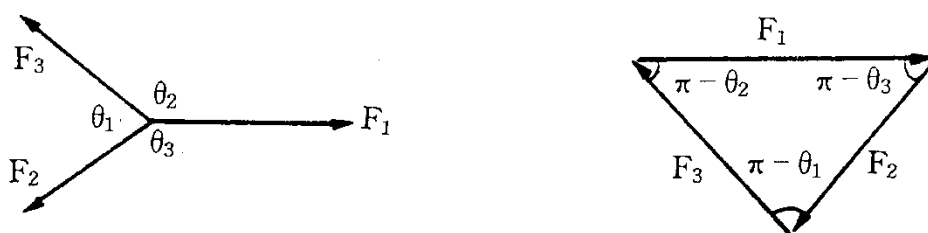
(b)不等切割: 將彈力常數為 k 的彈簧, 切成長度比 $m:n$ 兩份, 則每一小彈簧的彈力常數分

$$\text{別為 } \frac{(m+n)k}{m} \quad , \quad \frac{(m+n)k}{n}$$

(3) 平面上共點力

條件: 一物體同時受到多個共平面的力 則 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \vec{0}$

(4) 拉密定理



$$\text{則 } \frac{F_1}{\sin(\pi - \theta_1)} = \frac{F_2}{\sin(\pi - \theta_2)} = \frac{F_3}{\sin(\pi - \theta_3)} \Rightarrow \frac{F_1}{\sin \theta_1} = \frac{F_2}{\sin \theta_2} = \frac{F_3}{\sin \theta_3}$$

(5) 力平衡之解析法 平衡條件: $R_x=A_x+B_x+C_x+\cdots=0$ $R_y=A_y+B_y+C_y+\cdots=0$

(6) 力矩 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin \theta = (r \sin \theta) F = dF$ θ : \vec{r} 與 \vec{F} 的夾角 d : 力臂

力偶: 物體受到大小相等、方向相反, 而不作用在同一直線上的兩力, 此兩作用力稱為力偶

(7) 靜力平衡 當物體所受合力為零 \Rightarrow 物體靜止或做等速度直線運動 \Rightarrow 稱為移動平衡

當物體所受合力矩為零 \Rightarrow 物體靜止或做等角速度轉動 \Rightarrow 稱為轉動平衡

(8) 重心 $\vec{r} = \frac{w_1\vec{r}_1 + w_2\vec{r}_2 + \cdots}{w_1 + w_2 + \cdots} = \frac{(\text{重量} \times \text{座標})\text{的總和}}{\text{總重量}}$

$$\text{重心的座標} \Rightarrow \begin{cases} x_c = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots}{w_1 + w_2 + \cdots} \\ y_c = \frac{w_1y_1 + w_2y_2 + \cdots}{w_1 + w_2 + \cdots} \end{cases} \quad \text{質心的座標} \Rightarrow \begin{cases} x_c = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots}{m_1 + m_2} \\ y_c = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \cdots}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

(9) 靜摩擦力 正向力 N : 兩物體在接觸面間產生一互相垂直的壓迫力量, 稱為正向力。

最大靜摩擦力 f_s : 與兩物體間正向力成正比, 即 $f_s = \mu_s N$

C. 牛頓力學

(1) 牛頓定律

(a) 牛頓第一運動（慣性）定律：物體所受外力和為零時，靜者恆靜，動者恆做等速度直線運動

(b) 牛頓第二運動定律：若物體的質量為 m ，加速度為 a ，則此物體所受的力 $\vec{F} = m\vec{a}$

(c) 牛頓第三運動定律：凡有一個作用力的產生，同時必有一個反作用力，二者大小相等，方向相反，作用在同一直線上，且作用力與反作用力，同時產生同時消失

(2) 動量守恆

動量：運動體之質量與速度的乘積， $\vec{P} = m\vec{v}$

瞬時力 $\vec{F} = (\vec{P})' = m \times \vec{a}$ （瞬時加速度）

平均力 $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_{\text{末}} - \vec{P}_{\text{初}}}{\Delta t} = \frac{\text{末動量} - \text{初動量}}{\text{時間}} = m \times \vec{a}$ （平均加速度）

動能 K 與動量 P 的關係： $K = \frac{P^2}{2m}$ $P = \sqrt{2mK}$

動量守恆定律：無外力作用時（或外力和為零時），系統的總動量恆保持定值

由牛頓第二運動定律可知 $\vec{F} = m\vec{a} = (\vec{P})'$

若外力為零， $\vec{F} = 0 \Rightarrow (\vec{P})' = 0 \Rightarrow \vec{P} = \text{定值}$ （動量守恆定律） $\vec{v} = \text{定值}$

(3) 動摩擦力

滑動摩擦力 f_k ： $f_k = \mu_k N$ 且與接觸面間的相對速度無關。 μ_k 稱為動摩擦係數

粗糙的固定斜面上的運動 上滑時加速度 $a = -g(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)$

下滑時加速度 $a = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$

(4) 滑輪組

(a) 定滑輪：改變施力方向 施力點位移=物體位移

(b) 動滑輪：省一半力 施力點位移=物體位移的 2 倍

(c) **阿特午機**： $T = \frac{2Mm}{M+m}g$ $a = \frac{M-m}{M+m}g$

(5) 變速圓周運動

$F = F_t + F_c$ 加速作用： $F_t = ma_t$ 改變方向作用： $F_c = ma_c$

鉛垂面變速率圓周運動

位置	θ 角	切線速率	向心力	繩子張力
最高點 A	0°	\sqrt{gR}	mg	0
最低點 B	180°	$\sqrt{5gR}$	$5mg$	$6mg$

圓心側點 C	90^0	$\sqrt{3gR}$	$3mg$	$3mg$
任意點 P	θ	$\sqrt{gR(3-2\cos\theta)}$	$mg(3-2\cos\theta)$	$3mg(1-\cos\theta)$

(6) 張力 連結體與張力：各物體加速度大小相等

(7) 簡諧運動(S.H.M)

振幅: $x = R \cos(\omega t + \varphi_0)$

速度: $V_x = -R \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$

加速度: $a_x = -R \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$

平衡點: $V = R \omega$ $a = 0$ 端點: $V = 0$ $a = R \omega^2$

週期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 單擺之週期為 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 錐動擺週期為 $T = 2\pi \sqrt{(L \cos \theta / g)}$

由牛頓第二定律， $F = m a$ 故得 $m a = -K x$ 由此得， $a = -\frac{K}{m} x$

此即簡諧運動之形式。與 $a = -\omega^2 x$ 對照，可得 $\omega^2 = \frac{K}{m}$ ，由此可以找週期

(8) 萬有引力

公式: $F = \frac{GMm}{R^2}$ 其方向為兩物體連線上

單位: M、m 用 kg，R 用 m，F 用 nt， $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

(a) 假想力 $F' = m(-a)$ 加速座標中受的力

(b) 視重 $W = |W + F'|$ = 重力 + 假想力 視重=0 時稱失重

(9) 行星定律

克卜勒行星第一運動定律(軌道定律): 各行星繞太陽作橢圓軌道運動，太陽在其軌道焦點

克卜勒行星第二運動定律(等面積定律): $\frac{\pi ab}{T} = \frac{1}{2} r V \sin \theta = \frac{1}{2} r^2 \omega = \text{常數}$

克卜勒行星第三運動定律(週期定律): $\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{常數}$

平均距離 R = 橢圓長軸之一半長度 = $\frac{\text{遠日距} + \text{近日距}}{2}$

(10) 人造衛星

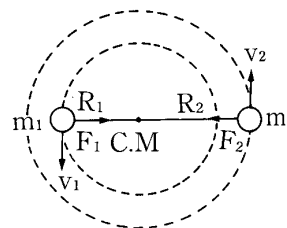
萬有引力 \rightarrow 向心力 $\frac{GMm}{R^2} = m \cdot \frac{V^2}{R} = m \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2} = m \cdot \omega^2 R = m \cdot g$

表面衛星 (公轉軌道半徑=行星半徑) $\rho T^2 = \frac{3\pi}{G}$

同步衛星 (公轉週期=行星的自轉週期)

(11) 雙星運動

	m_1	m_2
軌道半徑	$\frac{m_2}{m_1 + m_2} R$	$\frac{m_1}{m_1 + m_2} R$
向心力	$\frac{Gm_1m_2}{R^2}$	$\frac{Gm_1m_2}{R^2}$
向心加速度	$\frac{Gm_2}{R^2}$	$\frac{Gm_1}{R^2}$
軌道速率	$m_2 \sqrt{\frac{G}{R(m_1 + m_2)}}$	$m_1 \sqrt{\frac{G}{R(m_1 + m_2)}}$
角速度	$\sqrt{\frac{G(m_1 + m_2)}{R^3}}$	$\sqrt{\frac{G(m_1 + m_2)}{R^3}}$
週期	$2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(m_1 + m_2)}}$	$2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(m_1 + m_2)}}$



D. 能量

(1) 功與能

做功 W = $F \times S \times \cos\theta$ θ 為力 F 與位移 S 的夾角 單位：1 牛頓·米 = 1 焦耳(joule)

$$\text{動能 } K = \frac{P^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2$$

功能定理：合力對物體所作的功 $\Delta W =$ 物體動能變化量 $\Delta K =$ 末動能 - 初動能

功率 P ：平均功率：設在時間 t 內所作的功為 W $P = \frac{W}{t} \Leftrightarrow W = P \times t$

瞬時功率： $P =$ 功對時間的導數 $= \vec{F} \cdot \vec{V} = F \times V \times \cos\theta$ ，其中 θ 為 F 與 V 之夾角。
 = 物體之瞬時速度與該瞬間所受力的內積

$$1 \text{ 度} = 1 \text{ 千瓦小時} = 3.6 \times 10^6 \text{ 焦耳}$$

(2) 能量

均勻重力場： $U = mgh$

彈力位能： $U = \frac{1}{2}kx^2$

廣義的重力位能： $U = -\frac{GMm}{R}$

$$\text{動能 } K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2R} \quad \text{總力學能 } E = U + K = -\frac{GMm}{2R} = \frac{U}{2} = -K$$

束縛能：欲使衛星脫離重力的束縛，外界所須作的最小功，稱為束縛能。束縛能 = |力學能|

(3) 能量守恆

保守力做功：物體的運動路徑為一封閉迴路，則保守力對其所做總功為 0

非保守力做功：例如摩擦力、手推力...等，非保守力做功與路徑有關

力學能守恆定律：若系統內的物體只受保守力做功的情況下，力學能[機械能]=動能+位能

行星繞日作橢圓軌道：

$$(a) \text{能量守恆定律} : -\frac{GMm}{R_1} + \frac{1}{2} mV_1^2 = -\frac{GMm}{R_2} + \frac{1}{2} mV_2^2$$

$$(b) \text{等面積定律} : \frac{1}{2} R_1 V_1 \sin\theta_1 = \frac{1}{2} R_2 V_2 \sin\theta_2$$

$$(c) \text{角動量守恆定律} : mR_1 V_1 \sin\theta_1 = mR_2 V_2 \sin\theta_2$$

(4) 一維碰撞

彈性碰撞：動量守恆、碰撞前後總動能守恆

非彈性碰撞：動量守恆、但動能不守恆

完全非彈性碰撞：物體碰撞後，連結在一起，共同以質心速度前進，恢復係數 $e=0$

註：爆炸、核反應為化學能及核能轉變成內動能的實例，是完全非彈性碰撞的逆過程

恢復係數 e ：
$$e = \left| \frac{U_2 - U_1}{V_1 - V_2} \right|$$

末速度：

$$U_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_2$$
$$U_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} V_2$$

一些結果：(a) 若 $m_1 = m_2$ ，則 $u_1 = v_2$ ， $u_2 = v_1$ ，即碰撞後兩者速度互相交換

(b) 若 m_2 為靜止，即 $v_2 = 0$

(b1) 當 $m_1 = m_2$ ，則 $u_1 = 0$ 且 $u_2 = v_1$

(b2) 當 $m_1 > m_2$ ，則 u_1 和 v_1 同號，即碰撞後 m_1 仍往前運動

(b3) 當 $m_1 < m_2$ ，則 u_1 和 v_1 異號，即碰撞後 m_1 反跳而回

(b4) 當 $m_1 \ll m_2$ ，則 $u_1 \approx -v_1$ ， $u_2 \approx 0$ ，碰撞後 m_2 靜止，而 m_1 以原速反跳而回

(b5) 當 $m_1 \gg m_2$ ，則 $u_1 \approx v_1$ ， $u_2 \approx 2v_1$

內動能：各質點相對於質心之動能的總和

$$\text{公式：碰撞前 } \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} |V_1 - V_2|^2 \quad \text{碰撞後 } \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} |U_2 - U_1|^2$$

(5) 二維碰撞 碰撞前後物體皆在同一平面上，但不在同一直線的彈性碰撞

ϕ 為兩物體碰撞後的夾角：
$$\cos\phi = \frac{m_1 - m_2}{2m_1} \times \frac{U_2}{U_1}$$

(a) 當 $m_1 > m_2$ ，則 $\cos\phi > 0$ ， $0^\circ < \phi < 90^\circ$

(b) 當 $m_1 < m_2$ ，則 $\cos\phi < 0$ ， $90^\circ < \phi < 180^\circ$

(c) 當 $m_1 = m_2$ ，則 $\cos\phi = 0$ ， $\phi = 90^\circ$

註：處理一動一靜止的斜向彈性碰撞，可用動量三角形求解

E. 轉動

(1) 角位移： $\theta = \frac{S(\text{弧長})}{r(\text{半徑})}$ 單位：弧度 (rad) 或轉 (rev)，一轉 = $360^\circ = 2\pi$ 弧度

(2) 平均角速度： $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\text{物體轉動的角度}}{\text{轉動的時間}}$

(3) 瞬時角速度： $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ = 角位移對時間的導函數

單位：弧度/秒 (rad/s) 轉/秒 = rev/s = rps = cps = Hz (赫茲) 轉/分 = rpm

(4) 平均角加速度： $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\text{末角速度}\omega - \text{初角速度}\omega_0}{\text{時間}}$

(5) 瞬時角加速度： $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ = 角速度對時間的導函數 單位：弧度/秒² (rad/s²)

(6) 圓周運動的兩種觀點之間的關係：

平移量	轉動量	關係
弧長 S	角位移 θ	$S = r\theta$
速率 v	角速度 ω	$v = r\omega$
切線加速度 a_t	角加速度 α	$a_t = r\alpha$
法線加速度 a_n		$a_n = r\omega^2$

(7) 等加速度運動 ↔ 等角加速度運動

等加速度直線運動	等角加速度轉動
位移 S	角位移 θ
速度 v	角速度 ω
時間 t	時間 t
加速度 a	角加速度 α
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$S = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$S = \frac{v_0 + v}{2} \times t$	$\theta = \frac{\omega_0 + \omega}{2} \times t$
$V^2 = v_0^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

(8) 角動量 $\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times (m\vec{v}) = rmv\sin\theta = mr^2\omega$ (其中 θ 為 \vec{r} 和 \vec{v} 的夾角)

方向：右手四指彎曲指著由 \vec{r} 到 \vec{P} 的旋轉方向，則大拇指所指方向即為角動量的方向。(右手螺旋定則) 單位：kg • m²/s

(9) 轉動慣量 I：一個質量 m 的物體和轉動中心距離為 r，則定義其轉動慣量為 $I = mr^2$

(10) 力矩與角動量的關係： $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau} = \vec{r} \times (\vec{P})' = (\vec{r} \times \vec{P})' = (\vec{\ell})'$ = 角動量對時間的導函數

(11) 轉動運動定律：(a) $\ell = mr^2\omega = I\omega$

(b) $\tau = rF\sin\theta$

(12) 平移運動與轉動運動的對照：

物理量	平移運動	轉動運動	關係
質量－轉動慣量	m	I	$I = \sum mr^2$
動量－角動量	$\vec{P} = m\vec{v}$	$\vec{\ell} = I\vec{\omega}$	$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{P}$
力－力矩	\vec{F}	$\vec{\tau}$	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
牛頓第二運動定律	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$	$a_t = r\alpha$
動能	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	$v = r\omega$

(13) 角動量守恆定律：外力對轉軸所生總力矩和為零時，系統的總角動量將保持不變

$$\text{系統原來的總角動量} = \text{系統後來的總角動量} \quad r_1 m_1 v_1 \sin \theta_1 + I_1 \omega_1 = r_2 m_2 v_2 \sin \theta_2 + I_2 \omega_2$$

F. 熱

(1) 溫度與熱平衡

$$\text{溫標的換算：} \frac{C-0}{100-0} = \frac{F-32}{212-32} = \frac{T-273}{373-273} = \frac{\text{自訂溫標}-\text{自訂溫標冰點}}{\text{自訂溫標沸點}-\text{自訂溫標冰點}}$$

(2) 熱功當量 $1 \text{ 卡} = 4.187 \text{ 焦耳}$

$$\text{重錘損失位能} = \text{水及容器吸收熱能} \quad 2mgh \times n = (\text{水質量} \times 1 + \text{容器質量} \times \text{容器比熱}) \times \text{溫差}$$

(3) 熱容與比熱

$$\text{熱容量 (C): 物體升高 } 1^\circ\text{C} \text{ 所需的熱量, } C = \frac{\text{熱量}}{\text{溫差}} = \frac{\Delta H}{\Delta t}, \Delta H = C \cdot \Delta t \quad \text{單位: cal/}^\circ\text{C (卡/度)}$$

$$\text{比熱 (S): 1 克的物質升高或降低 } 1^\circ\text{C} \text{ 所吸收或放出的熱量, } H = ms \Delta t \quad \text{單位: cal/g}^\circ\text{C}$$

$$\text{水當量: 指物體對熱反應與 M 克的水相當。也就是把物體當成水, 公式: } M = ms \quad \text{單位: 克 (g)}$$

$$\text{莫耳熱容 } C_m: \text{每莫耳物質的熱容量, 常用單位為 J/mol} \cdot \text{K}$$

$$\text{混合物的熱容量: } C = C_1 + C_2 + \dots \quad \text{混合物的比熱: } S = \frac{m_1 s_1 + m_2 s_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

$$\text{不同溫度物質混合, 求末溫: (a) 無熱量散失: 高溫放熱} = \text{低溫吸熱} \quad m_1 \times s_1 \times \Delta t_1 = m_2 \times s_2 \times \Delta t_2$$

$$(b) \text{有熱量散失: 高溫放熱} = \text{低溫吸熱} + \text{散失的熱量}$$

(4) 熱膨脹

$$\text{線膨脹: } L = L_0 (1 + \alpha t) \quad L: t^\circ\text{C} \text{ 時的長度, } L_0: 0^\circ\text{C} \text{ 時的長度, } \alpha: \text{線膨脹係數}$$

$$\text{面膨脹: } A = A_0 (1 + \beta t) \quad A: t^\circ\text{C} \text{ 時的面積, } A_0: 0^\circ\text{C} \text{ 時的面積, } \beta: \text{面膨脹係數} \quad \beta \doteq 2\alpha$$

$$\text{體膨脹: } V = V_0 (1 + \gamma t) \quad V: t^\circ\text{C} \text{ 時的體積, } V_0: 0^\circ\text{C} \text{ 時的體積, } \gamma: \text{體膨脹係數} \quad \gamma \doteq 3\alpha$$

$$\text{密度 } \rho \text{ 隨溫度變化情況: } \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{V_0(1 + \gamma t)} = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t} = \rho_0 (1 - \gamma t)$$

$$\text{擺鐘因溫度變化產生的時間誤差} \quad \text{時間誤差 } \Delta T \doteq T \times \frac{1}{2} \alpha (t_0 - t)$$

$$\text{溫度改變使單位長度改變, 造成測量誤差} \quad \text{物體真正的長度} = \text{測量數值} \times \text{單位長度}$$

$$\text{容器內液體的膨脹} \quad \text{液體的視膨脹} = \text{液體的真正膨脹} - \text{容器膨脹}$$

(5) 物質三態變化與潛熱

熔化（凝固）熱：1 克的固體變成同溫度的液體所吸收的熱量，冰的熔化熱為 **80 卡/克**

汽化（凝結）熱：1 克的液體變成同溫度的氣體所吸收的熱量，水的汽化熱為 **540 卡/克**

$$\text{熱量 } H = \begin{cases} ms\Delta T \Rightarrow \text{溫度有改變} \\ m \times \text{熔化熱或汽化熱} \Rightarrow \text{狀態改變} \end{cases} = \text{功率 } P \times \text{時間 } t$$

冰和水蒸氣混合：當 1atm 時，設 M_1 克 0°C 的冰和 M_2 克 100°C 的水蒸氣混合時，最後的溫度為 T

(a) 當 $M_1 = 3 M_2$ 時，冰和水蒸氣都變成 100°C 的水

(b) 當 $M_1 = 8 M_2$ 時，冰和水蒸氣都變成 0°C 的冰

(c) 當 $\frac{M_1}{M_2} < 3$ 時，冰全部變成 100°C 的水，而水蒸氣凝結成水的質量為冰的 $1/3$ ，水蒸氣還有剩下

(d) 當 $\frac{M_1}{M_2} > 8$ 時，水蒸氣全部變成 0°C 的冰，而冰凝結成水的質量為水蒸氣的 8 倍，冰還有剩下

(e) 當 $3 < \frac{M_1}{M_2} < 8$ 時，則冰和水蒸氣全部變成水，溫度介於 0°C 和 100°C 之間

熱的傳播方式：通常有三種，亦即**傳導**、**對流**、**輻射**

G. 氣體熱運動

(1) 理想氣體

絕對溫標： $T = t + 273.15$

理想氣體方程式： $PV = nRT = NkT$ $kN_0 = R$ $k = 1.38 \times 10^{-23}$ $R = 8.317 \text{ J/mk} = 0.082 \text{ atm/mk}$

波以耳定律：在定溫下， $PV = \text{定值}$ 或 $P_1 V_1 = P_2 V_2$

定壓時的查理－給呂薩克定律： $V = V_0 \left(1 + \frac{1}{273.15} t\right) = V_0 \cdot \frac{T}{T_0}$ 或 $\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$ 其中 $T_0 = 273.15$

定容時的查理－給呂薩克定律： $P = P_0 \left(1 + \frac{1}{273.15} t\right) = P_0 \cdot \frac{T}{T_0}$ 或 $\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$

定容氣體溫度計：公式 $\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$ **定壓氣體溫度計**：公式： $\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$

活塞若可自由移動，則其平衡時兩邊壓力必須相等 $\frac{n_1 R T_1}{V_1} = \frac{n_2 R T_2}{V_2}$

(2) 分子運動與氣體壓力

$$\text{壓力 } P = \frac{\text{正向力 } F_{\perp}}{\text{受力面積 } A} = \frac{\text{動量變化 } \Delta \vec{P}_{\perp}}{\text{受力面積 } A \times \text{時間 } \Delta t} = \frac{N \times m \Delta v_{\perp}}{A \times \Delta t}$$

其中 N 為 Δt 時間內撞擊器壁的分子個數， m 為每顆分子質量

容器內氣體壓力 (a) 壓力與平均動能的關係： $PV = \frac{2}{3} NE_k \Rightarrow \text{總質心動能 } NE_k = \frac{3}{2} PV$

(b) 壓力與密度的關係： $P = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$ 因為 $\rho = \frac{Nm}{V}$ (ρ 用 kg/m^3)

(3) 分子平均動能與溫度

一個分子的平均動能： $\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$

n 莫耳分子的總動能： $N \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{1}{2} M \overline{v^2} = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} PV = \frac{3}{2} nRT$

氣體分子的方均根速率： $v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_0}} = \sqrt{\frac{3PV}{M}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

理想氣體混合：(1) 質量不變 (2) 分子數不變 (3) 總動能不變

容器壁每單位面積、單位時間受到分子的撞擊次數 $\propto \frac{nv}{V} \propto \frac{P}{T} \cdot \sqrt{\frac{3kT}{m}} \propto \frac{P}{\sqrt{mT}}$

容器壁每單位時間受到分子的撞擊次數 $\propto \frac{nv}{V} A \propto \frac{P}{T} \cdot \sqrt{\frac{3kT}{m}} A \propto \frac{P}{\sqrt{mT}} A$

脫離動能： $\frac{1}{2} m v^2 = \left| -\frac{GMm}{r} \right| = \frac{3}{2} kT \quad g = \frac{GM}{r^2}$

(4) 布朗運動

成因：圖中所示的微粒運動，是偶然的與不規則的。氣體或液體分子會作凌亂的運動，花粉微粒在氣體中或液體中，被來自各方向的氣體或液體分子所撞擊而產生不規則運動

影響布朗運動激烈程度的因素：溫度越高、壓力越小、密度越小、體積越小、質量越小，則花粉粒子的布朗運動越激烈

(5) 氣體分子速率分布 $v_p < \bar{v} < v_{rms}$

H. 流體

(1) 靜止液體的壓力

平均壓力：若 F 為作用於物體上面積 A 的正向力，則平均壓力為 $P = \frac{F}{A}$

一點的壓力：若 A 無限縮小至一點時，則此點的壓力為 $P = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{F}{A}$

壓力是一個有方向的量，但是他不是向量，而是比向量更複雜的張量

單位： $1 \text{ kgw} = 9.8 \text{ nt} = 1000 \text{ gw}$ 。 $1 \text{ gw} = 980 \text{ dyne}$ 。 $1 \text{ nt} = 10^5 \text{ dyne}$

氣象學上常以「巴」(bar) 作單位， $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ nt/m}^2 = 10^6 \text{ dyne/cm}^2$

靜止流體的壓力公式： $P = \rho gh$ 一點距液體表面的深度為 h

(2) 浮力

浮力：物體在流體中所減輕的重量 = 物體所排開的流體重 $B = W_{空} - W_{液} = V_{沒} \times D_{液} \times g$

單位換算： $1 \text{ kgw} = 9.8 \text{ nt} = 1000 \text{ gw}$ $1 \text{ gw} = 980 \text{ dyne}$ $1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$ $1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$

物體在液體中的加速度：合力 $F = mg - B = DVg - dVg$

$$\text{加速度 } a = \frac{F}{m} = \frac{DVg - dVg}{DV} = \frac{D - d}{D} \times g$$

(3) 大氣壓力與空氣浮力

標準大氣壓力：在緯度 45° 的海平面處，溫度為 0°C 時，高 76 cm 水銀柱所產生的壓力，稱為 1 標準大氣壓力，簡稱 1 大氣壓力 (atm)

單位換算： $1\text{atm} = 76\text{ cm-Hg} = 760\text{mm-Hg} = 1033.6\text{gw/cm}^2 = 1.013 \times 10^6\text{dyne/cm}^2$ (76×13.6×980 得來)
 $= 1.013 \times 10^5\text{nt/m}^2 = 1.013\text{ 巴}$

大氣壓力的變化：大氣壓力隨高度的增加而遞減，大氣的密度不均勻，越離開地面越稀薄，實驗結果得知，壓力 P 約與高度 h 成指數函數關係

在地球表面附近，高度每增加 100 公尺，大氣壓力約減少 0.8 cm-Hg

開管壓力計： $P = P_0 - h$

閉管壓力計： $P = P_0 + h$

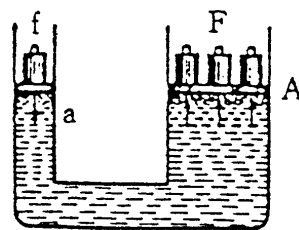
(4) 帕斯卡原理

帕司卡原理：對一充滿液體的密閉容器內的液體所施的壓力，必均勻的傳遞到液體中的任何一部份及器壁上，且其值不變，這稱為帕司卡原理

基本型 (兩邊等高型)：當液壓機平衡時，且兩邊活塞等高，則兩個活塞對液體產生的壓力相等。

大活塞產生的壓力 = 小活塞產生的壓力

$$\Rightarrow \frac{\text{大活塞上的總力 } F}{\text{大活塞的面積 } A} = \frac{\text{小活塞上的總力 } f}{\text{小活塞的面積 } a}$$



變形 (兩邊不等高型)：若在大活塞上再施一力 W ，使大活塞下降 x ，而小活塞上升 y ，則 x 、 y

滿足兩個關係式：大活塞液體下降體積 = 小活塞液體上升體積 $\Rightarrow Ax = ay$

$$\text{兩邊同高處壓力相等} \Rightarrow \frac{F + W}{A} = \frac{f}{a} + \rho g (x + y)$$

(5) 表面張力與毛細現象

內聚力：同類分子間的吸引力，稱為內聚力

附著力：異類分子間的吸引力，稱為附著力

接觸角 α ：液體與固體接觸時，沿液面切線方向與接觸面方向所成角度稱為液體與固體的接觸角

液體的內聚力 > 其與固體的附著力： α 為鈍角，液體不易附著於固體上，液體下降表面呈凸狀

液體的內聚力 < 其與固體的附著力： α 為銳角，液體容易附著於固體上，液體上升表面呈凹狀

表面張力 T ： $T = \frac{\text{總力}}{\text{表面張力作用的邊緣長度}} = \frac{F}{L} \Rightarrow F = T \times L$

肥皂膜之表面張力 T ：內外半徑 R_1 、 R_2 壓力差 $P_1 - P_0 = 2T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

毛細管定律：毛細現象平衡時，表面張力在鉛直方向產生的總力 = 上升或下降的液體柱的重量

基本型公式：設柱狀管液面上升或下降高度 $y \Rightarrow y = \frac{2T \cos \alpha}{\rho g r}$

平行板間之毛細現象：高度 $h \Rightarrow h = \frac{2T \cos \alpha}{\rho g d}$

夾角很小的兩板之間的毛細現象：軌跡為 $xy = \frac{2T \cos \alpha}{\rho g \theta}$

(6) 白努利方程

連續性方程式： $A_1 v_1 = A_2 v_2$

白努利方程式： $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{常數} \Rightarrow P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$

I. 波動與聲波

(1) 波的性質

波速公式： $v = \frac{S}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \times f$

波的種類：(1) 力學波：需要靠介質傳播的波 (2) 電磁波：不需要介質即可傳播的波

橫波與縱波：(1) 橫波（高低波）：波行進方向與介質運動方向互垂直

(2) 縱波（疏密波）：波行進方向與介質運動方向互相平行

弦波上介質的振動速度： $V_y = -V \times \tan \theta = -V \times \text{波形在 P 點的切線斜率}$

弦波的波速： $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ F：弦的張力（單位：牛頓） μ ：線密度 = $\frac{\text{質量}}{\text{長度}}$ （單位：kg/m）

反射與透射：

頻 率 不 變	反 射 波				透 射 波			
諸 元	波形	波速	波長	振幅	波形	波速	波長	振幅
輕 繩 → 重 繩	顛倒	不變	不變	變小	不變	變小	變小	變小
重 繩 → 輕 繩	不變	不變	不變	變小	不變	變大	變大	變大

(2) 聲音的傳播與共鳴

聲速：空氣中的聲音速度 $v = 331 + 0.6t$

共鳴：發射源所發出的波的頻率若和接收體的自然頻率中的某一頻率相同，則接收體會大量接收由波所傳來的能量，而做大幅度的振動

聲波共鳴實驗：當音叉振動時，測出連續兩次共振時，管長 R 之差即為兩節點距離，為聲波波長的一半

(3) 水波

水波的波峰類似凸透鏡，在白紙上形成亮紋，水波的波谷類似凹透鏡，在白紙上形成暗紋

波前：在介質中傳播，同一時刻波傳播所至的點所連成的線或面，稱為波前

反射定律：入射角 θ_i = 反射角 θ_r

折射定律： $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 定值，不隨入射角的改變而變動

海更士原理：個波前上的任一點，均可視為新的波源，各自發出它的球面波，而新的波前就是這些球面的包絡面

節點： $|PS_1 - PS_2| = (n - \frac{1}{2})\lambda \quad n = 1, 2, 3$

節線數： $2[(d/\lambda) + 1/2]$ $[\]$ 取高斯符號

腹點： $|PS_1 - PS_2| = n\lambda \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

注：中垂線上的點必為腹點。因為： $|PS_1 - PS_2| = 0 = 0\lambda$ 節線或腹線的編號 n 是由中央算起

腹線數： $2[(d/\lambda) + 1]$ $[\]$ 取高斯符號

(4) 駐波

駐波的性質：弦上某些點的振幅永遠為零（節點），因此振動動能無法經由波節傳播到另一處，所以這種波的能量被限制在某一特定區，故稱駐波

兩端固定弦上駐波：長度 ℓ 、兩端固定的弦所產生的駐波 頻率： $f = \frac{2n}{4\ell}v \quad n = 1, 2, 3, \dots$

一端固定弦上駐波：長度 ℓ 、一端固定一端自由的弦所產生的駐波頻率： $f = \frac{2n-1}{4\ell}v \quad n = 1, 2, 3, \dots$

(5) 都卜勒效應

意義：由於波源與觀察者連線上有相對速度，使觀察者測得的視頻率與原來頻率不同的現象

視頻率 $f' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{V \pm V_0}{\left(\frac{V \pm V_s}{f}\right)} = \frac{V \pm V_0}{V \pm V_s} \times f \Rightarrow$ 同方向用 $-$ ，反方向用 $+$

風速的影響：假設風速為 u ，順風時 V 要改成 $V + u$ ，逆風時 V 要改成 $V - u$

速率分解：當波源速度 V_s 和觀察者速度 V_o 的方向並沒有和 \overline{SO} 平行，則 V_s 、 V_o 必須分解出和 \overline{SO} 平行的分量

速度限制：前面所得都卜勒公式不適用於光波情況

音爆問題：波速 V 要大於波源速度 V_s 和觀察者速度 V_o ，否則會產生音爆

(6) 音爆

馬赫數：聲源速率 (V_s) 與聲速 (V) 的比值，馬赫數 $= \frac{V_s}{V}$

馬赫角 θ ：衝擊波的圓錐面和其中心軸的夾角 $\sin \theta = \frac{Vt}{V_s t} = \frac{V(\text{球面波速率})}{V_s(\text{波源速率})}$

J. 幾何光學

(1) 照度 $E = [I(\text{強度}) \cos \theta] / r^2$

(2) 反射與平面鏡

光槓桿原理：若入(反)射線不變，當平面鏡之鏡面轉動 θ 角，反(入)射線將轉動 2θ 角

平面鏡的性質：左右相反、正立虛像，物長 H_o 等於像長 H_i ，物到平面鏡的距離 p 等於像到平面鏡的距離 q

長度的限制：一人欲自平面鏡中看到自己全身之像，則鏡長最短為身高的一半，且鏡子的最高點要對齊頭頂和眼睛的中央，鏡子的最低點要對齊腳和眼睛的中央

寬度的限制：假設一人臉寬為 D ，兩眼寬 d ，想在平面鏡中看到自己的全臉

兩平面鏡間多次成像數：兩平面鏡夾角 θ ， $n=(360^\circ/\theta)-1$

平面鏡夾角 θ 無法由 360° 除盡時，由作圖法求之

奇次反射像與原物左右相反，偶次反射像與原物左右相同

(3) 面鏡

成像公式： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \Rightarrow \begin{cases} q \text{ 為正} \Rightarrow \text{實像} \\ q \text{ 為負} \Rightarrow \text{虛像} \end{cases}$

物距 p：物體與鏡心的距離 **鏡前實物取正** **像距 q**：像與鏡心的距離 **鏡前實像取正**

焦距 f：焦點與鏡心的距離， $f=r/2$ 。**凹面鏡焦距為正**，**凸面鏡焦距為負**

橫向放大率： $m = \frac{\text{像長 } H_i}{\text{物長 } H_0} = -\frac{\text{像距 } q}{\text{物距 } p}$ $m > 0 \Rightarrow \text{像為正立虛像}$ $m < 0 \Rightarrow \text{像為倒立實像}$

(a) 球面鏡

球面鏡成像

像的性質		位置	實虛像	正倒立	放大縮小
物體位置					
凹面鏡	無窮遠處	焦點上	實		一點
	兩倍焦距外	球心與焦點間	實	倒	較小
	兩倍焦距上	兩倍焦距上	實	倒	相等
	一倍焦距到二倍焦距之間	兩倍焦距外	實	倒	較大
	焦點上	無窮遠			
	焦點內	鏡後	虛	正	較大
	焦點內向鏡心移動	鏡後移近鏡心	虛	正	較大
凸面鏡	無窮遠處	焦點上	虛		一點
	鏡前	鏡後焦距內	虛	正	較小
	鏡前向鏡心移動	鏡後移近鏡心	虛	正	較小

(4) 折射與全反射

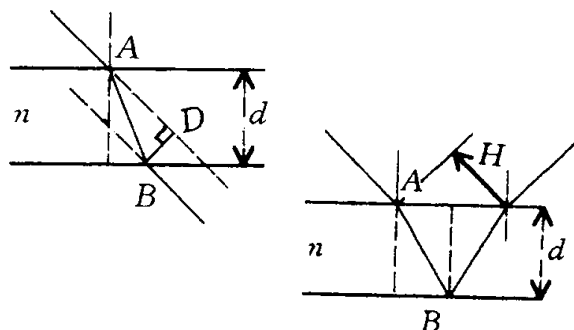
司乃耳定律： $n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

折射光的側位移： $D = d \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right)$

反射光的側位移： $H = \frac{d \sin(2i)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$

單層平界面的視深：物體所在介質折射率為 n ，深度（實深）為 h ，觀察者所在介質折射率為 n' ，

則觀察者覺得物體的深度（視深） h' 為 $\frac{h'}{n'} = \frac{h}{n}$



多層平行界面的視深：視深 h' 為 $\frac{h'}{n'} = \frac{h_1}{n_1} + \frac{h_2}{n_2} + \dots$

眼睛看厚度 d ，折射率為 n 的透明平行板時，覺得板子的厚度變為 $\frac{d}{n}$

眼睛透過厚度 d 折射率為 n 的透明平行板看對面物體時，物向自己移近距離為 $(1 - \frac{1}{n})d$

全反射條件：(1) 光由光密介質 (n 大) 射向光疏介質 (n 小) (2) 入射角大於臨界角

$$\Rightarrow n_1 \sin \theta_1 > n_2$$

單層透光面積：介質折射率為 n ，深 h 處有一點光源。若人從上方往下看可見一圓形透光區域

$$\text{半徑為：} R = h \tan \theta_c = \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad \text{面積為：} \frac{\pi h^2}{n^2 - 1}$$

$$\text{兩層透光面積：透光半徑為 } R = \frac{h_1}{\sqrt{n_1^2 - 1}} + \frac{h_2}{\sqrt{n_2^2 - 1}}$$

(5) 色散現象

同一介質中各色光 **波長大小關係**： $\lambda_{\text{紅}} > \lambda_{\text{橙}} > \dots > \lambda_{\text{藍}} > \lambda_{\text{紫}}$

折射率大小關係： $\Rightarrow n_{\text{紅}} < n_{\text{橙}} < \dots < n_{\text{藍}} < n_{\text{紫}}$

不同色光性質的比較表：

入射角相 同	波長	頻率能 量	折射率	折射角	臨界角	速度	稜鏡偏向 角	橫向 位移	視深	透光 面積
紅光	大	小	小	大	大	大	小	小	大	大
紫光	小	大	大	小	小	小	大	大	小	小

虹：平行日光射在空中水珠，經水珠 **一次反射、二次折射** 的色散現象，

仰角約為 40° (紫) $\sim 42^\circ$ (紅)，視角約 2 度

霓：平行日光射在空中水珠，經過水珠 **二次反射、二次折射** 的色散現象，

仰角約為 51° (紅) $\sim 54^\circ$ (紫)，視角約 3 度

菱鏡偏向角公式： $\delta = i + r' - \alpha$ i 入射角 r' 折射角 α 菱鏡角

(6) 薄透鏡

透鏡成像

像的性質 物體位置		位置	實像或 虛像	正立或 倒立	放大或 縮小
凸 透 鏡	無窮遠處	焦點上	實		一點
	兩倍焦距外	鏡後 f 與 $2f$ 間	實	倒	較小
	兩倍焦距上	兩倍焦距上	實	倒	相等
	一倍焦距到二倍焦距之間	兩倍焦距外	實	倒	較大
	焦點上	無窮遠			
	焦點內	鏡前	虛	正	較大

	焦點內向鏡心移動	鏡前移近鏡心	虛	正	較大
凹透鏡	無窮遠處	焦點上	虛		一點
	鏡前	鏡前焦距內	虛	正	較小
	鏡前向鏡心移動	鏡前移近鏡心	虛	正	較小

成像公式： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ 凸透鏡焦距取正，凹透鏡焦距取負

像距 $\begin{cases} q \text{ 為正} \Rightarrow \text{實像} \Rightarrow \text{倒立} \Rightarrow \text{與物異側} \Rightarrow \text{可放大或縮小} \\ q \text{ 為負} \Rightarrow \text{虛像} \Rightarrow \text{正立} \Rightarrow \text{與物同側} \Rightarrow \text{凸透鏡放大, 凹透鏡縮小} \end{cases}$

橫向放大率： $m = \frac{\text{像長 } H_i}{\text{物長 } H_o} = \frac{\text{像距 } q}{\text{物距 } p}$

(7) 光學儀器

構造與像的特性：

	鏡頭	成像裝置	改變焦距	像的性質	成像位置	照遠物
眼睛	水晶體	視網膜	調整水晶體的曲率	縮小倒立實像	鏡後 1 倍焦距到 2 倍焦距之間	調整水晶體曲率使焦距變大
照相機	凸透鏡	底片	換凸透鏡	縮小倒立實像	鏡後 1 倍焦距到 2 倍焦距之間	縮短鏡頭到底片之間的距離

曝光時間的計算： $D^2 t = \text{const}$ $D = f/x$ t 曝光時間 D 孔徑 $D^2 = A$ 面積 x 光圈 f 焦距

放大鏡：視角放大率： $M = \frac{d}{f} + 1$ (d ：明視距離，因人而異)

顯微鏡：將物體放在物鏡的一倍焦距到兩倍焦距之間，經過物鏡成放大倒立實像於目鏡的焦點內，再經目鏡成正立放大虛像，總結兩次成像結果，像與物比較得到倒立放大虛像

望遠鏡：遠處物體在物鏡的焦點附近形成縮小的倒立實像，此像落於目鏡的焦點內，再經目鏡形成正立放大虛像，像的性質：倒立縮小虛像

角度放大率 $M = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_o}{f_e} = \frac{\text{物鏡焦距}}{\text{目鏡焦距}}$

儀器	照相機	眼睛	放大鏡	顯微鏡	望遠鏡
性質	倒立縮小實像	倒立縮小實像	正立放大虛像	倒立放大虛像	倒立縮小虛像

K. 物理光學

(1) 干涉

角度公式：

波程差 $+d \sin \theta = \begin{cases} n\lambda & n = 0, 1, 2, \dots \text{亮紋中線} \\ \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda & n = 1, 2, \dots \text{暗紋} \end{cases}$ 其中 n 的編號由中央算起

位置公式：波程差=0

$$y_n = \begin{cases} n \frac{\lambda r}{d} & n = 0, 1, 2, \dots \text{亮紋中線} \\ \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda r}{d} & n = 1, 2, \dots \text{暗紋} \end{cases}$$

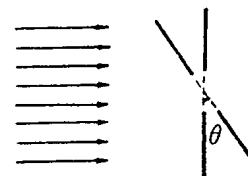
其中 n 的編號由中央算起

性質整理：

(a) 中央亮帶寬度與其它亮帶的寬度、及相鄰兩暗紋距離皆相同 $\Delta y = \frac{\lambda r}{d}$

(b) 中央亮帶的亮度與其它亮帶相同

(c) 若狹縫旋轉 θ 角，則條紋間隔變大為 $\Delta y' = \frac{\Delta y}{\cos \theta}$



(d) 若將整個裝置放入折射率為 n 的介質中，光波長變小為 $\frac{\lambda}{n}$ ，則條紋間隔變小為 $\frac{\Delta y}{n}$

(e) 若入射光為白色，干涉條紋的中央為白色其後為彩色，第一條彩色條紋為綠色（紫色暗紋）

(f) 干涉條紋變寬：減小狹縫距離 d，加大狹縫與光屏 C 的距離 r，改用波長 λ 較長的光，使狹縫旋轉一個角度

(2) 繞射

繞射：波通過甚小的障礙物（或狹縫），其傳播方向會改變，稱為繞射。波長與狹縫寬度比值 $\frac{\lambda}{b}$ 越

大則繞射現象越明顯，所以日常生活只見水波、聲波的繞射，而觀察不到光波的繞射，主要原因就是光波長太短

雙狹縫公式

角度公式：

$$\text{波程差} + b \sin \theta = \begin{cases} n\lambda & n = 1, 2, \dots \text{暗紋} \\ 0 & \text{中央亮紋中線} \\ \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda & n = 1, 2, \dots \text{其它亮紋中線} \end{cases}$$

其中 n 的編號由中央算起

位置公式：波程差=0

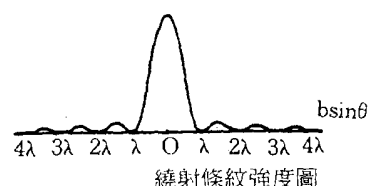
$$y_n = \begin{cases} n \frac{\lambda r}{b} & n = 1, 2, \dots \text{暗紋} \\ 0 & \text{中央亮紋中線} \\ \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda r}{b} & n = 1, 2, \dots \text{其它亮紋中線} \end{cases}$$

其中 n 的編號由中央算起

★明暗對調， $\left(n - \frac{1}{2}\right)$ 變成 $\left(n + \frac{1}{2}\right)$ ，且中央亮紋寬度變大為 $2 \Delta y = 2 \frac{\lambda r}{b}$

性質整理：

(a) 中央亮帶寬度： $2 \Delta y = 2 \frac{\lambda r}{b}$ 其它亮帶的寬度、及相鄰兩暗紋距離為 $\Delta y = \frac{\lambda r}{b}$



(b) 中央亮帶的亮度最強，其它亮帶因部份抵銷所以亮度減小的很快。

$$\text{亮度比為 } 1 : \frac{4}{(3\pi)^2} : \frac{4}{(5\pi)^2} : \frac{4}{(7\pi)^2}$$

(c) 若狹縫旋轉 θ 角，則條紋間隔變大為 $\Delta y' = \frac{\Delta y}{\cos \theta}$

(d) 若將整個裝置放入折射率為 n 的介質中，光波長變小為 $\frac{\lambda}{n}$ ，則條紋間隔變小為 $\frac{\Delta y}{n}$

(e) 若入射光為白色，干涉條紋的中央為白色其後為彩色，第一條彩色條紋為綠色（紫色暗紋）

(f) 干涉條紋變寬：減小狹縫寬度 b ，加大狹縫與光屏 C 的距離 r ，改用波長 λ 較長的光，使狹縫旋轉一個角度

(g) 在雙狹縫實驗中，其實各狹縫亦產生繞射。在兩個中央亮帶重疊部份，有干涉條紋；至於其它繞射條紋，因為能量減弱的很快，不易察覺

影像的鑑別

鑑別率：經由光學儀器以分辨相鄰兩光源成為清晰影像的能力，稱為該儀器的鑑別率。簡單的說，就是物體的個數分辨的清楚

雷利判別準則：當一光源繞射的中央亮帶中線恰位於另一光源繞射條紋的第一暗紋上，則稱該兩物的像恰可鑑別

$$\text{光學儀器的鑑別率 } R = \frac{b}{\lambda} = L/d : b \text{ 為狹縫寬度，} \lambda \text{ 為光波長，} d \text{ 兩點最小距，} L \text{ 屏距}$$

兩物體要被鑑別的條件

(a) 增加光學儀器的鑑別率：孔徑 b 要大，光波長 λ 要短（用藍光）

(b) 物體放置位置：兩物體盡量分開，與儀器的距離盡量小

(c) 物體放置位置 $\frac{\ell}{d} \leq \text{光學儀器的鑑別率 } \frac{b}{\lambda}$ 時，兩物體可被鑑別

L. 靜電學

(1) 電荷與電量

電的量子性：電荷有一最小單位

1 基本電荷 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ 庫侖，1 庫侖 $= 6.25 \times 10^{18}$ 個基本電荷

靜電感應(適用於導體)：由於帶電體的接近（沒有互相接觸），而使一個導體內正、負電荷分離的現象，稱為靜電感應。聚集於導體不同部份的局部正負電荷，稱為感應電荷

感應起電：利用靜電感應原理，使物體帶電的現象，適用於導體

金屬的屏蔽作用：一接地的金屬球殼內部不受外界電荷的影響，亦即外部電荷接近或遠離金屬球殼（速率不要太快），球殼內部的電荷完全不受影響

	摩擦起電	感應起電	接觸起電
適用對象	絕緣體	導體	導體

帶電情況	兩物體帶等量異性電	物體與帶電體帶異性電	物體與帶電體帶同性電
------	-----------	------------	------------

(2) 庫倫定律

公式： $F = k \frac{q_1 q_2}{R^2}$ 其中 k 為常數

可定義 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ，可得 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ (庫侖)²/牛頓 • (公尺)²，稱為真空中的電容率

電子繞原子核作等速率圓周運動：

$$\text{電力 } F = \frac{kQe}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} = m \cdot \omega^2 r$$

(3) 電場與電力線

電場強度： $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\text{所受電力}}{\text{電量}}$ (電場為向量)

點電荷的電場：公式： $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{kQ}{r^2}$

方向：當 Q 為正電荷，則電場方向由 Q 指向外；當 Q 為負電荷，則電場方向由外指向 Q

電力線：電力線乃是一假想的曲線，用來表示電場強度與方向。在此線上任一點的切線，就是電場在該點的方向，亦即一正電荷在該點所受電力的方向，或負電荷受力方向的反方向。(不一定是運動方向)

電力線的性質：

- (a) 靜電荷的電力線開始於正電荷而終於負電荷
- (b) 電力線上任一點的切線方向就是電場在該點的方向，亦是正電荷受力方向，但不一定是正電荷運動的軌跡
- (c) 電力線永不相交，且越密集處代表電場強度越大
- (d) 電力線為一緊張的力線，有縮短的趨勢
- (e) 帶靜電導體平衡後在導體表面上的電力線與導體表面垂直

導體靜電平衡的條件：

- (a) 導體內部無淨電荷，電荷只分佈於導體表面
- (b) 導體內部無電力線，亦即內部電場為零
- (c) 導體外部電力線垂直於導體表面
- (d) 導體表面曲度越大的地方，電場越強 (尖端放電原理)

金屬球的電場：金屬球半徑 R，帶電量 Q

球體內： $r < R$ ，電場 $E = 0$

球體外： $r \geq R$ ，電場 $E = \frac{kQ}{r^2}$

平行板均勻電場： $E = 4\pi k \frac{Q}{A}$ ，Q 為單一板子上的電量，A 為單一板子面積，電場大小與兩板

距離無關（令 $\sigma = \frac{Q}{A}$ ，稱為面電荷密度）

平行板中的斜向拋射

(a) 最大高度： $H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$

(b) 水平射程： $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

(c) 飛行時間： $T = 2 \frac{V_0 \sin \theta}{g}$

均勻電場中的單擺： g 的修正：此時單擺不只受重力作用，要將電力作用加進來， g 要改成 $\left| \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} \right|$

(4) 電位能

點電荷的電位能： $U = \frac{kQq}{r} \Rightarrow \begin{cases} \text{當 } Q, q \text{ 同號} \rightarrow U > 0 \rightarrow \text{兩電荷相斥} \\ \text{當 } Q, q \text{ 異號} \rightarrow U < 0 \rightarrow \text{兩電荷相吸} \end{cases} \Rightarrow \text{公式中 } Q, q \text{ 要代}$

正負號 若以無窮遠處為基準點（位能為零）

總電位能：任意兩點間求其位能，再求其代數和

n 個點電荷共有電位能個數為 $C_2^n = \frac{n(n-1)}{2}$

一電荷電量 $-q$ 繞電量 $+Q$ 的固定電荷作等速率圓周運動： $-q$ 的質量為 m ，旋轉半徑 r

(a) 電位能： $U = -\frac{kQq}{r}$

(b) 動能： $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{kQq}{2r} = \frac{1}{2}|U|$

(c) 總力學能： $E = U + K = -\frac{kQq}{2r} = -K = \frac{1}{2}U$

電位： $V = \frac{U}{q} = \frac{\text{電位能}}{\text{電量}} \Rightarrow \text{電位能 } U = \text{電量 } q \times \text{電位 } V$

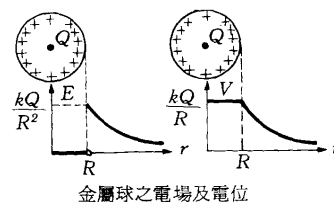
一個電量 Q 的點電荷： $V = \frac{U}{q} = \frac{kQ}{r} \quad E = \frac{kQ}{r^2}$

多個點電荷： $V = V_1 + V_2 + \dots = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} + \dots \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$

帶靜止電荷 Q 的金屬球所建立的電位與電場：

(a) 球體內 $r < R \quad V = \frac{kQ}{R} \quad E = 0$

(b) 球體外 $r \geq R \quad V = \frac{kQ}{r} \quad E = \frac{kQ}{r^2}$



帶靜止電荷 Q 、半徑 R 的金屬圓環所建立的電位與電場：

$$(a) \text{ 電位 } V = \frac{kQ}{r} = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

$$(b) \text{ 電場 } E = \frac{kQ}{r^2} \cos \theta = \frac{kQX}{r^3} = \frac{kQX}{(R^2 + X^2)^{3/2}}$$

電位差：電場中兩點間電位的差，俗稱電壓 $\Delta V = V_{AB} = V_A - V_B$

等電位導體：帶有電荷的導體在靜電平衡的狀態下，其電荷將分佈於導體表面，同時導體內部電場為零，表面電場必與表面垂直。故此時在導體內部或沿表面移動一極微小的測試電荷並不需作功，可知導體中任意兩點的電位在靜電平衡時必須相等

兩導體球相接觸後再分離：則兩導體的電荷重新分配，直到電位相等為止

平行板均勻電場能量分析：板子間距離為 d 、電位差為 V 、電場為 E ($V = E \times d$)。一電荷電量 q 、質量 m ，只受電力作用而在板子中運動

(a) 若移動方向與電場垂直，則電荷的電位能不變

(b) 若移動方向與電場平行

(1) 從靜止加速：電子槍的功能 電位能損失 → 動能增加 $qV = \frac{1}{2}mv^2$

(2) 減速至靜止：動能損失 → 電位能增加 $\frac{1}{2}mv^2 = qV$

(5) 電容

電容的定義： $C = \frac{Q}{V}$ ，電容的大小代表儲存電荷的能力

平行板電容器的電容： $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{1}{4\pi k} \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d}$

球形電容器或圓柱電容器的電容： $C = \frac{Q}{V} = \frac{R}{k} = 4\pi \epsilon R$

M. 電路學

(1) 電動勢與電流

平均電流：單位時間內通過某一截面的電量 $i = \frac{Q}{t} = \frac{\text{電量}}{\text{時間}} \Leftrightarrow Q = i \times t$

電流方向的規定：正電荷運動方向 負電荷運動方向的反方向

電動勢 ϵ ：電池正負極半反應的電位差，亦即一個無內電阻電池所能提供的電位差（電壓）

端電壓 V ：通常電池的內電阻 r 很小但不為零，因此電池所能提供的電壓不是電動勢 ϵ

放電時（正常使用）： $V = \epsilon - I \times r$

充電時： $V = \epsilon + I \times r$

(2) 電阻與歐姆定律

電阻： $R = \frac{V}{I} = \frac{\text{電壓}}{\text{電流}}$ 單位：電阻用歐姆 (Ω) = $\frac{\text{伏特}}{\text{安培}}$

柱狀金屬導體的電阻： $R = \rho \frac{L}{A}$ 導體長度 L 成正比、截面積 A 成反比

其中 ρ 為電阻率，單位為歐姆公尺，只與物質特性、溫度有關

電阻率與溫度： $\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$ α 稱為電阻率的溫度係數，隨材料種類而異

串聯：

- (a) 電流相同
- (b) 該電阻組合所消耗電壓 = 各個電阻消耗電壓的總和
- (c) 等效電阻： $R = R_1 + R_2 + \dots$

並聯：

- (a) 電壓相同 總電壓 = 各個電阻消耗電壓
- (b) 各電流相加等於總電流
- (c) 等效電阻： $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$

(3) 電功率

功率定義： $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{能量}}{\text{時間}}$ (單位：瓦特 = $\frac{\text{焦耳}}{\text{秒}}$) \Rightarrow 能量 $W =$ 功率 $P \times$ 時間 t

電功率： $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{電池提供或電器消耗的能量}}{\text{時間}} = \frac{QV}{t} = I \times V$

(4) 克希赫夫定則

克希荷夫定律：迴路-電流所走的一個封閉電路，稱為一個迴路

節點：電流的分叉點，亦即一個大電流會分成幾個小電流的點

電壓定律：當電流通過一個迴路時，電源所提供的電壓 = 迴路中各個電器所消耗的電壓總和

電流定律：流進節點的總電流 = 從節點流出的總電流

(5) 電阻電壓電流的測量

電流計：電流計當有電流通過時指針會偏轉，偏轉方向與電流方向相同，並可指出電流的大小

安培計：

- (a) 連接法：與待測電器串聯
- (b) 內部電阻要小
- (c) 將一電流計（電阻為 r ）與一個小電阻 R 並聯
- (d) 欲使安培計的最大可測量電流為電流計所能通過的最大電流的 n 倍，需並聯一低電阻 $R =$

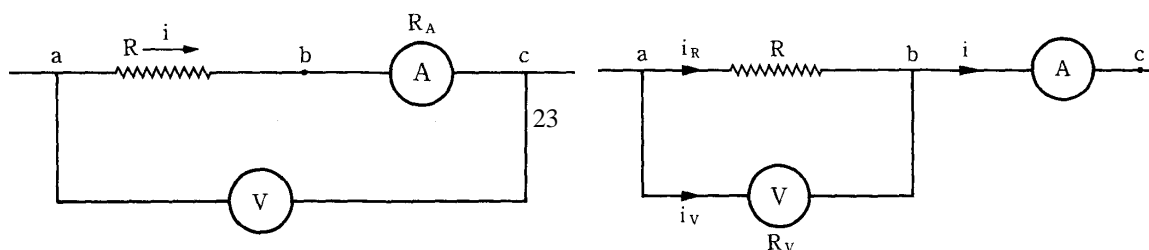
$$\frac{r}{n-1}$$

伏特計：

- (a) 連接法：與待測電器並聯
- (b) 內部電阻要大
- (c) 將一電流計（電阻為 r ）與一個大電阻 R 串聯
- (d) 使伏特計的最大可測量電壓為電流計所能使用的最大電壓的 n 倍，需串聯高電阻 $R = r(n-1)$

電阻的測量：

- (a) **高電阻的測量**：(左下圖)先和安培計串聯，再和伏特計並聯 $\Rightarrow R_{\text{測}} = R_A + R \Rightarrow$

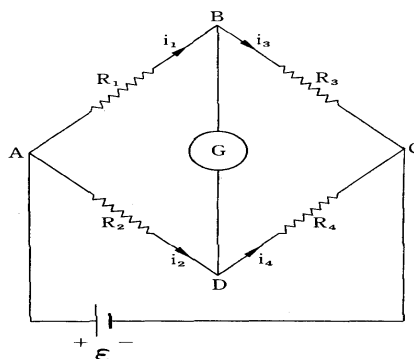


(b) 低電阻的測量：(右上圖)先和伏特計並聯，再和安培計串聯 $\Rightarrow \frac{1}{R_{\text{測}}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \Rightarrow$

(c) 歐姆定律法：在待測電器兩端接上安培計與伏特計，量出電流與電壓，再利用 $R = \frac{V}{I}$ 算出

電阻 R ，此法誤差最大

(d) 惠司同電橋法：通過 G 的電流為零時，可利用公式 $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$ 求出電阻 R_1 的值



(6) 用電安全

家庭用電：

- (a) 家庭中的電器連接法為並聯
- (b) 使用電器越多，總電阻越小，總電流越大，發熱量越多，易產生危險
- (c) 保險絲與總開關或被保護的電器串聯，其材料為熔點低的合金，當電路中電流太大時，保險絲燒斷將電路切斷
- (d) 1 度電 = 1 千瓦 × 小時 = 3.6×10^6 焦耳

接地：

- (a) 地球電位：地球是一個體積甚大的導體，其電位不因電荷的累積而改變，故可以假設地球電位為零
- (b) 地線：與地球接通的導線稱為地線，通常埋入地底數公尺也能維持零電位，稱為地線（一般以綠色標記）
- (c) 接地線（以白色標記）：其電位為零，作為電流的迴路，又稱為中性線

N. 靜磁學

(1) 磁場與磁力線及電流磁效應

(I) 必歐沙伐定律 - $\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \Delta \ell \sin \theta}{r^2}$ μ_0 為真空中磁導率 ($4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$)

(II)無限長直導線磁場- $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$

(III)圓線圈磁場-半徑為 a ，帶一電流 i ，在圓的對稱軸上與圓心 O 距離 R 的一點 P 上

$$\text{磁場 } B_P = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

圓線圈電流中心點 O 的磁場：令 $R=0$ ，即得 $B_O = \frac{\mu_0 i}{2a}$

圓心角為 θ 的弧形線圈： $B = \frac{\theta}{2\pi} \cdot \frac{\mu_0 i}{2a}$

(IV)螺線管中心的磁場- $B = \mu_0 n i$ n 為每公尺的線圈匝數。 $n = \frac{N(\text{總匝數})}{L(\text{總長度})}$

螺線管邊緣的磁場： $B = \frac{1}{2} \mu_0 n i$

(V)螺線環的磁場- $B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$

(2) 載流導線在磁場中受力

載流導線在磁場中所受磁力： $\vec{F} = i \vec{\ell} \times \vec{B} = \begin{cases} \text{大小：} \ell i B \sin \theta \\ \text{方向：右手開掌定則} \end{cases}$

右手定則：大拇指：比電流方向 四指張開：比磁場方向 掌心所對方向：導線所受磁力方向

平行載流導線互相作用之力： $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} L$ 兩電流方向相同(反)，則兩導線互相吸引(斥)

(a)任意形狀的非封閉導線，在均勻磁場中所受磁力=起點與終點所連直導線所受磁力

(b)封閉載流導線在均勻磁場中所受磁力必為零

(3) 載流線圈在磁場中受力矩

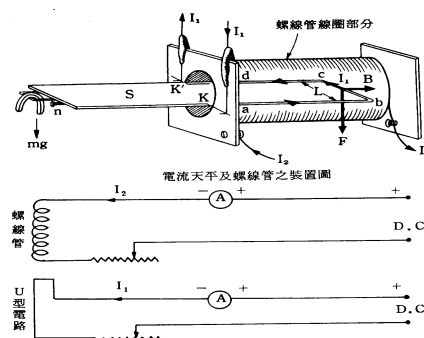
力矩公式： $\tau = i N B a \sin \theta = i N B a \cos \alpha$

電流天平：

(a)螺線管通電流 I_2 後，管中之磁場 $B = \mu_0 n I_2$

(b)等臂電流天平通電流 I_1 後，其在螺線管中長 L 之一段受力 $F = I_1 L B = \mu_0 n L I_1 I_2$

(c)在天平另端，加重 mg 之金屬細絲後達平衡
 $\Rightarrow \mu_0 n L I_1 I_2 = mg$



(4) 帶電質點在磁場中受力

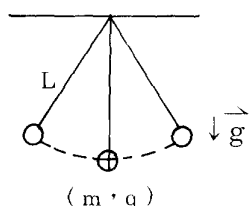
動電荷在磁場中所受的磁力： $\vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B} = \begin{cases} \text{大小：} q V B \sin \theta \\ \text{方向：右手開掌定則} \end{cases}$

$\vec{F} = i \vec{\ell} \times \vec{B}$ 是 $\vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B}$ 的巨觀表現

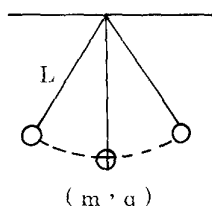
單擺：單擺週期只會受固定方向的加速度影響，因此受重力加速度及電力加速度影響

磁場的影響：單擺電荷擺動時磁力不斷在改變方向，其加速度也不斷改變，因此單擺的週期不受磁場的影響。磁力會改變繩子張力

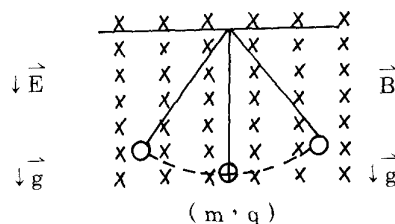
$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{mL}{mg + qE}}$$



$$T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



運動方向與磁場垂直：等速率圓周運動

(a) $F = qvB = m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

(b) 加速度： $a = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m}$

(c) 圓周的半徑： $qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$

(d) 動量： $P = mv = qrB$

(e) 動能： $K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{P^2}{2m} = \frac{q^2 r^2 B^2}{2m}$

(f) 運動週期： $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$ ，週期的大小與質點的運動速率無關

(g) 迴轉頻率： $f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$

(h) 荷質比：動能 $K = \frac{q^2 r^2 B^2}{2m} = \text{電位能減少 } qV \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2}$

(i) 帶電質點之運動方向不與磁場方向平行或垂直時，電荷作螺旋線運動

(j) 螺旋的半徑： $r = \frac{mv \sin \theta}{qB}$

(k) 螺旋的週期： $T = \frac{2\pi m}{qB}$

(l) 螺距： $D = V \cos \theta \times T = \frac{2\pi m v \cos \theta}{qB}$ 螺距：當圓周運動轉一圈時，等速度運動前進的距離

(m) 質譜儀： $r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \propto \sqrt{\frac{m}{q}}$

O. 電磁感應

(1) 冷次定律

磁通量 (Φ_B)：在磁場中，通過一表面的磁力線總數，為磁場 \vec{B} 垂直於線圈面的分量與線圈面積 A 的乘積

$$\text{若磁場為均勻磁場時： } \Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = (B \cos \theta) A = B_{\perp} A$$

$$\text{若磁場為非均勻磁場： } \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

單位：(a) 1 馬克士威 = 1 條磁力線 (b) 韋伯 = 特士拉 \cdot 米² = 牛頓 \cdot 米 / 安培 = 10^8 馬克士威

冷次定律：感應電動勢係為了產生感應電流，以產生一感應磁場來反抗原有磁通量的變化

(2) 法拉第定律

法拉第電磁感應定律：平均感應電動勢 $\mathcal{E} = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$

$$\text{瞬時感應電動勢 } \mathcal{E} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(- \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right) = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

導線切割磁場—直線型 以 F 之拉力，拉迴線以等速 v 橫割垂直的均勻磁場 B 運動

(a) 感應電動勢大小 $\mathcal{E} = \ell v B$

(b) 若迴線電阻為 R ，則感應電流為 $i = \frac{\ell v B}{R}$ 方向為逆時針

(c) 所需拉力的量值 $F =$ 導線所受磁力量值 $= \ell i B = \frac{\ell v B}{R} \ell B = \frac{\ell^2 v B^2}{R}$

(d) 拉力對迴線所作功率 $= \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{\ell^2 v B^2}{R} \cdot v = \frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

(e) 電阻所消耗電功率 $= \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

導線切割磁場—旋轉型 導線長 L ，在均勻磁場 B 中以角速度 ω （或頻率 f ）旋轉

(a) $\mathcal{E} = L v B = L \left(\frac{0 + \omega L}{2} \right) B = \frac{1}{2} \omega B L^2 = \pi L^2 f B$

(b) 若金屬棒不是以一端為轉動中心，此時可將此金屬棒看成兩段反向串聯的電池，其兩端的

$$\text{電壓要相減 } \mathcal{E} = \frac{1}{2} \omega B (L_1^2 - L_2^2)$$

(3) 發電機

公式： $\mathcal{E} = \omega N B A \sin \theta = \omega N B A \sin (\theta_0 + \omega t)$

最大感應電動勢 $\mathcal{E}_{\max} = \omega N B A$ $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ (f = 頻率，單位為：轉/秒)

(4) 變壓器

理想變壓器：原線圈的輸入功率 = 副線圈的輸出功率

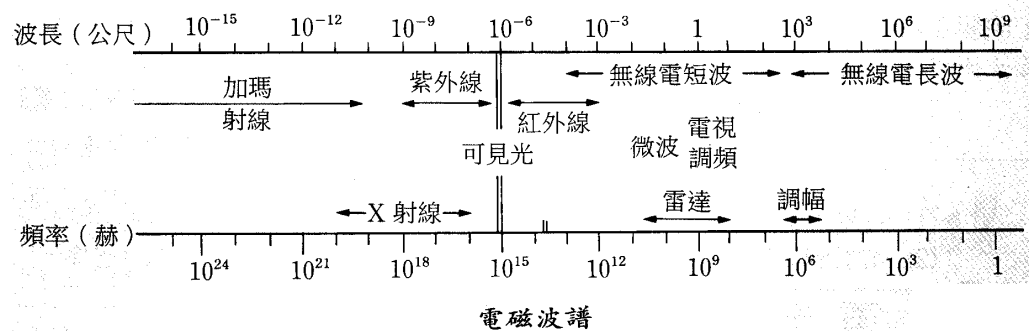
$$\varepsilon_1 \times i_1 = \varepsilon_2 \times i_2 \quad \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

(5) 電磁波

加速運動電荷：產生電磁波（運動中的電磁場）

一些結果：馬克士威推測光是電磁波的一種，赫茲以簡單的電磁振盪裝置發射出電磁波，由實驗驗證馬克士威的電磁理論

光譜：



P. 電子學

(1) 半導體

純半導體：

- (a) 四價的矽或鍺元素
- (b) 自由電子與電洞數目相等
- (c) 溫度愈高，提高其導電能力，降低電阻率
- (d) 傳導方式靠擴散

N型半導體：

- (a) 參雜五價元素($4+5=n$)
- (b) 自由電子為主要載子
- (c) 又稱施體(donor)

P型半導體：

- (a) 參雜三價元素($4+3=P$)
- (b) 電洞為主要載子(P有洞)
- (c) 又稱受體(acceptor)

(2) 二極體

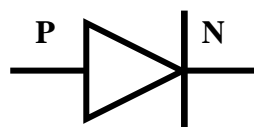
原理：利用 PN 接面處電子與電洞的擴散，造成無電子與電洞的空乏區

N 型空乏區-失去電子帶正電，形成高電位

P 型空乏區-得到電子帶負電，形成低電位

於是空乏區在 PN 間形成一電位差(壁障電壓)

電路符號：



順向偏壓：P 接正，N 接負

逆向偏壓：P 接負，N 接正

理想二極體功能：

- (a) 順向偏壓：有如通路(ON)，電阻為 0
- (b) 逆向偏壓：有如斷路(OFF)，電阻為無窮大
- (c) 整流功能-交流整直流

(3) 電晶體

雙極性接面電晶體(BJT)：

構造：(a)將雙接面 PN 製成，PNP 或 NPN 三極體

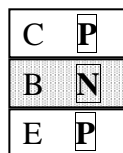
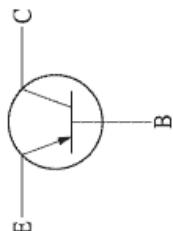
(b)中間為基極(B)，旁邊分別為射極(E)與集極(C)

性質：(a)基極厚度最薄

(b)載子濃度：E>C>B

(c)參雜濃度：E>B>C

電路符號：判別方向 P→N



電流關係：(a) $I_E = I_B + I_C = (\beta + 1)I_B$

(b) $I_C = \beta I_B = \alpha I_E$

(c)共射極電流增益 $\alpha = \beta / (\beta + 1)$ 共基極電流增益 $\beta = \alpha / (1 - \alpha)$

作用：順作用-EB 順偏 BC 逆偏 $V_C > V_B > V_E$

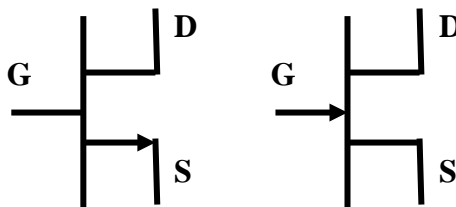
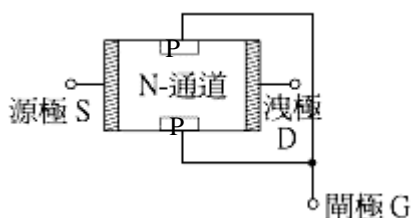
(1)開關 (2)訊號放大 (3)電流控制電壓(反應快但耗電)

場效電晶體(FET)

特性分類：利用電場控制電流(只能電子或電洞)又稱單極性電晶體

(1)接面場效電晶體(JFET) (2)金氧半場效電晶體(MOS FET)

構造及電路符號：判別方向 P(G)→N(S)



作用：(1)有截止 $I_D = 0$ 、線性、飽和三區

(2)電壓控制電流 (反應慢但省電)

(4) 微電子技術

製程簡介：1 晶圓製程-氧化-擴散-沉積-電路圖案-蝕刻-偵測 2 切割貼附和打線 3 封裝測試

Q. 近代物理

(1) 電子發現

平行板中電場的強度為 $E = V/d$

運動狀況如表所示：

		水平方向	垂直方向	運動軌跡
電子由 O 至 A	運動狀態	等速度運動	等加速度運動	一拋物線
	加速度	0	$a_y = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$	
	位移	$\ell = v_0 t$ ($t = \ell / v_0$)	$y_1 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{eE\ell^2}{mv_0^2}$	
電子由 A 至 S	運動狀態	等速度運動	等速度運動	一直線
	在 A 點之瞬間速度	$v_x = v_0$	$v_y = \frac{eE}{m} t = \frac{eE\ell}{mv_0}$	
	位移	$D = v_0 t'$ ($t' = D/v_0$)	$y_2 = v_y t' = \frac{eE\ell}{mv_0^2} D$	

$$y = y_1 + y_2 = \frac{eE\ell}{mv_0^2} \left(\frac{\ell}{2} + D \right) \quad \text{測量 } y, D, \ell, E \text{ 和 } v_0 \text{ 等值, 即可求出 } e/m \text{ 之比值}$$

陰極射線的荷質比 e/m ：

(a) 電場單獨作用，射線在右端管壁形成偏向位移 y

$$y = \frac{eE\ell}{mv_0^2} \left(\frac{\ell}{2} + D \right) \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{yv_0^2}{E\ell \left(D + \frac{\ell}{2} \right)} = \frac{yE}{B^2 \ell \left(D + \frac{\ell}{2} \right)}$$

(b) 磁場單獨作用，射線在磁場內形成半徑 R 的圓弧

$$evB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{v}{RB} = \frac{E}{RB^2}$$

(2) X 射線

在陰極射線管中電子被電壓 V 加速後，撞擊一靶，會發出 X 射線光子 $eV = \frac{1}{2} mv^2 \geq \frac{hc}{\lambda}$

當電子動能全部變成 X 光子的能量時，X 光的能量最大、頻率最高、波長最短

布拉格晶體 X 射線繞射： $2d \sin \theta = n\lambda$ ， $n \in \mathbb{N}$ ，產生相長干涉

(3) 量子論

黑體：若有物體完全吸收輻射熱而不反射，稱此物體為黑體

黑體輻射：將空腔加熱，內壁向各方向輻射熱能，只有少量能從小孔射出

蒲朗克的量子論： $E = h\nu$ h = 蒲朗克常數 = 6.6×10^{-34} 焦耳·秒 ν = 振子的振盪頻率

(4) 光電效應

$$E = h\nu = mc^2, P = mc = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad c \text{ 為光速 } (c = \lambda \times \nu)$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E} = \frac{1.99 \times 10^{-25}}{E} \text{公尺} = \frac{12400}{E(eV)} \text{埃}$$

光子的能量 = 光電子最大動能 + 電子從原子脫離所需最小能量 $h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + e\phi$

功函數 $e\phi$: $e\phi$ 稱為金屬的功函數，隨金屬種類而異（束縛能）

低限頻率 ν_0 : 擊出光電子所需最小光子能量為 $h\nu_0 = e\phi$, $\nu_0 = \frac{e\phi}{h}$ 稱為低限頻率

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_s = h\nu - e\phi = h(\nu - \nu_0)$$

斜率為 h/e 為定值 $1eV = 1.6 \times 10^{-19}$ 焦耳

被照射出的光電子動能，應決定於入射光的強度，然而確是由入射光的頻率與金屬板的種類決定

(5) 康卜吞效應

動量守恆：水平方向： $P_x = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + mv \cos \phi$

垂直方向： $\frac{h}{\lambda'} \sin \theta = mv \sin \phi$

能量守恆：假設 X 光子的能量遠大於電子的束縛能，因此可視為彈性碰撞

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = 0.0243 (1 - \cos \theta) \text{埃}$$

光子的波—粒二重性：電磁輻射具有波動性質又具有粒子性質

(6) 物質波

物質波：所有的運動中的物質，都可看成是一種波，稱為物質波

物質波的頻率 ν : $\nu = \frac{E}{h}$

物質波的波長 λ : $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$

理想氣體分子的動能公式為 $E = \frac{3}{2}kT$, 所以 $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}$

若電子的動能是由電位差 V 加速來的，動能 $E = eV$, 所以 $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{12.3}{\sqrt{V}}$ (埃)

相同點：

愛因斯坦理論	德布羅依理論
$E = h\nu$	$\nu = \frac{E}{h}$

$p = \frac{h}{\lambda}$	$\lambda = \frac{h}{p}$
-------------------------	-------------------------

相異點：

	光子	物質波
動能	$E = mc^2$	$E = \frac{1}{2}mv^2$
動量	$p = mc = \frac{E}{c}$	$p = mv = \frac{2E}{v}$

物質波的實驗證明：達維生－革末實驗

原理：以電場中加速的電子，仿照 X 射線的繞射，利用鎳金屬晶體作天然的光柵

結果： $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = 1.67 \times 10^{-10} \text{m} = 1.67 \text{ 埃}$

實驗測量值：已知 $d = 0.91 \text{ 埃}$ ， $\theta = 65^\circ$ ，呈現加強性干涉，則 $2d \sin \theta = 1 \cdot \lambda$ ， $\lambda = 1.67 \text{ 埃}$

由上可知電子的確具有波動性

兩端封閉牆間的物質波：

(a) 駐波條件： $d = \frac{n}{2} \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2d}{n}$

(b) 動量公式： $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2d}$

(c) 能階公式：動能 $E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8md^2}$

(d) 躍遷頻率：當此物質波作能階跳躍時，由第 j 能階躍遷至第 n 能階，則

$$\text{其所吸收或放出光子的頻率 } \nu = \frac{E_j - E_n}{h} = \frac{(j^2 - n^2)h}{8md^2}$$

R. 原子結構

(1) 拉塞福原子模型

1. 將原子描述成一個小型太陽系，居其中心者稱為原子核，而電子則繞核迴轉
2. 原子核帶正電，質量幾乎即為該原子的質量。帶負電且質量極微小的電子受庫侖力的作用，繞原子核迴轉，這和行星繞日係由萬有引力作用之情況相似
3. 原子核與外面電子之間的空間，除了一些電子外空無一物
4. 對外界而言，電子對外之電力作用，恰為原子核所抵消，使整個原子對外呈電中性，亦即原子核所帶正電荷個數與核外電子個數相等

拉塞福散射公式簡單結論：

- (a) 當動能相同的 α 粒子撞擊金箔，當 b 越小時（越接近原子核，受原子核的排斥力越大），散射

角 θ 越大

- (b) α 粒子動能越大，可以越接近原子核
- (c) θ 角增加時，散射數目很快的減少。角度越大觀測到的 α 粒子越少
- (d) 當 α 粒子正面碰撞原子核時， α 粒子與原子核的距離最近，此時散射角 θ 為 180°

(2) 氫原子模型

電子的角動量量子化： $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ $n = \text{整數}$

電子的「物質波」在圓周上形成駐波，而圓周上要形成駐波的條件是：圓周長是波長 λ 的整數倍（如下圖所示）。令圓周半徑為 r ，則 $2\pi r = n\lambda$ $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\lambda = \frac{2\pi r}{n} = \frac{nh^2}{2\pi mkQq} \propto n$$

$$\begin{cases} \frac{kZe^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \\ 2\pi rmv = nh \end{cases} \quad \text{其中 } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{coul}^2$$

各種量子化公式：

(a) 軌道半徑量子化： $r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 mkZe^2} = \frac{0.53 \times n^2}{Z} \text{ (Å)} \propto \frac{n^2}{Z}$

(b) 速率量子化： $v_n = \frac{2\pi kZe^2}{nh} = \frac{2.18 \times 10^6 \times Z}{n} \text{ (m/s)} \propto \frac{Z}{n}$

(c) 角動量量子化： $L_n = r m v = \frac{nh}{2\pi} \propto n$

(d) 動量量子化： $P = m v = \frac{nh}{2\pi r} \propto \frac{Z}{n}$

(e) 動能量子化： $E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{P^2}{2m} = \frac{kZe^2}{2r} = \frac{2\pi^2 mk^2 Z^2 e^4}{n^2 h^2} = \frac{13.6 Z^2}{n^2}$

(f) 電位能量子化： $U = -\frac{kZe^2}{r} = -2E_k = -\frac{27.2 Z^2}{n^2}$

(g) 總能量量子化： $E_n = U + E_k = -E_k = \frac{1}{2} U = -\frac{kZe^2}{2r} = -\frac{2\pi^2 mk^2 Z^2 e^4}{n^2 h^2} = -\frac{13.6 Z^2}{n^2}$

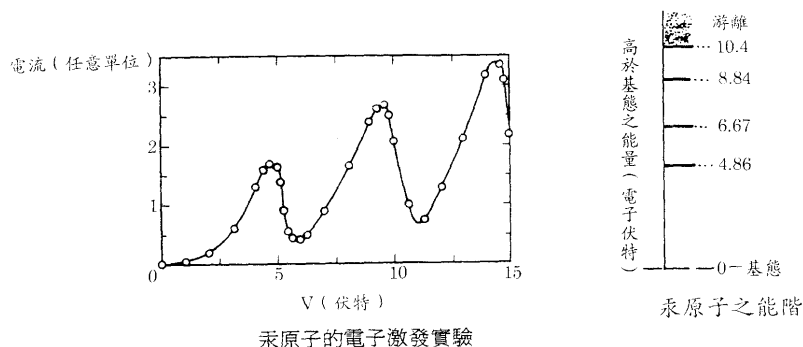
(h) $n=1$ 時之能階 E_1 稱為基態 $n=2$ 時之能階 E_2 稱為第一受激態

(i) 原子由穩定態 j 躍遷至穩定態 n ，原子將吸收或放出電磁波，其頻率為 $\nu_{jn} = \frac{E_j - E_n}{h}$

(j) 光子能量公式： $\Delta E = 13.6 \times \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{j^2} \right)$ 電子伏特

(3) 夫然克赫茲實驗

汞原子第一激發態與基態的能量差額約為 4.9eV



原子之內能無法連續性的改變，呈現階梯式的能階穩定態

各種碰撞下能量吸收情況的比較：

(a) 光電效應：光子能量超過電子的束縛能時，光子能量全部轉移給電子

光子能量小於電子的束縛能時，光子能量完全不被吸收

(b) 康普頓散射：X 射線的能量要遠大於束縛能，此時光子能量部份轉移給電子

(c) 法朗克－赫茲實驗：

電子碰撞原子時：電子能量可以部份給原子

光子碰撞原子時：光子能量大於束縛能，則如光電效應或康普頓效應中的情況

若光子能量小於束縛能：(1)當光子能量等於能階差時，光子能量全部給原子

(2)光子能量不等於能階差時，光子能量完全不被吸收，光子直接通過

S. 原子核

(1) 半衰期

半衰期（半生期 T ）：放射性元素的量經過蛻變後，當減少至原來的一半時，所需時間 $\frac{R}{R_0} = \frac{N}{N_0} =$

$$\frac{m}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$$

率變機率：在 t 時間內原子衰變機率 $\frac{\text{衰變原子個數}}{\text{原來原子個數}} = \frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - \frac{N}{N_0} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$

單位：1 居里 = 3.7×10^{10} 蛻變/秒 = 1 克鐳的每秒衰變率

(2) 分裂與融合

人工蛻變：藉由人為方式將一種元素轉變為另一種元素 ${}^4_2\text{He} + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$

人工誘發放射性：磷 30 會持續放出正電子和微中子，而且在自然界並不存在，是第一個人工放射性同位素

質能互換公式： $E = mc^2$ 原子核分裂所釋放的能量來自核反應前後所損失的質量

連鎖反應：一個慢中子撞擊鈾原子核進行核分裂，平均一次核分裂會產生 2.5 個中子，這些中子繼

續撞擊鈾原子核，則核分裂可持續不斷的發生

核融合：當兩個較小的原子核聚合成較大的原子核，稱為核融合 ${}_1^2H + {}_1^3H \rightarrow {}_2^4He + {}_0^1n$

核融合反應所需的條件：

(a) 1 千萬度以上高溫：高溫才能克服兩原子核之間的靜電力，使原子核和自由電子形成電漿

(b) 勞生判斷：粒子密度與拘束時間的乘積必須大於 10^{20}s/m^3 。

核融合原理的應用：1. 氫彈 2. 太陽（恆星）的發光原理

核反應：

(a) α 衰變： ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}W + {}_2^4He$ W 原子序少 2，質量數少 4 $\alpha = \Delta A/4$

(b) β 衰變： ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AW + {}_{-1}^0\beta$ W 比 X 原子序多 1，質量數不變 $\beta = 2\alpha - \Delta Z$

(c) γ 衰變： ${}_Z^AX \rightarrow {}_Z^AX + \gamma$ 原子序、質量數都不變 $\gamma = \alpha + \beta$

放射線的種類：

放射線	α 射線	β 射線	γ 射線
游離氣體的能力	最強	其次	最弱
感光能力	最弱	其次	最強
穿透能力	最弱，一張紙片即可阻止	其次，2 mm 厚鉛板可以阻止	最強，可穿透 1 cm 厚的鉛板
受電場影響	向負極偏折	向正極偏折	不會偏折

原子序與質量數：

(a) 原子序：核中的質子數＝中性原子中的電子數。寫在元素符號的左下角

(b) 質量數：質子質量＝中子質量＝1836 倍電子質量，因此原子的質量幾乎集中在原子核，故定義質量數＝質子數＋中子數。（質量數與原子量接近，寫在元素符號的左上角）

(c) 中子數＝質量數－原子序

(d) 原子核可以用 ${}_Z^AX^{\pm n}$ 表示，其中 X 為元素符號，Z 為原子序，A 為質量數，右上角的 $\pm n$ 為其帶電價數，例如： ${}_2^4He^{+2}$

(e) α 粒子 ${}_2^4He$ ， β 粒子 ${}_{-1}^0\beta$ ，質子 ${}_1^1P$ ，中子 ${}_0^1n$

T. 重要常數

光速	C	3×10^8	m/s	輔助字首	
質子質量	m_p	1.67×10^{-27}	kg	K (千)	10^3
電子質量	m_e	9.11×10^{-31}	kg	M (百萬)	10^6
電子(質子)電量	Q	-1.6×10^{-19}	C	G	10^9
萬有引力常數	G	6.67×10^{-11}	m ³ /kgs ²	c (厘)	10^{-2}
亞佛加厥常數	N₀	6.02×10^{23}	個/mole	m (毫)	10^{-3}
玻茲曼常數	k	1.38×10^{-23}	J/K	μ (微)	10^{-6}
庫倫常數	k	9×10^9	Nm ² /C ²	n (奈)	10^{-9}
真空磁導率	μ₀	$4 \pi \times 10^{-7}$	Tm/A	P	10^{-12}
真空介電常數	ε₀	8.84×10^{-12}	C ² /Nm ²	A⁰	10^{-10}
卜朗克常數	h	6.625×10^{-34}	Js	f	10^{-15}
理想氣體常數	R	0.082 8.317	atmL/mole J/moleK		