# 緒論

## 研究背景與動機

隨著輔助施工管理的軟體與自動機械化的方法日趨進步，可知未來施工環境可在自動化工程的輔助下達成愈趨複雜的施工要求。因此，在可保證施工品質的前提下，若可將材料在建築結構的需求上進行合理的分配，使材料分配在結構強度之真實需求處，在需求較低的地方減少材料用量，妥善發揮材料的用途，將可有效降低整體材料用量，進而達成減少材料的浪費與降低材料成本的目的。

而現行工程實務上，對於鋼筋混凝土梁的配筋方法，以施工容易程度為導向，所以可能於需求較低的位置，仍配置和需求較高位置相同甚至更多的鋼筋量，造成現行配筋方法較容易產生浪費。而若可以將鋼筋用量進行合理的分配，使鋼筋配置於強度需求處，於較低需求處減少鋼筋用量，將可有效節省鋼筋的材料用量，進而減少材料浪費達成永續發展與降低成本的目的。

## 研究目標與方法

本研究目標為節省鋼筋混凝土梁之鋼筋用量。故本研究根據混凝土結構設計規範(內政部, 2019)設置梁之鋼筋，包含撓曲以及剪力鋼筋，並做梁鋼筋配置之最佳化，使梁鋼筋合理配置於結構強度需求處，以期節省梁鋼筋用量。

本研究比較現行工程實務上梁配筋方法之鋼筋用量，與鋼筋配置做最佳化後之鋼筋用量。找出現行配筋方法與鋼筋配置最佳化後之鋼筋用量的差異，以及影響其最佳化後可節省鋼筋用量的因素。並以影響最佳化效益的因素進行結構數值模型設計，以量化其對於最佳化配筋與現行梁配筋鋼筋用量不同的影響。提出可用於梁配筋最佳化之適用條件，並以實際建物之數值分析模型驗證最佳化配筋預期產生之效益。最後討論配筋最佳化造成之施工複雜度增加，與最佳化配筋可減少之材料成本的平衡。

而為驗證最佳化後之梁配筋是否符合規範規定之耐震需求，比較現行梁配筋方法與最佳化之配筋方法之耐震性能，進行非線性靜力側推分析、非線性動力歷時分析與增量動力分析。非線性靜力分析除採用ATC-40(ATC, 1996)建議之容量震譜法，為考慮中高樓層結構產生高模態時的反應，另以模態側推分析方法Modal Pushover Analysis(Chopra & Goel, 2001, 2002, 2004; Mao, Zhai, & Xie, 2008)，與多模態組合方法Multi-Modes Combination(Chomchuen & Boonyapinyo, 2017; Kunnath, 2004)，做中高樓層結構產生高模態效應時的驗證。另動力歷時分析所使用之地震歷時紀錄取自FEMA P695(Federal Emergency Management Agency, 2009)之遠域地震歷時，本研究使用其中11筆地震歷時，並調整地震歷時等級至最大考量地震與設計地震之反應譜。本研究同時以前述之地震歷時紀錄，使用增量動力分析方法Incremental Dynamic Analysis(Vamvatsikos & Cornell, 2002)，觀察現行配筋方法與最佳化配筋方法結構極限耐震性能之差異。

總結上述，量化最佳化配筋方法相較於現行配筋方法可節省用鋼量的效益，討論其可能增加之施工複雜度與減少的材料成本，並以上述多種非線性分析方法驗證其耐震性能，以期最佳化配筋方法可運用於實務環境之下。

## 研究流程

本研究之整體研究流程如圖 1.1所示，並於下列對各章節進行簡介：



圖 1.1 研究流程圖

1. 第一章：簡介本研究之研究背景與動機和研究目標，並提供研究流程圖與介紹研究流程。
2. 第二章：簡述現行鋼筋混凝土梁之設計，並介紹非線性分析方法，包含靜力側推分析、動力歷時分析與增量動力分析。
3. 第三章：根據規範要求，提出最佳化配筋之理論，包含撓曲鋼筋與剪力鋼筋之配置方法。
4. 第四章：討論最佳化配筋方法與現行配筋方法之用鋼量差異，提出影響兩者用鋼量差異的因素，並量化其對於最佳化配筋用鋼量的影響。提出可用於鋼筋配置最佳化的適用環境，並討論可能因最佳化配筋而增加的施工成本與減少之材料成本的平衡。
5. 第五章：比較最佳化配筋方法與現行配筋方法之耐震性能。以非線性靜力側推分析檢核建物之韌性容量是否合於規範規定，並探討其塑角分佈之合理性。並檢核非線性動力歷時分析之層間位移角，於設計地震和最大考量地震是否小於規範規定。最後比較兩者增量動力分析方法之極限性能，當建物達其極限狀態時，兩者結構強度的差異。
6. 第六章：根據前幾章的分析與設計結果，提出最佳化配筋的結論與建議。

# 文獻回顧

## 前言

本章節回顧現行鋼筋混凝土矩形梁的設計方法，包含撓曲鋼筋以及剪力鋼筋的配置。以及非線性分析的驗證方法，包含非線性靜力側推分析採用ATC-40(ATC, 1996)之容量震譜法，考慮高模態效應的模態側推分析方法Modal Pushover Analysis(Chopra & Goel, 2001, 2002, 2004; Mao et al., 2008)與多模態組合方法Multi-Modes Combination(Chomchuen & Boonyapinyo, 2017; Kunnath, 2004)。非線性動力歷時分析調整加速度歷時資料強度等級至設計與最大考量地震反應譜的方法。最後是增量動力分析Incremental Dynamic Analysis(Vamvatsikos & Cornell, 2002)的分析方法。

## 現行鋼筋混凝土矩形梁設計

依據現行台灣混凝土結構設計規範(內政部, 2019)並參考美國ACI318-05(ACI, 2005) 之規範，整理鋼筋混凝土梁之設計流程。以下梁設計流程分別設置梁之受撓鋼筋與剪力鋼筋。

### 鋼筋混凝土矩形梁撓曲設計

#### 設計彎矩



其中為斷面之設計彎矩，為鋼筋混凝土斷面之彎矩計算強度，為強度折減因數。需考慮在各種使用載重狀況下與載重因數配合，並設計梁之鋼筋量使。

#### 設計鋼筋量



圖 2.1 矩形梁設計

1. 混凝土壓力塊深度



其中，為構材最外受壓纖維至縱向受拉鋼筋斷面重心之距離(cm)，為混凝土規定抗壓強度，為構材受壓面之寬度(cm)。

1. 混凝土壓力區深度







其中，為混凝土最大壓應變，為鋼筋最小拉應變。

1. 混凝土壓力塊深度最大值





其中，為混凝土壓力區深度之係數。

1. 如(及受拉鋼筋應變超過0.005)



其中，為拉力鋼筋面積，為鋼筋強度。若，受拉鋼筋設置在下層；反之則設置在上層。

1. 如(需要設置受壓鋼筋)
   1. 混凝土壓力



* 1. 混凝土可抵抗彎矩



* 1. 受壓鋼筋需抵抗彎矩



* 1. 需求受壓鋼筋量





其中，為構材最外受壓纖維至縱向受壓鋼筋斷面重心之距離(cm)，為鋼之彈性模數。

* 1. 平衡混凝土壓力需求受拉鋼筋量



* 1. 平衡壓力鋼筋需求受拉鋼筋量



* 1. 總需求受拉鋼筋量



若，受拉鋼筋量設置在梁之下層，受壓鋼筋量設置在梁之上層；反之受壓鋼筋量設置在梁之下層，受拉鋼筋量設置在梁之上層。

#### 最少鋼筋量

受拉鋼筋量不得小於：



#### 耐震特別規定

拉力鋼筋比不得大於，亦不得大於0.025。構材上下兩面至少各須有兩支鋼筋全長貫通配置。

撓曲構材在梁柱交接面及其它可能產生塑鉸位置，其壓力鋼筋量不得小於拉力鋼筋量之半。

在沿構材長度上任何斷面，不論正彎矩鋼筋量或負彎矩鋼筋量均不得低於兩端柱面處所具最大負彎矩鋼筋量之1/4。

#### 現行工程實務上鋼筋切斷點

現行工程實務上層鋼筋切斷點設在淨梁長之處，並考慮端部之伸展長度，取淨梁長與伸展長度之大值。下層鋼筋切斷點同樣設在淨梁長之處，但若是下層鋼筋之中央需求鋼筋量較端部多，則設在淨梁長之(連續跨)或(單跨或邊界)處，同時需考慮中央的伸展長度，如圖 2.2所示。



圖 2.2 大梁撓曲鋼筋配置標準圖

### 鋼筋混凝土矩形梁剪力設計

#### 設計剪力與彎矩



其中，斷面之剪力計算強度，斷面之設計剪力，強度折減因數。





梁端點I的頂層彎矩容量，考慮鋼筋降伏強度為，並不得考慮強度折減，亦即。其中。

梁端點J的底層彎矩容量，考慮鋼筋降伏強度為，並不得考慮強度折減，亦即。其中。

梁端點I的底層彎矩容量，考慮鋼筋降伏強度為，並不得考慮強度折減，亦即。其中。

梁端點J的頂層彎矩容量，考慮鋼筋降伏強度為，並不得考慮強度折減，亦即。其中。

淨梁長。

重力引致的剪力。

#### 混凝土剪力強度



其中，為混凝土之剪力計算強度，為混凝土規定抗壓強度，為梁腹寬，為構材最外受壓纖維至縱向受拉鋼筋斷面重心之距離。

於耐震設計時，受撓構材之兩端由支承構材面向跨度中央2倍構材深度之範圍內(圍束區)，計算地震引致之剪力，若超過設計剪力之半，且包括地震效應之設計軸壓力小於(為鋼筋混凝土總斷面積)，則設計其橫向鋼筋時，值應假設為零。

#### 剪力鋼筋需求

1. 若



其中，為橫向鋼筋之中心距，為剪力鋼筋於距離內之面積。

1. 若



其中，為橫向鋼筋之規定降伏強度。





其中，為剪力計算強度之上限值。



其中，為剪力鋼筋於距離內之面積之下限值。

並且於耐震設計時，受撓構材之兩端由支承構材面向跨度中央2倍構材深度之範圍內(圍束區)，閉合箍筋最大間距不得超過(1)，(2)最小主鋼筋直徑之8倍，(3)閉合箍筋直徑之24倍，及(4)30cm。

#### 現行工程實務上剪力鋼筋分段點

現行工程實務上，剪力鋼筋的間距於同一支梁上區分為三種不同的間距(分為左端、中央與右端)，並且分界在梁淨長之與兩倍構材深度之大值，表 2.1為梁鋼筋配置之示例。

表 2.1 梁配筋表



## 非線性分析方法

### 非線性靜力側推分析

本章節介紹非線性靜力側推分析所使用的側向力分佈，並使用ATC-40(ATC, 1996)之容量震譜法，包含需求震譜、容量震譜，與轉換容量曲線為容量震譜的方法，以求得性能績效點。並以最大考量地震與設計地震之性能績效點，分別做做韌性容量(R, Ra)之檢核。最後以模態側推分析方法Modal Pushover Analysis(Chopra & Goel, 2001, 2002, 2004; Mao et al., 2008)與多模態組合方法Multi-Modes Combination(Chomchuen & Boonyapinyo, 2017; Kunnath, 2004)，考慮結構產生高模態時的反應。

#### 容量曲線

建築物容量曲線(Capacity Curve)是建築物基底剪力對頂層變位之關係圖，其代表結構物的抗震能力。側向力的豎向分配於ATC-40(ATC, 1996)規範中共列出五種側力型式，本研究使用其中建議的兩種側力型式，並以較為保守的結果作為分析結果：

1. 依建築物耐震設計規範及解說(內政部, 2011)所使用之公式，但不考慮頂層集中力。



其中為第層的重量，為第層高度，此分佈為倒三角形型式，適用於低樓層。

1. 依各樓層質量與第一模態乘積比例分佈。



其中為結構物的第一模態，適用於結構物週期小於1秒之結構。

以兩種不同的側向力進行非線性靜力側推分析，獲得整體建築物達破壞機制為止的反應。其方法為每當側向力增加一增量時，檢視構件是否進入降伏或減載，若有則更改有效勁度矩陣及計算不平衡力，再施加側向力增量，直達建築物崩塌為止。

#### 容量震譜法

進行非線性靜力側推分析後，可得分析結構的容量曲線，容量曲線的橫坐標為結構物頂層變位，縱座標為基底剪力。由ATC-40(ATC, 1996)之容量震譜法，轉換容量曲線(Capacity Curve)至容量震譜(Capacity Spectrum)，即譜加速度係數與譜位移關係曲線，以求得結構物的性能績效點。

容量震譜是一種非線性靜力分析方法，將分析所得結果繪於容量震譜格式中，格式中兩項重要的元素分為需求震譜(Demand Spectrum)與容量震譜(Capacity Spectrum)。前者代表建築物於地表運動期間的耐震需求，後者為建築物本身實際的抗震能力。容量震譜的內容是使建築物受側向力，進行側推分析，直到建築物達到破壞機制為止。而需求震譜是經工址地層資料、土壤特性及震區等因素獲得，同時考量結構進入非線性後，非彈性變形產生之能量消散折減而得之設計需求反應譜。

需求震譜及容量震譜不全然相互獨立，當結構進入非線性範圍時，結構物因結構降伏導致強度及勁度衰減，而使得整體結構物的週期拉長，非彈性變形形成之等效阻尼此時會消散部分地震能量，進而折減設計需求震譜。折減後之非彈性需求震譜及容量震譜所產生之交點稱為性能績效點(Performance Point)，代表該建築物所能承受的最大位移及地震強度。

由下列公式轉換容量曲線至容量震譜：









其中，為第個模態參與因數，為第個模態質量參與係數，為第層之質量，為第層第個模態，為樓層數，為基底剪力，為地震參與重量，為屋頂位移，為譜加速度，為譜位移。除了模態側推分析方法Modal Pushover Analysis(Chopra & Goel, 2001, 2002, 2004; Mao et al., 2008)，其餘方法皆僅需使用第一模態進行轉換。

另外需求震譜的折減與等效黏滯阻尼相關，當結構物受地表運動進入非線性範圍時，結構物的固有黏滯阻尼(Viscous Damping)及遲滯阻尼(Hysteretic Damping)會導致結構物於運動過程中產生消能的作用。

等效黏滯阻尼(Equivalent Viscous Damping)，與最大變位有關，可用下式評估。



其中，為遲滯阻尼經計算所得之等效黏滯阻尼，0.05為結構本身之固有黏滯阻尼。可由計算：



其中，為結構阻尼消散的能量，為最大應變能。

得有效阻尼比後，以建築物耐震設計規範及解說(內政部, 2011)表3-1與表3-2計算可得折減過後之需求震譜。

#### 性能績效點

ATC-40(ATC, 1996)共提供三種方法計算性能績效點。本研究以第二種方法Procedure B 尋找結構之性能績效點，此程序為Procedure A之簡化，計算過程假設容量譜的雙線性關係不變，即降伏點不變。其流程如下：

1. 建立阻尼比5%之彈性設計反應譜。
2. 建立一群依據折減之反應譜。
3. 轉換容量曲線至容量譜。



圖 2.3 需求譜與容量譜(ATC-40，圖8-30)

1. 建立容量譜之雙線性關係。雙線性之初始斜率為結構之初始勁度的斜率，且其初始勁度交於5%需求譜之位移為。於容量譜上取出，並以通過此點的線為作結構降伏後的線，且此線須使圖 2.4上之的面積相等，由此建立容量譜之雙線性關係。



圖 2.4 建立容量譜之雙線性關係

1. 計算附近之等效阻尼比。



其中，為

1. 經由步驟5計算，可得的關係，將此位移值與阻尼比畫於圖上(圖 2.5)。
2. 此曲線段與容量譜所交之點即為性能績效點。



圖 2.5 求取性能績效點。

#### 模態側推分析方法

為考慮高樓層結構產生高模態時的反應，本研究採用由Chopra與Goel等學者提出的模態側推分析方法Modal Pushover Analysis，其流程如下：

1. 計算結構自然頻率和模態振幅。
2. 對第n個模態，以側向力進行側推，得側推容量曲線(基底剪力對頂層變位之關係圖)。



其中，為結構質量矩陣。

1. 以前述的轉換公式與，轉換第n個模態的側推容量曲線至容量震譜。
2. 以ATC-40(ATC, 1996)之Procedure B，得性能績效點之譜位移。
3. 將前述公式做移項的動作，將性能績效點之譜位移轉換回頂層位移，並得此位移下結構之反應。本研究以頂層位移與雙線性化之降伏強度之比值作為結構之反應。
4. 重複以上動作得不同模態的反應。
5. 以SRSS方法計算結構總反應。



#### 多模態組合方法

本研究另以Kunnath學長提出的多模態組合方法Multi-Modes Combination，考慮結構產生高模態時的反應，此方法不同於模態側推分析方法需進行多次分析，多模態組合方法只需一次側推分析就可得到結果。其分析流程皆與前述ATC-40(ATC, 1996)方法相同，僅側向力分佈並非只考慮第一模態，其側向力由考慮多模態求得。



其中，為施加於第個自由度的力，為模態質量參與因數，為第n個模態於第j個自由度的模態振幅。

### 非線性動力歷時分析

本章節將會介紹本研究選用之非線性動力歷時紀錄，並介紹如何調整歷時紀錄，以進行非線性動力歷時分析與之後的增量動力分析。

本研究所使用之地震歷時皆來自FEMA P695(FEMA, 2009)，此研究由太平洋地震工程研究中心的資料庫(PEER-NGA)選取合適的地震歷時資料，選取地震歷時的標準包含地震規模大於6.5，地表最大加速度大於0.2g，地表最大加速度大於15cm/s等。本研究再從中選用其中11個遠域地震(表 2.2)，並從11個遠域地震當中選取較大的方向進行非線性動力歷時分析。

表 2.2 地震歷時資料



為了評估結構在最大考量地震與設計地震下的耐震性能，11個地震的加速度歷時資料會依結構物第一模態的週期，放大或縮小至該週期設計反應譜之加速度值(圖 2.6)。



圖 2.6 反應譜

### 增量動力分析方法

增量動力分析方法為計算密集型方法，利用此方法相比於前一節的動力歷時方法，可徹底評估結構耐震之極限性能。此方法涉及多種地震歷時，且每一個地震歷時皆放大或是縮小到多個不同的強度等級，因此可產生多條結構反應與強度等級的曲線。

其中，結構反應可為層間位移、最大位移或是基底剪力等，強度可為、地表最大加速度等。

## 小結

# 梁鋼筋配置之最佳化方法

## 前言

本章節介紹本研究所使用的鋼筋配置最佳化方法，包含撓曲鋼筋的最佳切斷點與剪力鋼筋的最佳分界區域。

## 撓曲鋼筋之最佳切斷點

### 需求鋼筋量

延伸自2.2.1節，從2.2.1.1節考慮多種載重組合可得梁之設計彎矩，進而遵循2.2.1.2節以彎矩需求設計鋼筋量，並須符合2.2.1.3節最少鋼筋量與2.2.1.4節耐震特別規定之限制，得符合規範限制的需求鋼筋量，如下圖 3.1為設計之需求鋼筋量的簡單表示圖。



圖 3.1 以設計彎矩，考慮規範限制後，轉換成需求鋼筋量的示例。橫軸為梁長，縱軸代表鋼筋量。實線代表上層鋼筋的撓曲需求鋼筋量，值愈大代表需求鋼筋量愈多，虛線表示下層鋼筋之撓曲需求鋼筋量，其值取絕對值後為需求鋼筋量，絕對值愈大鋼筋需求量愈高。

### 理論斷筋點

從3.2.1節得考慮規範限制之撓曲需求鋼筋量後，依據混凝土結構設計規範(內政部, 2019)第5.11節規定，需要考慮鋼筋伸展長度，以確保該需求點可產生該需求點之撓曲鋼筋量強度，如下圖 3.2所示。



圖 3.2 連續梁之撓曲鋼筋伸展(混凝土結構設計規範(內政部, 2019)，圖R5.11.2)

另規範規定兩種受拉伸展長度的算法，其一為詳細計算方法，其二為簡易估算方法。為求得符合規範之最短受拉伸展長度，以詳細計算方法為主。但因鋼筋支數較多時造成待伸展鋼筋或鋼線之中心間距之半較小，所計算出的受拉伸展長度反而會比採用簡易估算方法中第(1)點的規定長。由於一般梁鋼筋最小淨間距不小於，且配置於伸展長度範圍內之的橫向鋼筋符合混凝土結構設計規範中第13.9.5節有關橫箍筋之規定，或符合第4.6.5節剪力鋼筋間距及第4.6.6節最少剪力鋼筋量之規定。因而有配置橫向鋼筋之梁可採用簡算法中第(1)點之規定，如表 3.1所示。所以最終受拉伸展長度的算法，是考慮兩種算法，並取小值當作所需的伸展長度。



其中，為鋼筋受拉強度，為混凝土抗壓強度，為將位置修正因數，為鋼筋塗布修正因數，為鋼筋尺寸修正因數，為混凝土單位重之修正因數，為鋼筋周圍混凝土保護層厚度與鋼筋間距，為橫向鋼筋指標，為鋼筋直徑。

表 3.1 受拉伸展長度之簡易估算如下表之規定。



需求鋼筋量轉換成鋼筋支數後可計算出受拉伸展長度。需求量筋量加上受拉伸展長度後，可得理論斷筋點，如下圖 3.3所示。



圖 3.3 考慮受拉伸展長度後的理論斷筋點

但本研究只考慮鋼筋的受拉伸展長度，是因於3.2.1節中已將正負彎矩需求轉換成鋼筋用量，反而失去該需求點鋼筋為受拉或是受壓的資訊。但受壓鋼筋之伸展長度，遠小於受拉鋼筋之伸展長度，因此僅考慮受拉鋼筋之伸展長度是較為保守的方法。



### 最佳化方法

由前一節得理論斷筋點後，梁之鋼筋配置理論上可在所有理論斷筋點切斷鋼筋，但工程實務上若每隔一小段就將鋼筋切斷，會造成施工複雜度大幅增加。需將斷筋點限縮在施工上可行的斷筋點數量，但因有限的斷筋數量會產生多種不同的用鋼量組合，因此需找出所有可能的用鋼量，並以產生最小用鋼量的斷筋點為最佳斷筋點。

若鋼筋的最佳切斷點，會造成鋼筋配筋量產生數個起伏，也就是鋼筋的配置產生極大與極小值，因產生數個起伏的鋼筋配置情況，會使施工複雜度大幅增加，不容易進行查驗的動作，不會採納該配筋方法，並且減少需求斷筋點數量。以3個斷筋點為例，如下圖 3.4所示，上層筋的配筋為向中央遞減，配筋量沒有產生極大與極小值，但下層筋的3點斷筋之最佳斷筋處產生極大與極小值，所以3點斷筋退化為2點斷筋。



圖 3.4 上層鋼筋3點斷筋，下層鋼筋退化為2點斷筋。

## 剪力鋼筋最佳分界區域

由2.2.2節得剪力鋼筋之需求用鋼量後，不需考慮伸展長度，可直接做最佳化配筋。



圖 3.5 剪力最佳化配筋方法，藍色為剪力總體需求，紅色為考慮混凝土剪力強度後之剪力鋼筋需求，綠色為最終配筋。LowSeismic 4Floor 12M 0

## 小結

本章節整理最佳化的方法，供下一章節進行量化的探討。

# 鋼筋配置最佳化之效益量化探討

## 前言

為量化最佳化配筋的結果，比較現行配筋方法與最佳化配筋方法之用鋼量，找出影響最佳化效益的因素，並假設會影響效益的多種因素建立結構數值分析模型，以進行撓曲與剪力鋼筋用量的量化研究，並以實際建物之複雜數值模型做驗證。最後以現行材料與施工價格進行初步的成本評估。

## 影響最佳化效益之參數與條件

### 撓曲鋼筋

以下說明以撓曲鋼筋配置最佳化中之兩個斷筋點的最佳化為主，因與現行撓曲鋼筋配置方法之斷筋數量相同，較具有比較基礎。並且若是兩個斷筋點的最佳化可以節省用鋼量，那多個斷筋點的用鋼量則可進一步減少。

撓曲鋼筋配置最佳化(以下簡稱多點斷筋)可相較於現行配筋方法(以下簡稱傳統斷筋)之用鋼量較少的基本條件為，最大需求鋼筋量大於規範限制之最少鋼筋量。否則鋼筋量會受規範限制，造成每一點的鋼筋需求量皆相同(圖 4.1)，無法做鋼筋切斷的最佳化，造成多點斷筋與傳統斷筋之鋼筋用量相同。可知適合做最佳化之鋼筋混凝土梁，設計斷面時須保有基本的經濟性，不可過於浪費材料，以致使鋼筋用量過少。



圖 4.1 鋼筋用量需求少於最少鋼筋量的限制。

滿足基本條件後，由於多點斷筋之效益受傳統斷筋方式的影響，因此以下說明會區分為上下層鋼筋分別討論，並以在一般常見於大梁之需求配筋狀況(受側向力與重力)，排除掉特別的狀況(如梁疊梁、地梁)。但其實地梁也可以做多點斷筋，只是因地梁的受力方向與一般大梁的受力方向相反，最佳化結果會與討論的上下層鋼筋的狀況結果相反。另外，小梁(僅承受重力之梁)也可以囊括進來做多點斷筋，但因相較於大梁來說較為單純，故本研究僅專門針對大梁的複雜情況做討論與說明。

在此前提條件之下，首先是上層撓曲鋼筋的部分。傳統斷筋點基本固定在梁淨長之處；多點斷筋是由彎矩需求轉換成鋼筋需求量，並加上伸展長度，最後做最佳化得最佳斷筋點。以下就多點斷筋的過程討論影響多點斷筋的因素。

首先是彎矩需求轉換成鋼筋需求量時，上層鋼筋左右兩端需求為側向力與重力需求合成，中央沒有需求或需求較少，且中央上層鋼筋通常為受壓鋼筋，可推斷出鋼筋需求量會從兩端遞減至中央，但因遞減的鋼筋需求量並非為線性遞減，所以若需求鋼筋量向中央遞減愈快，可做最佳化配筋的區域愈大，可節省用鋼量的可能性越高。

影響需求鋼筋量向中央遞減速度的因素是側向力與重力之比值，比值愈小，鋼筋需求量向中央遞減愈快。這是因為受均佈載重之梁，重力造成之彎矩需求為二次曲線(圖 4.2)，且其中央需求由下層鋼筋提供，而側向力造成之彎矩需求為向中央遞減之線性需求，因此重力愈大代表與側向力疊加而成之彎矩需求向中央遞減愈快(線性加上二次曲線之值，二次曲線為凹向上且頂點為負。)，代表可節省用鋼量的可能性越高。

且梁長愈長，所受之側向力不變而所乘載之重力面積增加，所以梁長愈長側向力與重力之比值也會愈小。另外，樓層高度同樣也會影響，縱使結構所受之基底剪力相同，因為側向力由高樓層累積至低樓層，故低樓層需要承受之側向力較多，側向力與重力之比值會較高樓層之梁大。



圖 4.2 常見之彎矩需求與配筋量圖。

另一個影響上層鋼筋最佳化效益的因素是伸展長度，伸展長度愈短，可做最佳化的區域也愈大，可節省用鋼量的可能性越高(圖 4.3)。而影響伸展長度的因素除了規範公式的參數外，梁的長度也會影響，因伸展長度是以主筋直徑為單位，與梁長無關，造成伸展的長度反而會因為梁長較長，而使得伸展長度相對較短，可最佳化的區域也愈大。



圖 4.3 伸展長度愈短，可做最佳化的空間愈大。

下層撓曲鋼筋需要區分成兩種狀況，其一為中央需求鋼筋量較多，傳統斷筋方法需將鋼筋延伸至梁長端部的1/5。在此條件之下，梁之兩端為側向力造成之彎矩需求並向中央線性遞減(並且端部之需求需減去重力的負彎矩需求)，中央為重力與側向力疊加之彎矩需求，並且因中央需求鋼筋量較多，故可推斷重力造成之彎矩相較於側向力大或是持平。在此情形之下，側向力與重力之比值愈小，代表重力造成之中央需求愈多，而端部側向力需減去重力造成之負彎矩也愈多，多點斷筋愈可靠近中央做切斷，或可在端部減少鋼筋用量(圖 4.4)。



圖 4.4 重力影響較大。

而若是側向力與重力之比值愈大，代表中央之鋼筋與端部之鋼筋需求量趨近於一致，易造成無法節省鋼筋用量的情形(圖 4.5)。是因為多點斷筋的防錯特性，不允許於配筋時同時出現極大值與極小值，故此情形為不易發現施工錯誤之配筋方式。



圖 4.5 中央與端部之彎矩趨近於一致。

第二種狀況為中央鋼筋較兩端少的情形。此時側向力與重力之比值愈大，愈容易使多點斷筋提早進行切斷，反而與上層筋的狀況類似，但要注意的是，同時也會造成上層撓曲鋼筋不容易減少用鋼量(圖 4.6)，並且下層鋼筋由於還是需要加上重力的影響，所以鋼筋用量的折減幅度會不如上層鋼筋的效果。

由於下層鋼筋多種複雜的特性，第一種狀況側向力與重力之比值愈小折減可能性愈高，第二種狀況側向力與重力之比值愈大折減可能性愈高，兩者有截然相反的結論，須以多種不同的側向力與重力之比值驗證。僅可確定使伸展長度較短，可減少愈多鋼筋量。



圖 4.6 側向力與重力之比值較大的情形。

綜合以上因素，會影響多點斷筋與傳統斷筋用鋼量差異的主要因素為：

1. 側向力與重力之比值。比值愈小，上層鋼筋折減愈多，而下層鋼筋需要視情況而定。
2. 梁長。梁長除會影響側向力與重力之比值，亦會影響伸展長度的比例。
3. 影響伸展長度公式之參數。伸展長度愈短，可供最佳化的區域愈大。

### 剪力鋼筋

一般常見於大梁之剪力鋼筋需求，由梁之彎矩容量除以梁長與重力需求疊加而成。梁之彎矩容量所造成的剪力需求為一水平直線，而重力造成之剪力需求為向中央遞減之線性需求，由於不論重力大小其剪力圖的趨勢都是向中央線性遞減，則重力的大小僅會影響斜率，不會造成剪力圖趨勢之變化。由於不必再加上伸展長度，故不必考慮其效應。

因而可得知剪力鋼筋最佳化相較於撓曲鋼筋較為單純，只需考慮剪力鋼筋需求之變化。傳統剪力配筋，會以的梁淨長做為分界。並且兩倍構材深度之外可考慮混凝土的剪力強度，所以通常剪力鋼筋會以兩倍構材深度之外至的梁淨長為最佳化的區域(圖 4.7)，進而使剪力鋼筋用量相比傳統剪力鋼筋用量為少。可得知較長的梁長可使可最佳化的區域變大，但較長的梁長通常也會使斷面需求加大，因此這部分需要以數值分析模型尋找其交互的關係。

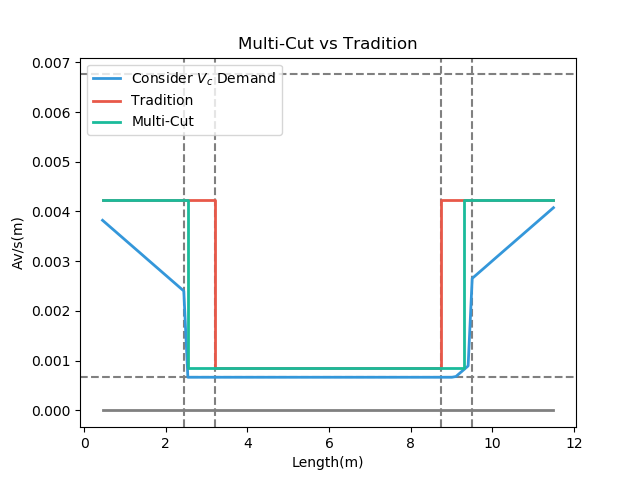


圖 4.7 剪力鋼筋最佳化

## 結構數值模型建立

由前一節總結出會影響最佳化效益的因素主要有(1)側向力與重力之比值(2)梁長(3)影響伸展長度公式之參數，本節以影響最佳化效益的因素進行數值分析模型的量化研究。因本研究以應用於工程實務為目標，所以不會討論所有的參數分析，以工程實務上常見的設計為主。

首先是關於側向力與重力比值的設計，本研究固定重力的量值，以座落於不同地震力工址來達到側向力與重力比值的差異。所以從建築物耐震設計規範及解說(內政部, 2011)表2-1，進行不同地震力工址的選擇。本研究考慮三種不同工址，分別為桃園縣蘆竹鄉、桃園縣平鎮市、宜蘭縣蘇澳鎮，並以不同地盤類別進一步做地震力的差異化放大，而由於本研究沒有以近斷層地震歷時做非線性數值驗證(動力分析僅考慮遠域地震歷時)，所以選擇不必考慮近斷層效應的工址，其加速度係數如表 4.1。

表 4.1 水平譜加速度係數



第二個影響最佳化效益的因素為梁長。本研究考慮6米、9米、12米三種不同梁長，並於三種不同工址皆設計三種不同梁長。如此會產生九種不同的數值分析模型供交叉比對。

並且為了研究影響最佳化效益的第三個因素，伸展長度對於用鋼量的折減效應，以不同的主筋號數設計。分別以最低號數為#8與最低號數為#10設計梁之主筋號數。

另外縱使預期樓層數不影響最佳化的效益，本研究仍將中高樓層納入考慮，研究中高樓層最佳化效益是否與預期相同，並且檢核最佳化配筋後之結構耐震性能是否與傳統配筋一致。因此多考慮兩種不同樓層數，分別為12層樓與20層樓。綜合以上參數，整理如下表 4.2。

表 4.2 20種不同數值模型設計



以上數值分析模型具有共同的假設，以下說明之。受壓構材之撓曲勁度EI值為0.7倍，不考慮版牆的勁度與強度。混凝土強度為(以28天齡期強度計算)，主筋強度與箍筋強度為。靜載重(為簡化設計，假設為辦公室常見之靜載重)，活載重(假設為辦公室用途)。梁柱接頭之剛性區域假設為0.75，一樓柱底與地面為剛接。韌性容量值設計為4，值為3。一樓高4.5米，二樓以上樓高為4米。梁承受重力之帶寬與梁長相同，如梁長9米，帶寬同為9米。整理如下表 4.3。

表 4.3 數值模型之設計假設



## 構架設計資訊與梁設計結果

以上一節之參數與假設，以CSI-ETABS v9建立多種分析模型，進行靜力與動力分析與設計。以下總結模型的分析與設計準則。

設計參考法規為(1)建築物耐震設計規範及解說(內政部, 2011)，(2)混凝土結構設計規範(內政部, 2019)，(3)建築技術規則(內政部, 2018)。

結構側向力的分析方式係採靜力與動力反應譜分析，由於為二維立面結構，不考慮偏心造成的影響。經動力反應譜分析後，將基底剪力與法規地震力相比較，求出放大係數，並將所得之桿件內力放大倍，再進行構件之耐震設計。

考慮之靜力與動力設計載重組合，如下表所示。

表 4.4 靜力分析考慮的載重組合



表 4.5 動力分析考慮的載重組合



構架初始尺寸以最小的需求斷面尺寸為原則。柱鋼筋量不可超過4%，並且除了頂層柱，其餘柱皆須符合規範要求之強柱弱梁。不考慮接頭剪力。所有構架設計資訊與梁配筋圖詳見於附錄A。

## 效益評估

本節以前一節依規範設計產生的數值分析模型，進行最佳化配筋與傳統配筋鋼筋用量的結果分析與探討。

### 撓曲鋼筋

以前一節設計的結果，分為上層鋼筋與下層鋼筋分別討論最佳化配筋與傳統配筋的差異，最後再以整體的配筋結果檢視。首先是上層鋼筋的部分，以下的表格皆以傳統配筋主筋的用量作為分母(不考慮搭接長度與彎鉤錨定)，以最佳化配筋後之主筋用量為分子，所以Ratio小於100%代表最佳化配筋之鋼筋用量相較於傳統配筋鋼筋用鋼量少。以下的討論如未特別說明的話，最佳化配筋皆為兩個斷筋點的情況。



首先是上層鋼筋(表 4.4)。觀察此表可以發現一個不合理的地方，在某些情況下，最佳化配筋之後的鋼筋用量，反倒較傳統配筋用量多(梁長6米中地震力較大與介於中間的案例)，這是因為傳統配筋僅考慮端部的伸展長度，因此在某些時候會不符合規範關於需加上伸展長度的規定，所以造成最佳化配筋用量較多(圖 4.8)，而這種情況只發生於梁長較短的時候。

第二個特點是無論是座落於哪一個工址，都可以觀察出梁長愈長，最佳化效果愈好的趨勢，並且這個趨勢非常的明顯，梁長每增加3米，最佳化效果至少可以增加5%以上，在某些案例下甚至會相差10%。

而側向力與重力的比值愈小(設計地震力愈小之工址)，同樣可以觀察出符合預期的結果，但是就不若梁長對於最佳化效果的影響這麼大，僅有一個案例不符合預期。而檢視不符合預期的案例(圖 4.9)，位於地震力較大之工址的梁斷面尺寸(B50X70)相較於位於地震力工址較小的斷面尺寸(B40X50)大，所使用之鋼筋反而較少，並且兩者的傳統配筋皆比最佳化配筋之用量少，所以反倒造成地震力較大之工址相較於地震力較小之工址效果較好，但其實兩者最佳化配筋的鋼筋用量皆較傳統配筋用量高。

表 4.6 上層鋼筋效益



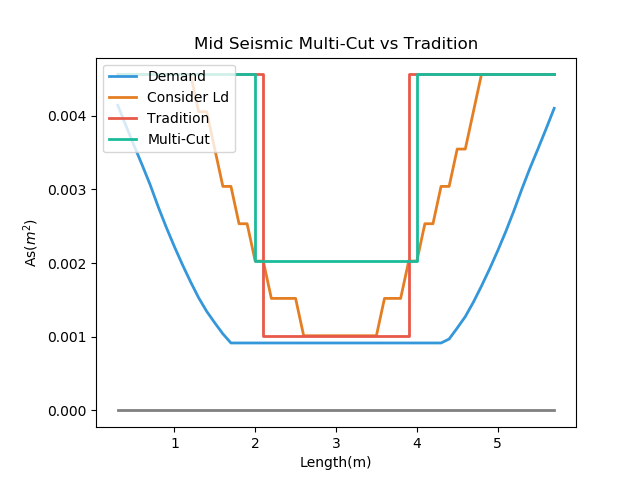


圖 4.8 桃園縣平鎮市梁長6米的其中一支梁的配筋情形。可以發現傳統配筋可能會不合於混凝土結構設計規範 (內政部, 2019)第五章之規定。

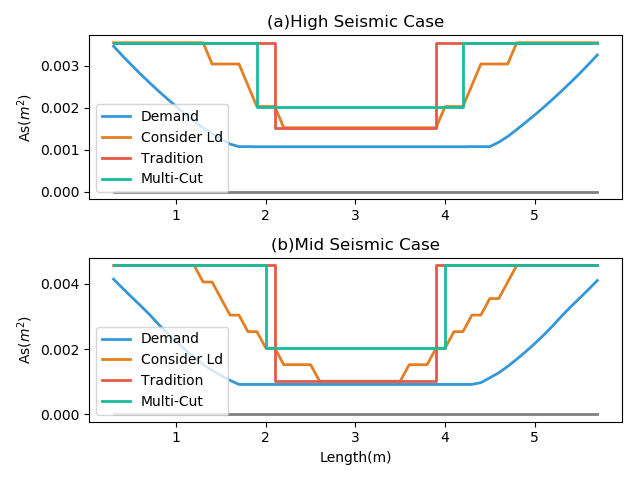


圖 4.9 梁長6米高地震力與中地震力上層鋼筋的案例。

接下來是下層鋼筋的部分(表 4.5)，首先是梁長愈長，效果不一定愈好，這是因為梁長愈長造成重力愈大，有時反而造成無法折減的情況(圖 4.10)。第二個是側向力與重力之比值，若以9米梁長來做檢視，會發現側向力與重力之比值愈小，最佳化配筋效果愈差，與上層鋼筋的情況完全相反，這是因為重力愈大，會造成中央需求愈大，使中央無法進行最佳化。

表 4.7 下層鋼筋效益。



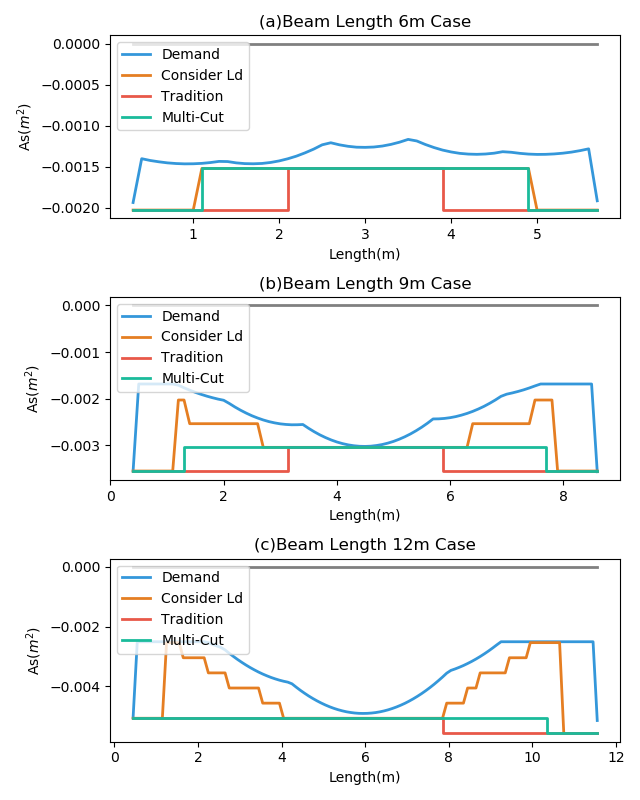


圖 4.10 中地震力不同梁長的案例。可以發現梁長愈長，造成重力愈大，反而造成中央無法進行折減。

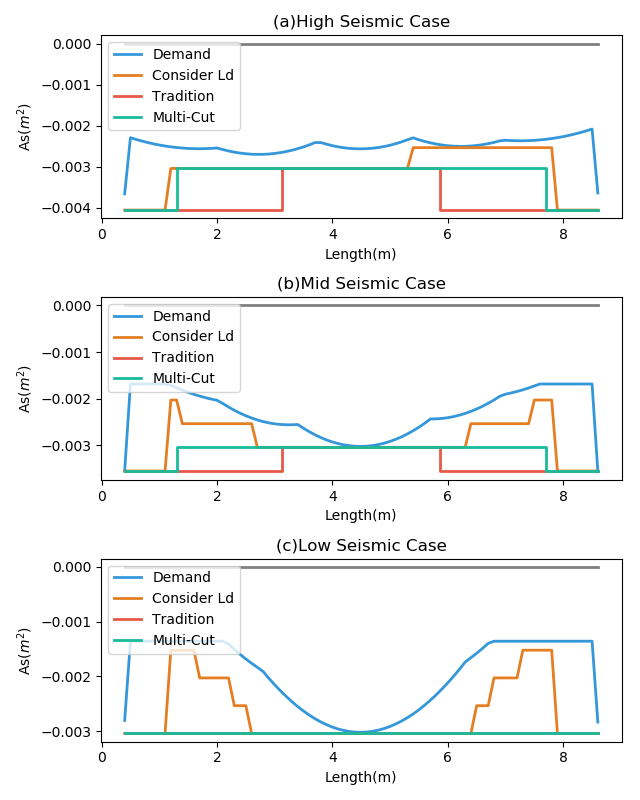


圖 4.11 梁長9米，不同地震力工址。

若是以總體效益來檢視(表 4.6)，則可以發現上層鋼筋對於最佳化配筋的影響較大，所以會控制結果，梁長愈長，效果愈好，側向力與重力之比值愈小折減效果愈好。

表 4.8 總體效益



而若是將主筋直徑的最小號數由#8提升到#10，理論上號數提升效果會變差，結果卻發現不是這樣。這是因為號數提升反而產生傳統鋼筋需要多配置鋼筋的效應。

表 4.9 #10鋼筋總體效益



而若是改變樓層數，則可以發現12層樓的效果最好，但不能以此驟下結論，因為只多做兩個模型，還不能確認，只能確定高層樓仍然可以做多點斷筋。

表 4.10 不同樓層數效益



### 剪力鋼筋

剪力鋼筋可以發現，在

表 4.11 剪力鋼筋效益



## 實際建物數值模型之案例分析

得到以上結論之後，本研究以真實建物進行驗證。

## 材料成本與施工成本初步評估

現行施工成本，材料成本。依據公共工程價格資料庫

## 小結

# 非線性分析驗證結果

## 前言

由前一節的結論可知，無論是撓曲鋼筋或是剪力鋼筋，於合適的條件下做鋼筋配置最佳化都可以有效降低鋼筋的用量。本節進一步探討鋼筋配置最佳化相對於傳統配筋，其降低的鋼筋用量，對於結構的耐震性能是否有顯著的影響。

本節從前一節產生的20種數值分析模型挑出5種做非線性的數值驗證。分別為座落於地震力最大的工址且梁長6米的案例，地震力介於中間的工址且梁長9米的案例，地震力最小的工址且梁長12米的案例，其分別代表近乎無法降低鋼筋用量(99.6%)到可降低最多鋼筋用量的案例(90.4%)，與兩個中高樓層的案例，整理如下表 5.1。

表 5.1 非線性驗證之數值模型



本節首先會說明最佳化配筋塑角設定與傳統配筋塑角設定的差異，再以各種非線性分析方法驗證。靜力分析會檢核韌性容量，動力分析會檢核受最大考量地震和設計地震的層間位移，增量動力分析會比較兩者的極限耐震性能。

並且以下的結果皆為撓曲鋼筋最佳化中的兩點斷筋，目前還只需要做兩點斷筋的驗證，這是因為施工上還沒有做多點斷筋的案例，而兩點斷筋折減的效果就不錯了，所以只驗證比較急迫的選項

## 塑角設定

梁塑角點通常只需設定在兩端，以檢視梁是否先於柱產生塑角。但因最佳化配筋所減少的用鋼量通常為梁中央，因此若僅於兩端設定塑角點，不足以反應做最佳化配筋後鋼筋用量的變化。所以需於梁中央設定多個塑角點，以真實反應鋼筋用量的變化。

所以接下來課題就變成了梁中央的塑角點要設定在哪裡，若僅設定於上下層鋼筋的斷筋點，由於斷筋點處可能還無法發展出該鋼筋量的強度，會產生不保守的情況，所以斷筋點處需往回延伸該鋼筋的伸展長度，以確保設定的塑角點可發展出該鋼筋量的強度。

因此塑角點會由傳統的兩端塑角點增加到10個塑角點(包含上下層鋼筋，兩個斷筋點為例)。

而塑角骨架曲線採用CSI-ETABS 2016依據ASCE41-13(ASCE, 2014) Table10-7與Table10-8產生的塑角。

首先是關於非線性塑角的設定，通常一般來說只需要設定在兩端的塑角，確保梁先於柱發生塑角就足夠了。但因為做多點斷筋，主要反應的是中央鋼筋的變化，所以僅僅只設定兩端塑角就會看不出來變化。所以會設定中央的多個塑角，而如果塑角只設定在斷筋點，可能會發生不保守的狀況，所以要推縮一個 Ld，以確保鋼筋確實產生 Fy 的強度。

而如果觀察只設定在兩端與設定個塑角的差異，可以發現設定多個塑角會比較保守。但分析時間會是只設定兩個塑角的好幾倍。

## 非線性靜力側推分析結果

### 容量震譜法

#### 非線性側推容量曲線

韌性容量如下表 5.2。可以發現

表 5.2 韌性容量



#### 塑角分佈

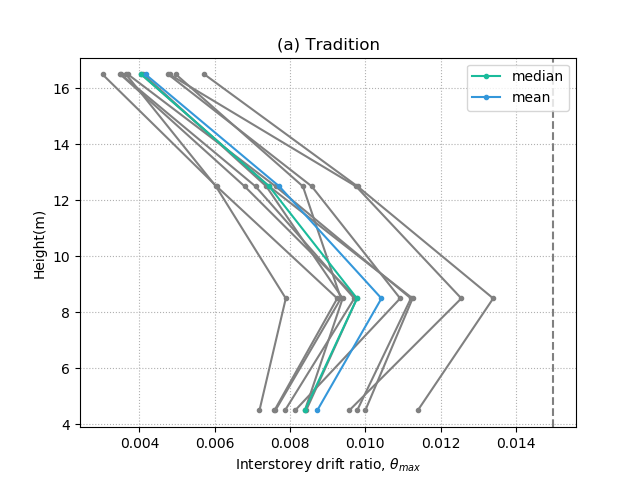
### 模態側推分析方法

### 多模態疊加法

## 非線性動力歷時分析結果

設計地震力與最大考量地震之調整係數

阻尼設定ETBAS提供兩種設定



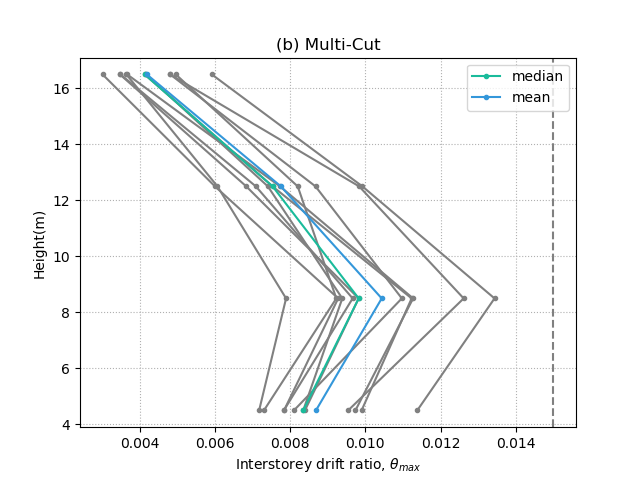
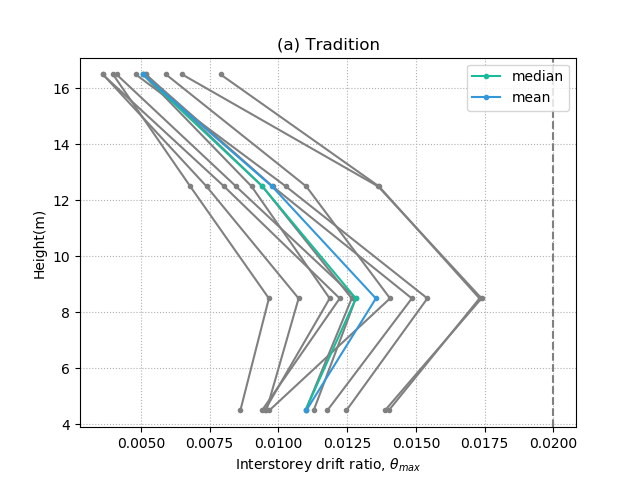


圖 5.1 座落於宜蘭縣蘇澳鎮4層樓之構架在設計地震力下之層間位移角。



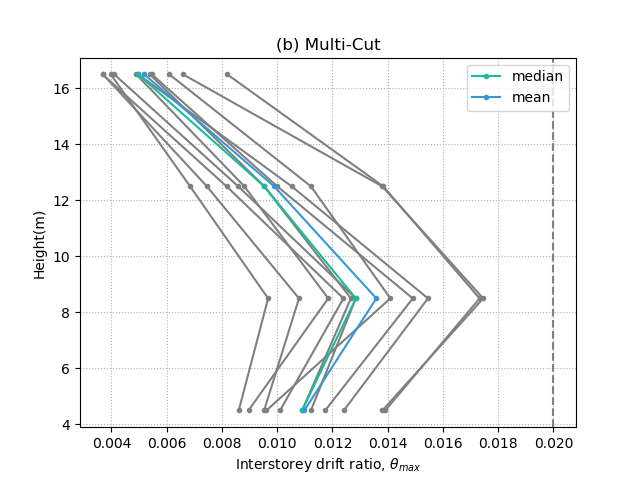
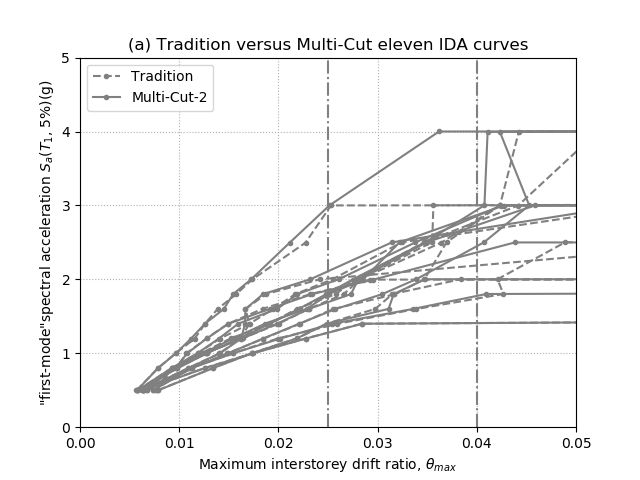


圖 5.2 座落於宜蘭縣蘇澳鎮4層樓之構架在最大考量地震力下之層間位移角。

## 增量動力分析結果

整理如下。



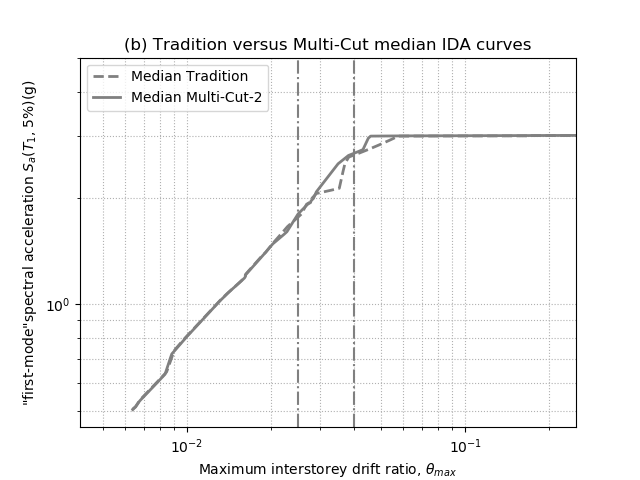


圖 5.3

## 小結

# 結論與建議

## 結論

本研究探討鋼筋配置最佳化，包含撓曲鋼筋的最佳切斷點以及剪力鋼筋的最佳分段處，以期減少鋼筋的用量。進一步探討鋼筋配置最佳化適合使用在哪些特定的條件下，並設計分析模型以驗證其節省用量之幅度。並初步探討鋼筋配置最佳化後，材料節省的用量與施工成本的增加。並以多種非線性分析方法做最佳化配置後的耐震性能評估，包含非線性靜力側推分析和非線性動力歷時分析。綜合本研究各章節內容，提出以下結論：

1. 撓曲鋼筋配置除需符合彎矩需求外，尚需加上延伸長度，使需求處的鋼筋可發展出預期的撓曲強度。
2. 發現影響多點斷筋用鋼量的因素主要有兩個。一是較短的延伸長度，而會影響到延伸長度的除了規範的公式參數外，還有梁長也會影響，梁長越長相對的延伸長度就越短；二是彎矩需求變化的斜率越大，多點斷筋用鋼量越少，而會影響到彎矩的變化的是側力與重力的比值，比值越小用鋼量越少，另外梁長同樣也會影響側力與重力的比值，梁長越長側力與重力的比值也越小。
3. 依據以上的兩者變因做用鋼量折減幅度的評估，設計地震力由小到大的工址與梁長由短到長的不同模型。並得出梁長6米的結構並不適合做撓曲鋼筋的最佳化，因其鋼筋的用量與傳統配置的鋼筋用量趨近於一致，甚至會產生多點斷筋的用鋼量較傳統斷筋多的狀況。而梁長9米與12米的結構模型做兩點斷筋的最佳化大約可以節省5%的鋼筋用量，並且地震力越小鋼筋用量可以進一步降低。
4. 鋼筋多個切斷點可以有效減少鋼筋用量，但同時施工複雜度也會上升，所以需要考慮施工增加的成本與減少用鋼量的平衡，而現行還未有應用於施工環境下的案例，所以尚還無法精確評估施工複雜度增加所造成的成本影響。而若是做兩點鋼筋切斷最佳化，會和傳統斷筋的方式的複雜度相同，並不會增加施工的複雜度，所以節省多少的鋼筋用量就可以節省多少的成本。
5. 做鋼筋切斷點最佳化的驗證需要設定中央多個塑角點，以確實反映減少於中央鋼筋的用量，並且發現不管是傳統斷筋或是多點斷筋，都有可能在梁中央產生塑角。
6. 做非線性靜力側推分析的三個方法中，考慮高模態的分析方法Multi-Modes Combination不太穩定，可能無法產生合理的側推曲線，所以同時需要以另一個考慮高模態的分析方法Modal Pushover Analysis做驗證。
7. 轉化非線性靜力側推曲線與增量動力分析結果畫在同一張圖時，會發現靜力分析與動力分析的結果差異很大，這是由於兩個的表示方式不同。若把縮放不同大小的地震歷時轉換成反應譜後，與靜力側推曲線找出性能績效點，多個性能點連成曲線會與增量動力分析的結果類似。
8. 多點斷筋中的兩點斷筋，使用多種非線性分析方法，包含非線性靜力側推分析、非線性動力歷時分析與非線性增量動力分析，做出來的結果發現多點斷筋僅會影響少許的耐震強度，甚至不會影響耐震強度，與傳統斷筋方法的耐震性能近乎相同，且兩者皆符合規範限制。

## 建議

1. 做完梁鋼筋切斷點最佳化，還需處理最終實際真的節省多少鋼筋用量，因為實際上鋼筋的切斷都還是會有浪費。1-D cut
2. 由於現在使用排列組合做最佳化，若考慮很多斷筋點，會造成程式運行過久，可考慮以分群的演算法做最佳化。
3. 做與營造廠議價的成本評估，包含未來的施工成本。
4. 可考慮風力的對於建築物的分析。
5. 構架設計資訊與梁設計結果

工址：宜蘭縣蘇澳鎮

地盤類別：3

梁長：6米

樓層數：4

週期(秒)：0.763





圖 6.1 位於高地震力工址且梁長6米之立面圖

表 6.1 梁鋼筋配置最佳化之配筋表



表 6.2 梁傳統配筋表





圖 6.2 高地震力工址、梁長9米



圖 6.3 高地震力工址、梁長12米



圖 6.4 中地震力工址、梁長6米



圖 6.5 中地震力工址、梁長9米



圖 6.6 中地震力工址、梁長12米

中地震力 12



圖 6.7 低地震力工址、梁長6米



圖 6.8 低地震力工址、梁長9米



圖 6.9 低地震力工址、梁長12米

參考文獻

ACI. (2005). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-05) and commentary (ACI 318R-05)*.

ASCE. (2014). Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings.

ATC. (1996). *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings*.

Chomchuen, P., & Boonyapinyo, V. (2017). Incremental dynamic analysis with multi-modes for seismic performance evaluation of RC bridges. *Engineering Structures, 132*, 29-43. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029616312391?via%3Dihub>. doi:10.1016/j.engstruct.2016.11.026

Chopra, A. K., & Goel, R. K. (2001). A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: theory and preliminary evaluation. *PEER 2001/03*.

Chopra, A. K., & Goel, R. K. (2002). A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 31*(3), 561-582. Retrieved from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.144>

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.144>. doi:10.1002/eqe.144

Chopra, A. K., & Goel, R. K. (2004). A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 33*(8), 903-927. Retrieved from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.380>. doi:10.1002/eqe.380

FEMA. (2009). Quantification of building seismic performance factors. *FEMA P695*.

Kunnath, S. K. (2004). Identification of modal combinations for nonlinear static analysis of building structures. *Computer‐Aided Civil and Infrastructure Engineering, 19*(4), 246-259.

Mao, J., Zhai, C., & Xie, L. (2008). An improved modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands of structures. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 7*(1), 25-31. Retrieved from <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs11803-008-0786-y.pdf>. doi:10.1007/s11803-008-0786-y

Vamvatsikos, D., & Cornell, C. A. (2002). Incremental dynamic analysis. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 31*(3), 491-514. Retrieved from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.141>. doi:10.1002/eqe.141

內政部. (2011). *建築物耐震設計規範及解說*.

內政部. (2018). *建築技術規則*.

內政部. (2019). *混凝土結構設計規範*.