ОПРЕДЕЛЕНИЕ C_P/C_V МЕТОДОМ ИЗОБАРИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

Цель работы: проверить применимость модели идеального газа
Задачи работы: определение отношения C_P/C_V для воздуха или углекислого газа по измерению давления в стеклянном сосуде
В работе используются: стеклянный сосуд; U-образный жидкостный манометр; резиновая груша; газгольдер с углекислым газом.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда A, объёмом около 20 л, снабженного краном K_1, и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на рисунке 1

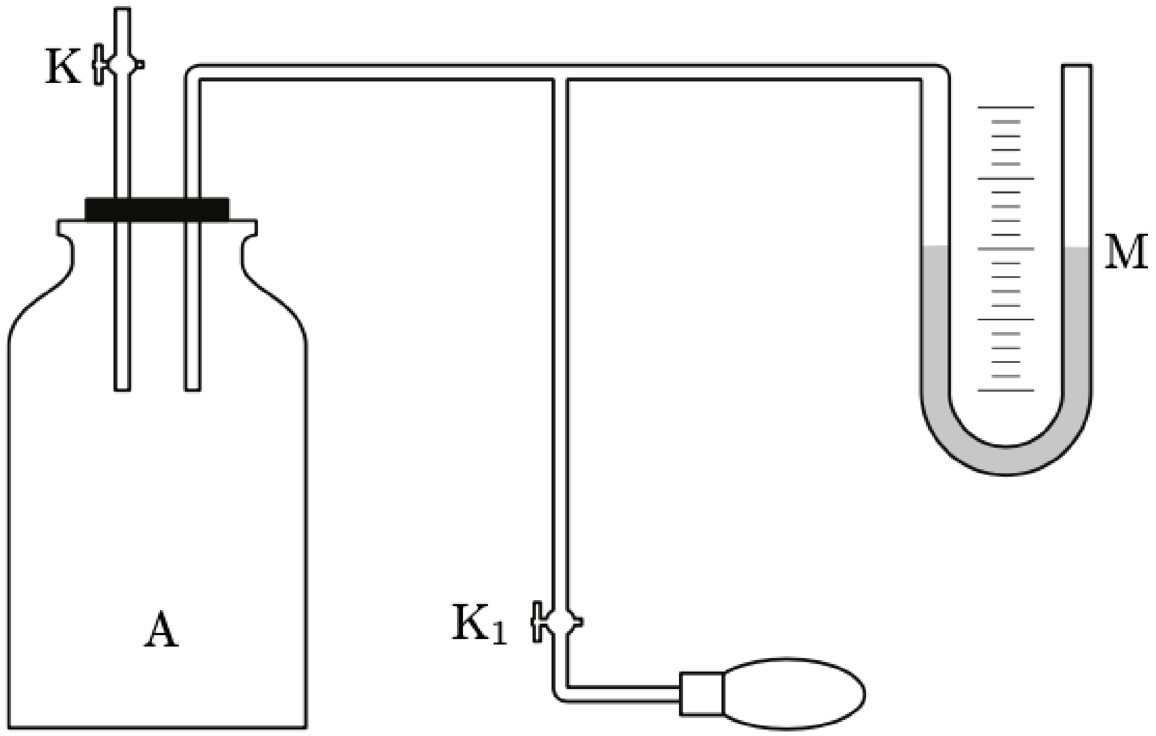

Рис. 1: Схема экспериментальной установки

С помощью резиновой груши, соединённой с краном K_1, в сосуде создаётся заданное избыточное давление воздуха P_1. При этом газ оказывается перегретым

Мысленно выделим в сосуде некоторый объём воздуха ΔV. Будем следить за изменением его состояния. Вследствие теплообмена со стенками сосуда через некоторое время газ остынет до комнатной температуры T_0 в процессе изохорного охлаждения. При этом давление воздуха понизится до $P_0 + \Delta P_1$, где

$$\Delta P_1 = \rho g \Delta h_1 \tag{1}$$

Откроем кран K_2. За время Δt порядка 0,5 секунд произойдёт адиабатическое расширение газа ($2 \to 3$), и его температура окажется ниже комнатной. Далее газ будет изобарически нагреваться (процесс $3 \to 4$). Зададим время τ в течение которого кран K_2 остаётся открытым, таким, чтобы можно было пренебречь временем Δt адиабатического расширения воздуха. После закрытия крана K_2 газ станет изохорически нагреваться до комнатной температуры (процесс $4 \to 5$), причём давление внутри сосуда возрастёт до $P_0 + \Delta P_2$, где

$$\Delta P_2 = \rho g \Delta h_2 \tag{2}$$

Наибольший интерес представляет исследование зависимости отношения перепадов давления $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}$ от времени τ

С хорошей точностью мы можем считать воздух в газгольдере идеальным газом. Рассмотрим изобарическое расширение воздуха. Для этого запишем уравнение теплового баланса для изменяющейся со временем массы газа $m = \frac{P_0 V_0}{RT}\mu$:

$$C_P m dT = -\alpha(T - T_0)dt$$

где C_P – удельная теплоёмкость воздуха при постоянном давлении, α – положительный постоянный коэффициент, характеризующий теплообмен, V_0 – объём газгольдера

$$C_P \frac{P_0 V_0}{RT}\mu dT = -\alpha(T - T_0)dt \text{ или } \frac{dT}{T(T - T_0)} = -\frac{\alpha dt}{C_P \frac{P_0 V_0}{R}\mu}$$

Заметим, что

$$\frac{1}{T(T - T_0)} = -\frac{1}{T_0}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0}\right)$$

Тогда

$$\frac{1}{T_0}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0}\right)dT = \frac{\alpha dt}{C_P m_0 T_0}$$

После сокращения на T_0 выполним интегрирование:

$$\int\limits_{T_1}^{T_2}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0}\right)dT = \frac{\alpha}{C_P m_0}\int\limits_0^{\tau} dt,$$

откуда

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}\right) = \frac{\alpha}{C_P m_0}\tau \text{ или } \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right) = \frac{\alpha}{C_P m_0}\tau$$

Наконец,

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\Delta T_2}{T_2}\exp\left(\frac{\alpha}{C_P m_0}\tau\right) \tag{3}$$

Для адиабатического расширения (процесс $2 \to 3$) справедливо соотношение $T^{\gamma} = const \cdot P^{\gamma - 1}$ (здесь $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$). После взятия логарифмических производных получим:

$$\gamma\frac{dT}{T} = (\gamma - 1)\frac{dP}{P} \text{ или } \frac{dT}{T} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{dP}{P}$$

Переходя к конечным приращениям, найдём:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\Delta P_1}{P_0} \tag{4}$$

При изохорическом нагреве газа выполняется соотношение $\frac{P}{T} = const$. Возьмём от этого выражения логарифмическую производную: $\frac{dP}{P} = \frac{dT}{T}$. В конечных приращениях

$$\frac{\Delta T_2}{T_2} = \frac{\Delta P_2}{P_0} \tag{5}$$

После подстановки (4) и (5) в (3) получим

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\Delta P_1}{P_0} = \frac{\Delta P_2}{P_0}\exp\left(\frac{\alpha}{C_P m_0}\tau\right)$$

Наконец, подставив в это уравнение выражения (1) и (2) получим

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma}\Delta h_1 = \Delta h_2 \exp\left(\frac{\alpha}{C_P m_0}\tau\right) \text{ или } \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\exp\left(\frac{\alpha}{C_P m_0}\tau\right)$$

Следовательно,

$$\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right) = \ln\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) + \frac{\alpha}{C_P m_0}\tau$$

Из графика зависимости $\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right)$ от τ определим γ