

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

# Вопрос по выбору Волноводы

Володин Максим

Б02 – 206

Физтех-школа физики и исследований имени Ландау

## Содержание

Историческая справка	1
(Не)экранированные и волноводы	1
Математическое описание волновода	2
Волна в прямоугольном волноводе	3
Применение волноводов	3
Список литературы	3

Долгопрудный  
28 декабря 2023 года

## Историческая справка

Волновод — в общем случае — искусственный или естественный направляющий канал, в котором может распространяться волна. Он имеет поверхность идеального проводника и внутренность диэлектрика с  $\epsilon$ ,  $\mu$

По природе распространяющихся волн различают электромагнитные и акустические волноводы. Наиболее часто под термином «волновод» подразумеваются металлические трубки (Рис 1), предназначенные для передачи энергии электромагнитных волн сверхвысокочастотных (СВЧ) и крайневых (КВЧ) диапазонов (от МГц). По сути, волновод — линия передачи, имеющая одну или несколько проводящих поверхностей, с поперечным сечением в виде замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной энергии



Рис. 1: Типичный волновод (изогнутый отрезок прямоугольного сечения с соединительными фланцами)

Впервые конструкция для передачи волн была предложена английским физиком Джозефом Джоном Томсоном (не путать с лордом Кельвином) в 1893 году, а экспериментально проверили принцип этой конструкции всего годом позже. Первым математический анализ хода электромагнитных волн в металлическом цилиндре выполнил британский физик и механик Лорд Рэлей в 1897 году в процессе тщательного изучения звуковых волн (поверхностных акустических волн). Он опубликовал исследование в своём труде под названием «Теория звука».

В дальнейшем, в 20-е годы XX века началось изучение диэлектрических волноводов (в том числе и оптических волокон). Помимо Рэля, изучением волноводов занимались математик Зоммерфельд, а также небезызвестный нидерландский физик Дебай. Фундаментальные исследования привели к тому, что с 1960-х волноводы стали привлекать к себе особое внимание

## (Не)экранированные волноводы

По одной из классификаций, волноводы можно разделить на неэкранированные и экранированные. Экранированные волноводы имеют хорошо отражающие стенки для распространяющейся в нём волны, благодаря чему поток мощности волны сосредоточен внутри волновода. Как правило, такие волноводы выполнены в виде полых или заполненных диэлектриком (даже жидким). Поперечное сечение этих трубок имеет форму окружности, эллипса, прямоугольника, что связано с большей конструктивной простотой, хотя для специальных целей используются волноводы и с другими формами поперечного сечения (Рис 1). Чтобы волна по мере распространения в волноводе не отражалась в обратном направлении, волновод выполняют регулярным: форма и размеры поперечного сечения, а также физические свойства материалов должны быть постоянны вдоль длины волновода (он должен быть однородным)

К экранированным волноводам относят также акустические волноводы. Это трубы с достаточно жёсткими стенками, например, металлическими или пластмассовыми. В таких волноводах акустические колебания распространяются в газе, наполняющем волновод, как правило, в воздухе.

В открытых (неэкранированных) волноводах локализация поля обычно обусловлена явлением полного внутреннего отражения от границ раздела двух сред (в волноводах диэлектрических и оптоволоконных световодах), либо от областей с плавно изменяющимися параметрами среды (например, подводный звуковой канал, работающий на принципах рефракции (искривлении волны в среде) или градиентное оптоволокно). Поле локализуется преимущественно внутри специально предназначенной для этого области

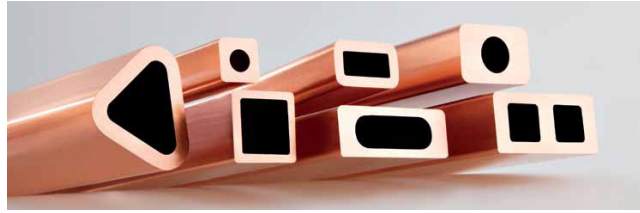


Рис. 2: Волноводы разных сечений

поперечного сечения волновода и быстро убывает за пределами этой области. Благодаря этому волна идёт по такому волноводу

## Математическое описание волновода

Для волновода выполнены граничные условия

$$\begin{aligned} E_{1\tau} = E_{2\tau} = E_{\tau} = 0 \\ B_{1n} = B_{2n} = B_{3n} = 0 \end{aligned}$$

Запишем уравнения Максвелла для волновода

$$\begin{aligned} \nabla \cdot E &= 0 \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ \text{rot } E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \\ \text{rot } B &= \frac{\varepsilon\mu}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \end{aligned}$$

Решение системы ищем в виде монохроматической волны:  $E(x, y, z) = E_0 e^{-i(\omega t - kr)}$ . В среде, в которой отсутствуют свободные заряды и токи проводимости, распространение электромагнитного поля описывается волновым уравнением

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$$

Здесь  $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ . Наша волна распространяется согласно гармоническому закону, поэтому более точно здесь будет уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} E = 0$$

Для компонент вдоль  $Oz$  уравнение принимает вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \gamma^2 E_z = 0$$

Здесь введена новая переменная  $\gamma^2 = \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$ . Аналогичному уравнению удовлетворяет и вектор  $B$ . Однако оба этих вектора могут не удовлетворять нашим граничным условиям одновременно, но могут быть по отдельности. Для пояснения этого факта можно показать график гармонической функции с граничными условиями. Поэтому в волноводе существует несколько типов волн:

- $H$ -волна, у которой  $E_z = 0, B_n = 0$
- $E$ -волна, у которой  $B_z = 0, E_{z\tau} = 0$ .
- Поперечная волна, у которой  $E_z = 0, B_z = 0$ . Такое возможно, лишь при условии  $\gamma^2 = 0$

Итак, мы поняли, что решение уравнения существует не при всех  $\gamma$ , а лишь когда

- $\gamma^2 > 0$ , иначе волны будут затухать в волноводе
- $k^2 = \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} - \gamma^2 > 0$ , то есть выполнено дисперсионное соотношение

Из дисперсионного соотношения можно найти минимальную частоту, с которой распространяются волны в волноводе —  $\omega_{cr}$ , поставив знак равенства в дисперсионное соотношение

Таким образом, волновое число  $k = \frac{\varepsilon\mu}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_{cr}^2}$  всегда действительно, а фазовая и групповая (скорость переноса энергии) находятся как  $v_{ph} = \frac{\omega}{k}, v_{gr} = \frac{c^2}{\varepsilon\nu v_{ph}}$

## Волна в прямоугольном волноводе

Рассмотрим бегущую в волноводе  $H$ -волну:  $E = E_0(x, y)e^{-i(\omega t - k_z z)}$  с решением

$$E_x = E_{0x} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-i(\omega t - k_z z)}$$

$$E_y = E_{0y} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-i(\omega t - k_z z)}$$

Система удовлетворит граничным условиям, если  $k_x = l\frac{\pi}{a}$ ,  $k_y = p\frac{\pi}{b}$ . Тогда

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(l\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(p\frac{\pi}{b}\right)^2 + k_z^2$$

Оба параметра не могут нулями, иначе  $E \equiv 0$ . Если  $a > b$  критическая частота тогда будет  $\omega_{cr} = \frac{\pi c}{a}$

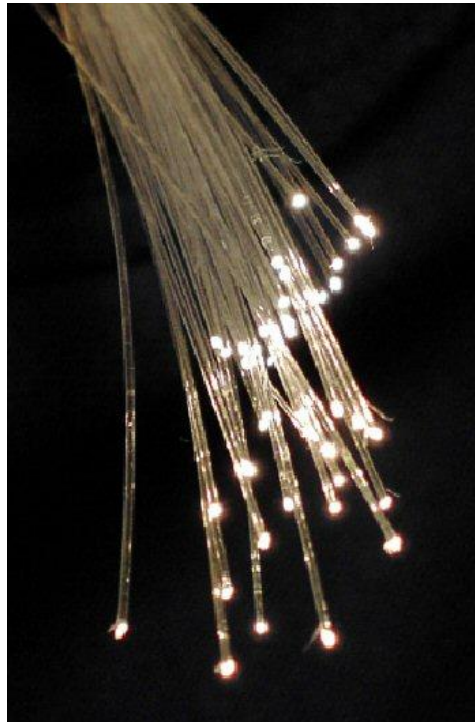


Рис. 3: Пучок оптических волокон

## Применение волноводов

Волноводы нашли себе широкое применение

- В бытовой микроволновой печи через полый металлический радиоволновод энергия от магнетрона, являющегося источником электромагнитных волн, поступает в камеру для разогрева
- Акустические волноводы ранее широко применялись на судах и кораблях в качестве переговорных труб. Сейчас они дублируют электронные переговорные устройства при их отказе.
- Волноводы и, в частности, оптоволокно (Рис 3) используют для передачи данных и обеспечения связи. Применяется в сетях кабельного телевидения и для высокоскоростного доступа в Интернет

## Список литературы

- [1] Лабораторный практикум по общей физике: Учебное пособие в трёх томах. Т. 2. Электричество и магнетизм. 2-е изд., перераб. и доп. Никулин М.Г., Попов П.В., Нозик А.А. и др.; Под ред. А.В. Максимищева, М.Г. Никулина МФТИ, 2019. — 370 с.
- [2] Банк научно-популярных статей textarchive. Режим доступа – свободный. Дата обращения – 27.12.2023.
- [3] [Источник изображений] Интернет-энциклопедия. Режим доступа – свободный. Дата обращения – 27.12.2023.