

Содержание

1	Геометрическая оптика. Принцип Ферма, законы преломления и отражения. Полное внутреннее отражение	2
1.1	Геометрическая оптика	2
1.2	Принцип Ферма, законы преломления и отражения	2
1.3	Полное внутреннее отражение	2
1.4	Граничные условия для вектора E	2
2	Уравнения Пуассона и Лапласа. Проводники в электрическом поле. Граничные условия на поверхности проводника. Единственность решения электростатической задачи. Метод изображений. Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере	2
2.1	Уравнения Пуассона и Лапласа	2
2.2	Проводники в электрическом поле	2
2.3	Граничные условия на поверхности проводника	2
2.4	Единственность решения электростатической задачи	2
2.5	Метод изображений	3
2.6	Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере	3
3	Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации и вектор электрической индукции. Поляризуемость частиц среды. Диэлектрическая проницаемость среды. Теорема Гаусса в диэлектриках. Граничные условия на границе двух диэлектриков	3
3.1	Электрическое поле в веществе	3
3.2	Поляризация диэлектриков	3
3.3	Свободные и связанные заряды	3
3.4	Вектор поляризации и вектор электрической индукции	3
3.5	Теорема Гаусса в диэлектриках	4
3.6	Поляризуемость частиц среды	4
3.7	Диэлектрическая проницаемость среды	4
3.8	Граничные условия на границе двух диэлектриков	4
4	Электрическая ёмкость. Конденсаторы. Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов. Энергия электрического поля и её локализация в пространстве. Объёмная плотность энергии. Взаимная энергия зарядов. Энергия в системе заряженных проводников	4
4.1	Электрическая ёмкость	4
4.2	Конденсаторы	4
4.3	Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов	4
4.4	Энергия электрического поля и её локализация в пространстве	5
4.5	Энергия в системе заряженных проводников	5
4.6	Объёмная плотность энергии	5
4.7	Взаимная энергия зарядов	5
5	Энергия электрического поля в веществе. Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи). Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле. Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах	5
5.1	Энергия электрического поля в веществе	5
5.2	Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи)	5
5.3	Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле	6
5.4	Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах	6
6	Постоянный ток. Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока. Закон Ома в интегральной и локальной формах. Уравнение непрерывности для плотности заряда. Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах. Токи в неограниченных средах	6
6.1	Постоянный ток	6
6.2	Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока	6
6.3	Уравнение непрерывности для плотности заряда	6
6.4	Закон Ома в интегральной и локальной формах	6

6.5	Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах	6
6.6	Токи в неограниченных средах	7
7	Постоянный ток в замкнутых электрических цепях. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка цепи. Правила Кирхгофа. Работа и мощность постоянного тока	7
7.1	Постоянный ток в замкнутых электрических цепях	7
7.2	Электродвижущая сила	7
7.3	Закон Ома для участка цепи	7
7.4	Правила Кирхгофа	7
7.5	Работа и мощность постоянного тока	7
8	Магнитное поле постоянного тока в вакууме. Вектор магнитной индукции. Сила Лоренца. Сила Ампера. Закон Био–Савара. Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме. Теорема Гаусса для магнитного поля. Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки	7
8.1	Магнитное поле постоянного тока в вакууме	7
8.2	Вектор магнитной индукции	7
8.3	Сила Лоренца	8
8.4	Сила Ампера	8
8.5	Закон Био–Савара	8
8.6	Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме	8
8.7	Теорема Гаусса для магнитного поля	8
8.8	Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки	8
9	Магнитный момент тока. Точечный магнитный диполь. Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле. Эквивалентность витка с током и магнитного диполя	8
9.1	Магнитный момент тока	8
9.2	Точечный магнитный диполь	8
9.3	Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле	9
9.4	Эквивалентность витка с током и магнитного диполя	9
10	Магнитное поле в веществе. Магнитная индукция и напряжённость поля. Вектор намагниченности. Токи проводимости и молекулярные токи. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе. Граничные условия на границе двух магнетиков. Постоянные магниты	9
10.1	Магнитное поле в веществе	9
10.2	Токи проводимости и молекулярные токи	9
10.3	Вектор намагниченности	9
10.4	Магнитная индукция и напряжённость поля	9
10.5	Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе	10
10.6	Граничные условия на границе двух магнетиков	10
10.7	Постоянные магниты	10
11	Электромагнитная индукция. Поток магнитного поля. ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках. Вихревое электрическое поле. Правило Ленца. Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах. Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции	10
11.1	Поток магнитного поля	10
11.2	Электромагнитная индукция	10
11.3	Правило Ленца	10
11.4	ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках	10
11.5	Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах	11
11.6	Вихревое электрическое поле	11
11.7	Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции	11
12	Коэффициенты само- и взаимной индукции. Теорема взаимности. Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе. Взаимная энергия токов. Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии	11
12.1	Коэффициенты само- и взаимной индукции	11
12.2	Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе	11
12.3	Теорема взаимности	11

12.4	Взаимная энергия токов	11
12.5	Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии	12
13	Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле. Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля. Магнитные цепи. Подъёмная сила электромагнита	12
13.1	Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле	12
13.2	Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля	12
13.3	Магнитные цепи	12
13.4	Подъёмная сила электромагнита	12
14	Магнитные свойства вещества. Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков. Качественные представления о ферромагнетиках. Ферромагнитный гистерезис	12
14.1	Магнитные свойства вещества	12
14.2	Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков	12
14.3	Качественные представления о ферромагнетиках	13
14.4	Ферромагнитный гистерезис	13
15	Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейсснера. Сверхпроводящий шар в магнитном поле. Метод изображений для сверхпроводников	13
15.1	Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейсснера	13
15.2	Сверхпроводящий шар в магнитном поле	13
15.3	Метод изображений для сверхпроводников	13
16	Относительный характер электрического и магнитного полей. Сила Лоренца. Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$). Поле равномерно движущегося точечного заряда	13
16.1	Относительный характер электрического и магнитного полей	13
16.2	Сила Лоренца	13
16.3	Поле равномерно движущегося точечного заряда	13
16.4	Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$)	14
17	Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. Циклотронная частота и ларморовский радиус. Дрейф в скрещенных однородных полях	14
17.1	Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях	14
17.2	Циклотронная частота и ларморовский радиус	14
17.3	Дрейф в скрещенных однородных полях	14
18	Эффект Холла, влияние магнитного поля на проводящие свойства сред	14
19	Магнитное действие переменного электрического поля. Ток смещения	14
19.1	Ток смещения	14
19.2	Магнитное действие переменного электрического поля	15
20	Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме. Граничные условия. Материальные уравнения	15
20.1	Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме	15
20.2	Граничные условия	15
20.3	Материальные уравнения	15
21	Энергия переменного электромагнитного поля. Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга. Примеры применения теоремы Пойнтинга	15
21.1	Энергия переменного электромагнитного поля	15
21.2	Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга	15
21.3	Примеры применения теоремы Пойнтинга	15
22	Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности. Зарядка и разрядка конденсатора. Установление тока в катушке индуктивности. Интегрирующие и дифференцирующие цепочки	16
22.1	Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности	16
22.2	Зарядка и разрядка конденсатора	16

22.3	Установление тока в катушке индуктивности	16
22.4	Интегрирующие и дифференцирующие цепочки	16
23	Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур. Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность. Энергетический смысл добротности	16
23.1	Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур	16
23.2	Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность	16
23.3	Энергетический смысл добротности	16
24	Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы. Амплитудная и фазовая характеристики. Резонанс. Ширина резонанса и ее связь с добротностью. Процесс установления вынужденных колебаний, биения	17
24.1	Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы	17
24.2	Амплитудная и фазовая характеристики	17
24.3	Резонанс	17
24.4	Ширина резонанса и ее связь с добротностью	17
24.5	Процесс установления вынужденных колебаний, биения	17
25	Установившиеся колебания в цепи переменного тока. Комплексная форма представления колебаний. Векторные диаграммы. Комплексное сопротивление (импеданс). Правила Кирхгофа для переменных токов. Работа и мощность переменного тока	18
25.1	Установившиеся колебания в цепи переменного тока	18
25.2	Комплексная форма представления колебаний	18
25.3	Векторные диаграммы	18
25.4	Комплексное сопротивление (импеданс)	18
25.5	Правила Кирхгофа для переменных токов	18
25.6	Работа и мощность переменного тока	18
26	Спектральное разложение электрических сигналов. Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов. Вынужденные колебания под действием произвольной силы. Соотношение неопределённостей	18
26.1	Спектральное разложение электрических сигналов	18
26.2	Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов	19
26.3	Вынужденные колебания под действием произвольной силы	19
26.4	Соотношение неопределённостей	19
27	Спектральный анализ линейных систем. Частотная характеристика и импульсный отклик системы. Колебательный контур как спектральный прибор. Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры	19
27.1	Спектральный анализ линейных систем. Колебательный контур как спектральный прибор .	19
27.2	Частотная характеристика и импульсный отклик системы	19
27.3	Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры	20
28	Модуляция и детектирование сигналов. Амплитудная и фазовая модуляции. Спектры гармонически модулированных по фазе и амплитуде сигналов. Квадратичное детектирование сигналов	20
28.1	Модуляция и детектирование сигналов	20
28.2	Амплитудная и фазовая модуляции	20
28.3	Спектры гармонически модулированных по фазе и амплитуде сигналов	20
28.4	Квадратичное детектирование сигналов	20
29	Электрические флуктуации. Тепловой шум. Тепловые флуктуации в колебательном контуре. Интенсивность теплового шума, формула Найквиста	20
29.1	Электрические флуктуации. Тепловой шум	20
29.2	Тепловые флуктуации в колебательном контуре	20
29.3	Интенсивность теплового шума, формула Найквиста	20

30 Электрические флуктуации. Дробовой шум. Интенсивность дробового шума, закон \sqrt{N}, формула Шоттки	21
30.1 Электрические флуктуации. Дробовой шум	21
30.2 Интенсивность дробового шума, закон \sqrt{N} , формула Шоттки	21
31 Параметрическое возбуждение колебаний. Условие параметрического резонанса	21
31.1 Параметрическое возбуждение колебаний	21
31.2 Условие параметрического резонанса	21
32 Автоколебания в электрических цепях. Положительная обратная связь. Условие самовозбуждения	21
32.1 Автоколебания в электрических цепях	21
32.2 Положительная обратная связь	21
32.3 Условие самовозбуждения	21
33 Волновое уравнение как следствие уравнений Максвелла. Электромагнитные волны в однородном диэлектрике, их поперечность и скорость распространения	22
33.1 Волновое уравнение как следствие уравнений Максвелла	22
33.2 Электромагнитные волны в однородном диэлектрике, их поперечность и скорость распространения	22
34 Монохроматические волны. Комплексная амплитуда волны. Плоская электромагнитная волна. Приближение сферической волны. Связь полей E и B в плоской электромагнитной волне. Стоячие и бегущие волны. Отражение волн от идеального проводника	22
34.1 Монохроматические волны	22
34.2 Комплексная амплитуда волны	22
34.3 Плоская электромагнитная волна	22
34.4 Приближение сферической волны	22
34.5 Связь полей E и B в плоской электромагнитной волне	22
34.6 Стоячие и бегущие волны	22
34.7 Отражение волн от идеального проводника	23
35 Поток энергии в электромагнитной волне. Давление излучения. Электромагнитный импульс	23
35.1 Поток энергии в электромагнитной волне	23
35.2 Электромагнитный импульс	23
35.3 Давление излучения	23
36 Электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектриков. Формулы Френеля. Явление Брюстера. Полное внутреннее отражение	23
36.1 Электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектриков	23
36.2 Полное внутреннее отражение	23
36.3 Формулы Френеля	23
36.4 Явление Брюстера	23
37 Излучение электромагнитных волн. Зависимость интенсивности дипольного излучения от частоты, диаграмма направленности	24
37.1 Излучение электромагнитных волн	24
37.2 Зависимость интенсивности дипольного излучения от частоты, диаграмма направленности	24
38 Линии передачи энергии. Двухпроводная линия, коаксиальный кабель. Скорость волны, волновое сопротивление. Коэффициент стоячей волны. Согласованная нагрузка	24
38.1 Линии передачи энергии	24
38.2 Двухпроводная линия, коаксиальный кабель	24
38.3 Скорость волны, волновое сопротивление	24
38.4 Согласованная нагрузка	24
38.5 Коэффициент стоячей волны	24

39 Электромагнитные волны в прямоугольном волноводе. Простейшие типы волн в волноводе прямоугольного сечения. Дисперсионное уравнение, критическая частота, длина волны и фазовая скорость волны в волноводе. Объёмные электромагнитные резонаторы	25
39.1 Электромагнитные волны в прямоугольном волноводе	25
39.2 Простейшие типы волн в волноводе прямоугольного сечения	25
39.3 Дисперсионное уравнение, критическая частота, длина волны и фазовая скорость волны в волноводе	25
39.4 Объёмные электромагнитные резонаторы	25
40 Квазистационарное проникновение электрического и магнитного полей в проводящую среду. Скин-эффект. Глубина скин-слоя для постоянного и переменного полей	25
40.1 Квазистационарное проникновение электрического и магнитного полей в проводящую среду. Скин-эффект	25
40.2 Глубина скин-слоя для постоянного и переменного полей	25
41 Плазма. Дебаевский радиус экранирования. Плазменные колебания, плазменная частота	26
41.1 Плазма	26
41.2 Дебаевский радиус экранирования	26
41.3 Плазменные колебания, плазменная частота	26
42 Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы. Проникновение электромагнитных волн в плазму	26
42.1 Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы	26
42.2 Проникновение электромагнитных волн в плазму	26

1 Геометрическая оптика. Принцип Ферма, законы преломления и отражения. Полное внутреннее отражение

1.1 Геометрическая оптика

Опр *Геометрическая оптика*

Раздел оптики, изучающий законы распространения света без учёта его волновых свойств

1.2 Принцип Ферма, законы преломления и отражения

По тексту

Вторую формулировку принципа Ферма игнорировать

По тексту

1.3 Полное внутреннее отражение

В какой-то момент, при переходе в более оптически плотную среду, преломлённый луч пропадает

По тексту

1.4 Граничные условия для вектора E

Для скачка нормальной компоненты применим теорему Гаусса, а для равенства тангенциальных – теорему о циркуляции

2 Уравнения Пуассона и Лапласа. Проводники в электрическом поле. Граничные условия на поверхности проводника. Единственность решения электростатической задачи. Метод изображений. Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере

2.1 Уравнения Пуассона и Лапласа

Если взять суперпозицию двух уравнений с E , содержащих $\nabla \cdot$ и ∇ , то получим

Утв *Уравнение Пуассона*

Зная, что дивергенция градиента есть лапласиан, можно записать уравнение в другой форме.

В частном случае области пространства, свободной от зарядов, имеем

Утв *Уравнение Лапласа*

2.2 Проводники в электрическом поле

Опр *Проводник*

В состоянии равновесия проводники обладают двумя свойствами

2.3 Граничные условия на поверхности проводника

Записав классические граничные условия, воспользуемся свойством поля внутри проводника и получим новые условия

2.4 Единственность решения электростатической задачи

Опр *Электростатическая задача*

Граничные условия этой задачи могут быть двух типов: Дирихле и Цеймана

Th *О единственности решения уравнения Лапласа*

Доказывается от противного простыми рассуждениями об исследовании потенциала в терминах производных

Th О единственности решения уравнения Пуассона

Доказывается от противного введением новой функции (разности кандидатов) и сведением задачи к предыдущей

2.5 Метод изображений

Можно показать, что поле внутри области не зависит от зарядов вне её (по теореме единственности). Поэтому в зависимости от ситуации можно менять проводящую поверхность на группу зарядов и наоборот

Опр Изображения зарядов

Добавочные (фиктивные) источники в безграничной среде, которые помещаются вне области отыскания поля исходной задачи

2.6 Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере

В случае проводящей плоскости имеем равноудалённый заряд другого знака

В случае заземлённой сферы говорим некоторые наводящие соображения о положении заряда-изображения, рассматриваем подобие треугольников и записываем равенство нулю потенциала на сфере

В случае изолированной заряженной сферы мы к заряду из предыдущей задачи добавляем заряд в центр сферы так, чтобы их суммарный заряд стал исходному. Потенциал сферы в таком случае $\varphi = \frac{q''}{R}$

3 Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации и вектор электрической индукции. Поляризуемость частиц среды. Диэлектрическая проницаемость среды. Теорема Гаусса в диэлектриках. Граничные условия на границе двух диэлектриков**3.1 Электрическое поле в веществе**

При помещении вещества в электрическое поле происходит пространственное перераспределение заряда

Опр Диэлектрик

3.2 Поляризация диэлектриков

Опр Поляризация

3.3 Свободные и связанные заряды

Опр Свободные заряды

Опр Связанные (поляризационные) заряды

3.4 Вектор поляризации и вектор электрической индукции

Опр Вектор поляризации

С помощью этого вектора можно найти поверхностную плотность поляризационных зарядов.

1. Запишем объём косоугольного параллелепипеда через скалярное произведение (S, l) .
2. Найдём дипольный момент и вектор поляризации поверхностных зарядов с плотностью поверхностных σ .
3. Запишем проекцию последнего на нормаль и после преобразований получим σ
Также найдём объёмную плотность поляризационных зарядов.
1. Запишем вышедший через нормальную площадку и поверхность в целом из вещества заряд под действием внешнего поля
2. Тогда внутри остался суммарный поляризационный заряд, равный интегралу
3. Если воспользоваться теоремой Гаусса – Остроградского, то можно получить выражения для дивергенции вектора поляризации
4. Если поляризация однородная, то плотность поляризационных зарядов равна нулю

3.5 Теорема Гаусса в диэлектриках

Если учесть наличие поляризационных зарядов, то теорема Гаусса в диэлектриках примет немного иной вид в обеих формах. Удобнее всего будет её записать, используя новое обозначение

Опр Вектор электрической индукции D

Th Гаусса в диэлектриках в дифференциальной форме

Th Гаусса в диэлектриках в интегральной форме

3.6 Поляризуемость частиц среды

При слабых внешних полях смещение зарядов мало и пропорционально приложенному полю (как производная)

Опр Поляризуемость среды

3.7 Диэлектрическая проницаемость среды

Если подставить поляризуемость в выражение для D , то можно ввести новое обозначение

Опр Диэлектрическая проницаемость среды

Переписав теорему Гаусса для E увидим, что в силу $\varepsilon > 1$ поляризационные заряды ослабляют поле

3.8 Граничные условия на границе двух диэлектриков

Для скачка нормальной компоненты запишем теорему Гаусса и получим $4\pi\sigma_{free}$

Для тангенциальной компоненты запишем теорему о циркуляции электрического поля и вновь получим то же самое

4 Электрическая ёмкость. Конденсаторы. Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов. Энергия электрического поля и её локализация в пространстве. Объёмная плотность энергии. Взаимная энергия зарядов. Энергия в системе заряженных проводников

4.1 Электрическая ёмкость

Проведя мысленный эксперимент, поймём, что отношение $\frac{Q}{q}$ характеризует проводник

Опр Электрическая ёмкость

Опр Ёмкость пары проводников (взаимная ёмкость)

4.2 Конденсаторы

Опр Конденсатор

Поле внутри конденсатор однородное (две бесконечные плоскости), краевых эффектов почти нет

Из выражения для поля можно запросто найти разность потенциалов обкладок

4.3 Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов

Ёмкость плоского конденсатора находим по принципу суперпозиции как ёмкость двух бесконечных плоскостей разных знаков

Опр Сферический конденсатор

Его поле можно найти по определению, предварительно посчитав разность потенциалов обкладок

Опр Цилиндрический конденсатор

Записав теорему Гаусса для D , получим поле между обкладками. Затем посчитав разность потенциалов по определению, находим ёмкость

4.4 Энергия электрического поля и её локализация в пространстве

Опр Энергия пары зарядов

Энергия, которую необходимо затратить, чтобы их сблизить (работа) в соответствии с её определением через потенциал

Утв Энергия электрического поля локализовано в пространстве

Иными словами, оно зависит лишь от небольшой окрестности вокруг рассматриваемой точки. Ведь если речь идёт об удалённых объектах, меняющихся со временем, то значение энергии уже может быть некорректным

4.5 Энергия в системе заряженных проводников

Утв Энергия всей системы зарядов

В формуле могут быть изменения в случае непрерывного распределения заряда по объёму или площади поверхности

Например, можно найти энергию поля плоского конденсатора

4.6 Объёмная плотность энергии

Преобразовав выражение для энергии конденсатора, можно выделить в ней

Опр Объёмная плотность энергии

В случае $D = \varepsilon E$ выражение можно соответствующе переписать

В случае сложной связи D и E можно используя $D = 4\pi\sigma$ и общего вида энергии $dU = \varphi\delta q$ получить выражение объёмной плотности энергии

В общем случае

1. Рассмотрим вариацию энергии зарядов с $\delta\rho$.
2. Исключим $\delta\rho$, используя теорему Гаусса.
3. Воспользуемся следствием из правила дифференцирования сложной функции
4. Одно слагаемое через замкнутую бесконечно удалённую поверхность будет ноль, а второе и даст привычное нам искомое выражение

4.7 Взаимная энергия зарядов

Опр Взаимная энергия

Если записать выражение через объёмную плотность энергии, то получим величину всегда неотрицательную (в отличие от исходной). Это связано с тем, что последняя включает в себе две группы слагаемых — собственную и взаимную энергии

5 Энергия электрического поля в веществе. Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи). Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле. Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах

5.1 Энергия электрического поля в веществе

$$W = \delta w V$$

5.2 Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи)

Найти энергию жёсткого диполя во внешнем поле можно по определению, вспомнив определение разности потенциалов и дипольного момента

В случае упругого диполя $p = \beta E$, поэтому взяв интеграл по dE (оно меняется в силу переменной длины диполя) получим искомое

5.3 Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле

В неоднородном случае, чтобы получить силу надо взять градиент от энергии

5.4 Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах

Используя определение элементарной работы, получим выражение для силы. В частном случае электростатической силы получим $\delta A = -dW$

Утв Сила при постоянном заряде и сила при постоянных потенциалах равны

1. В случае $q = \text{const}$ запишем $W(x)$ и продифференцируем для поиска силы
2. В случае $\Delta\varphi = \text{const}$ следует дополнительно учитывать работу батареи
3. Продифференцировав выражение для δA_{mech} получим искомую силу
4. Видно, что силы равны и диэлектрики втягиваются в область сильного поля (знак +)

6 Постоянный ток. Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока. Закон Ома в интегральной и локальной формах. Уравнение непрерывности для плотности заряда. Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах. Токи в неограниченных средах

6.1 Постоянный ток

Опр Электрический ток Упорядоченное движение заряженных частиц (электронов и ионов)

Опр Постоянный ток

6.2 Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока

Опр Сила тока

Опр Плотность тока

Известно как получить формулу для этой величины

Опр Линейная плотность тока

Аналогично вводятся поверхностная и объёмная плотности тока

6.3 Уравнение непрерывности для плотности заряда

Запишем закон сохранения заряда для произвольной области пространства. Воспользовавшись определением дивергенции, получим

Утв Уравнение непрерывности для плотности заряда

По-другому это уравнение называют ЗСЗ в дифференциальной форме

В стационарном случае в область втекает столько же заряда, сколько и вытекает

6.4 Закон Ома в интегральной и локальной формах

Закон Ома

Закон Ома в дифференциальной форме

6.5 Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах

Закон Джоуля–Ленца в локальной форме

1. Запишем скорость зарядов в среде. Среднее её значение будет иметь простой вид из-за свойств флуктуаций.
2. Запишем объёмную плотность энергии (через работу) и, воспользовавшись выражениями для j , получим искомое

При наличии объёмных токов подставим интегральные величины и получим

Закон Джоуля–Ленца в интегральной форме

6.6 Токи в неограниченных средах

Пользуясь теоремой Гаусса можно получить сопротивление неограниченной среды, по которой течёт ток между двумя электродами. Если расстояние между ними \gg их размеров, то сопротивление превращается в сумму $\frac{\epsilon_i}{4\pi\lambda_i C_i}$, то есть сопротивление зависит от геометрии каждого электрода, а не от их взаимного расположения

7 Постоянный ток в замкнутых электрических цепях. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка цепи. Правила Кирхгофа. Работа и мощность постоянного тока

7.1 Постоянный ток в замкнутых электрических цепях

В случае замкнутой цепи закон Ома выглядит привычно

Закон Ома в интегральной форме

7.2 Электродвижущая сила

Опр Электродвижущая сила

Формальное обозначение интеграла

7.3 Закон Ома для участка цепи

Полагая ток во всей участках цепи одинаковым, из дифференциального закона Ома получим

Закон Ома для участка цепи

1. Выразим из дифференциальной формы циркуляцию вектора E .
2. Введём полное сопротивление участка и ЭДС (может быть как положительным, так и отрицательным)
3. Подставив всё в одно уравнение, получи требуемое

7.4 Правила Кирхгофа

Утв Правила Кирхгофа

Они доказываются с помощью ЗСЗ и закона Ома для участка цепи

7.5 Работа и мощность постоянного тока

В прошлом билете было получено выражение для мощности тока в локальной и интегральной формах. Если учесть наличие ЭДС, можно получить ещё две формулы мощности. Домножив каждую на время, получим работу

8 Магнитное поле постоянного тока в вакууме. Вектор магнитной индукции. Сила Лоренца. Сила Ампера. Закон Био–Савара. Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме. Теорема Гаусса для магнитного поля. Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки

8.1 Магнитное поле постоянного тока в вакууме

Опр Магнитное поле

8.2 Вектор магнитной индукции

Опр Вектор магнитной индукции

Вектор, определяющий силу, действующую на движущийся заряд и характеризующий магнитное поле

8.3 Сила Лоренца

Опр Сила Лоренца

8.4 Сила Ампера

Опр Сила Ампера

Закон Ампера

Нетрудно показать эквивалентность разных выражений для сил в законе Ампера, а также, связь сил Лоренца и Ампера

8.5 Закон Био–Савара

Закон Био–Савара

Он экспериментальный и тоже формулируется для линейного и объёмного элемента тока

8.6 Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме

Если взять закон Био–Савара и произвести с ним преобразования по законам векторного анализа, то можно получить векторный потенциал и показать, что он биздивергентен

По аналогии с φ , можно получить

Th О циркуляции магнитного поля в вакууме в дифференциальной форме

Воспользовавшись формулой Стокса и перейдя к интегралу по контуру, получим

Th О циркуляции магнитного поля в вакууме в интегральной форме

8.7 Теорема Гаусса для магнитного поля

Th Гаусса для магнитного поля в дифференциальной форме

Th Гаусса для магнитного поля в интегральной форме

8.8 Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки

Найти поле прямого провода можно с помощью закона Био-Савара.

1. Запишем этот закон и перейдём к скалярному выражению, раскрыв векторное произведение
2. Выразив dx через выражение для $\operatorname{tg} \alpha$ подставим его в выражение
3. Сделав замену, после интегрирования получим требуемое полке

Поле соленоида и тороидальной катушки можно найти с помощью теоремы о циркуляции, используя, если необходимо, плотность намотки и линейную плотность тока

9 Магнитный момент тока. Точечный магнитный диполь. Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле. Эквивалентность витка с током и магнитного диполя

9.1 Магнитный момент тока

Опр Магнитный момент

Он направлен по нормали к плоскости витка

9.2 Точечный магнитный диполь

Опр Точечный магнитный диполь

То же, что и плоская замкнутая проводящая рамка площади S по которой течёт ток I

9.3 Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле

С помощью магнитного момента можно найти момент сил, действующих на магнитный диполь

В однородном магнитном поле на виток с током суммарная действующая сила равна нулю. В неоднородном поле силу легче все найти через потенциальную энергию.

1. Посчитаем работу поля по повороту витка
2. Увидим: она зависит лишь от начальных и конечных состояний, то есть можно ввести потенциальную энергию.
3. Продифференцируем энергию и получим силу
4. При условии отсутствия токов проводимости в среде после преобразований векторного анализа можно дать её более простой вид

9.4 Эквивалентность витка с током и магнитного диполя

Возьмём векторный потенциал зарядов, движущихся в ограниченной области как сумму и преобразуем его. Затем, переходя к магнитному полю, увидим эквивалентность магнитного "диполя" и витка с током

10 Магнитное поле в веществе. Магнитная индукция и напряжённость поля. Вектор намагничённости. Токи проводимости и молекулярные токи. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе. Граничные условия на границе двух магнетиков. Постоянные магниты

10.1 Магнитное поле в веществе

Магнитное поле в веществе создаётся внешним полем и циркулирующими внутри микротоками

Опр *Микрополе*

10.2 Токи проводимости и молекулярные токи

Опр *Токи проводимости*

Опр *Молекулярные токи*

10.3 Вектор намагничённости

Опр *Вектор намагничивания (намагниченность)*

Она может быть как однородной, так и неоднородной

Опр *Поверхностные токи*

Свяжем молекулярные токи с вектором намагничивания.

1. Запишем магнитный момент вещества двумя способами
2. Преобразуем, введём линейную плотность тока.
3. Выберем в веществе произвольный замкнутый контур и возьмём тор вокруг него
4. После преобразований и взятия интеграла получим, что

Утв *Молекулярный ток и вектор намагничивания связаны в интегральной форме*

Применив теорему Стокса, получим, что

Утв *Молекулярный ток и вектор намагничивания связаны в дифференциальной форме*

10.4 Магнитная индукция и напряжённость поля

Опр *Напряжённость поля*

10.5 Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе

Используя связь молекулярного тока и вектор намагничивания в интегральной форме запишем теорему о циркуляции для магнитного поля и получим

Th *О циркуляции магнитного поля в веществе в интегральной форме*

Используя дифференциальные формы справа и слева, можно получить

Th *О циркуляции магнитного поля в веществе в дифференциальной форме*

10.6 Граничные условия на границе двух магнетиков

Для B_n воспользуемся теоремой Гаусса для магнитного поля

Для H_τ воспользуемся теоремой о циркуляции

Для H_n представим τ через векторное произведение и с помощью преобразований получим требуемое

10.7 Постоянные магниты

Опр *Постоянный магнит*

Изделие из материала с высокой остаточной магнитной индукцией, сохраняющее состояние намагниченности в течение длительного времени

Можно посчитать поле на оси постоянного магнита

1. Разобьём магнит на колечки с молекулярными токами и, по сути, получим соленоид.
2. Запишем dB_x колечка через линейную плотность тока, а затем перейдя к параметризации по углу.
3. Выразим dx через тангенс угла и подставив в формулу получим приятное выражение для dB_x
4. Взяв интеграл, окончательно найдём поле на оси постоянного магнита
5. При желании можно вернуться к параметризации по координате

Также при желании можно нарисовать график зависимости векторов B и H от x . Не лишним будет и показать картину силовых линий векторов внутри и вне магнита

11 Электромагнитная индукция. Поток магнитного поля. ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках. Вихревое электрическое поле. Правило Ленца. Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах. Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции

11.1 Поток магнитного поля

Опр *Поток магнитного поля*

Это определение было известно нам и ранее

11.2 Электромагнитная индукция

Рассмотрим проводящую рамку, по которой течёт электрический ток. После детального анализа поймём, что там возникает ЭДС индукции, которая создаёт ток в отрицательном направлении обхода контура.

Опр *Электромагнитная индукция*

Явление возникновения электрического тока, электрического поля или электрической поляризации при изменении магнитного поля во времени или при движении материальной среды в магнитном поле

11.3 Правило Ленца

Правило Ленца

11.4 ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках

Утв *Правило Ленца верно как в движущихся, так и в неподвижных проводниках*

11.5 Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах

Закон Электромагнитной индукции в интегральной форме

$$\mathcal{E}_i = \int E_{out} dl$$

Если преобразовать это выражение, то можно получить более частую формулировку этого закона

Закон Электромагнитной индукции в дифференциальной форме

11.6 Вихревое электрическое поле

Как видно из прошлого закона, $E \neq 0$, поэтому индуцируемое электрическое поле является вихревым

11.7 Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции

Трактовка Фарадея

Трактовка Максвелла

12 Коэффициенты само- и взаимной индукции. Теорема взаимности. Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе. Взаимная энергия токов. Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии

12.1 Коэффициенты само- и взаимной индукции

Опр Коэффициент самоиндукции (индуктивность)

Опр Коэффициент взаимной индукции

12.2 Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе

Для примера найдём индуктивность идеального соленоида

А также взаимную индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе

Рассмотрев произвольный контур, можно найти формулу для

Утв *Магнитная энергия тока*

12.3 Теорема взаимности

Th *Взаимности*

Коэффициенты взаимной индукции для фиксированной пары витков с током совпадают

1. Посчитаем поток создаваемый на i -й виток всеми остальными при фиксированном геометрии системы.
2. Посчитаем его дифференциал и подставим в дифференциал энергии системы токов.
3. Возьмём две частные производные второго порядка в разных последовательностях и по теореме Шварца получим требуемое

12.4 Взаимная энергия токов

Опр Взаимная энергия токов

Энергия, с которой витки действуют друг на друга (включает коэффициент взаимной индукции)

Если посчитать энергию системы токов, то две группы слагаемых её составляющих сольются в одну красивую сумму

12.5 Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии

1. Рассмотрим соленоид и посчитаем его энергию, используя выражения для $H, d\Phi, B$.
2. Получим выражение, из которого легко отделяется объём, что говорит о локализации магнитной энергии.
3. Также это позволяет ввести понятие объёмной плотности магнитной энергии и три формулы для неё
4. В более общем случае можно воспользоваться векторным анализом для вывода объёмной плотности энергии

13 Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле. Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля. Магнитные цепи. Подъёмная сила электромагнита

13.1 Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле

Известно: сила есть частная производная энергии по обобщённой координате

$$\delta A_{out} = dW + \delta A_{mech}$$

13.2 Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля

Для вычисления достаточно выразить dW из выражения выше и продифференцировать

13.3 Магнитные цепи

Опр *Магнитная цепь*

13.4 Подъёмная сила электромагнита

Если рассмотреть простую магнитную цепь, найти поле в её зазоре, а по нему dW и силу, то можно явно показать наличие подъёмной силы у электромагнита

14 Магнитные свойства вещества. Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков. Качественные представления о ферромагнетиках. Ферромагнитный гистерезис

14.1 Магнитные свойства вещества

Опр *Магнитная восприимчивость*

14.2 Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков

Опр *Парамагнетик*

Представление *Механизм намагничивания парамагнетика*

Опр *Намагниченность насыщения*

Закон *Кюри*

Опр *Постоянная Кюри*

Опр *Диамагнетик*

Представление *Механизм намагничивания диамагнетика*

Опр *Ларморовская частота*

14.3 Качественные представления о ферромагнетиках

Опр Ферромагнетик

14.4 Ферромагнитный гистерезис

Опр Гистерезис

Опр Остаточная намагниченность

Опр Поле насыщения

Опр Коэрцитивная сила

Опр Точка Кюри

Опр Домен

15 Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейсснера. Сверхпроводящий шар в магнитном поле. Метод изображений для сверхпроводников

15.1 Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейсснера

Опр Сверхпроводимость

Опр Критическая температура

В отличие от сверхпроводников I рода, у сверхпроводников II рода существует смешанное состояние, при котором поле частично проникает в объём

Таким образом, сверхпроводники можно назвать идеальными ($B = 0$) диамагнетиками

Эффект Мейсснера

15.2 Сверхпроводящий шар в магнитном поле

1. Пользуясь тем, что поле внутри шара есть ноль, можно записать выражение для B_n на внешней поверхности, откуда выразить магнитный момент
2. Он совпадёт со случаем электростатики
3. Аналогичный результат можно получить и для B_τ
4. При желании можно получить граничные условия для сверхпроводника и величину молекулярных токов i

15.3 Метод изображений для сверхпроводников

Поле от экранированных сверхпроводящих токов вне сверхпроводника всё равно что поле отражённого диполя (с тем же \mathcal{M})

16 Относительный характер электрического и магнитного полей. Сила Лоренца. Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$). Поле равномерно движущегося точечного заряда

16.1 Относительный характер электрического и магнитного полей

При переходе из одной СО в другую, сила на частицу не меняется, поэтому происходит преобразование полей. Это свидетельствует об их относительности

16.2 Сила Лоренца

Таким образом сила Лоренца является инвариантом при переходе между СО

16.3 Поле равномерно движущегося точечного заряда

Используя БСЛ и выражение для E можно получить поле равномерно движущегося точечного заряда

16.4 Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$)

Из равенства сил можно найти закон преобразования для E . Используя поле равномерно движущегося точечного заряда, можно найти B в неподвижной СО, как и закон преобразования

17 Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. Циклотронная частота и ларморовский радиус. Дрейф в скрещенных однородных полях

17.1 Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях

Рассмотрим разные случаи. В однородном E движение будет равноускоренным

17.2 Циклотронная частота и ларморовский радиус

В однородном B разложим скорость по двум направлениям и получим равномерную циклоиду

Опр Циклотронная частота

Опр Ларморовский радиус

В случае $E \parallel B$ имеем равноускоренную циклоиду

17.3 Дрейф в скрещенных однородных полях

В случае скрещенных полей перейдем в удобную СО (где $E = 0$) и найдем скорость этой СО

Опр Дрейфовая скорость

Средняя скорость движения частиц, приобретаемая в результате воздействия электрического поля

Получим значения E и B в новой СО и проанализируем движение. Получается суперпозиция трёх движений: равномерной циклоиды (2) и дрейфа (+1)

18 Эффект Холла, влияние магнитного поля на проводящие свойства сред

Рассмотрим движение носителей заряда в B_{out} .

Эффект Холла

Выясним связь между электрическим полем E и плотностью тока j в условиях эффекта Холла

Опр Тензор проводимости

Определим его компоненты. Рассмотрим простейший случай: система содержит носители только одного типа (например, электроны), ток течет вдоль Ox , а магнитное поле направлено вдоль оси Oz . Магнитное поле действует на движущиеся заряды с силой $F_y = -qu_x B_z$ по оси Oy . Ток сможет течь строго вдоль Ox , если заряды в среде перераспределятся таким образом, чтобы компенсировать магнитную силу

Опр Холловское электрическое поле

$$E_y = u_x B_z = \frac{j_x}{nq} B_z$$

Опр Подвижность носителей тока

Коэффициент пропорциональности между дрейфовой скоростью носителей заряда и приложенным внешним электрическим полем

Опр Обобщенный закон Ома

Второе слагаемое в этой формуле как раз отвечает эффекту Холла - возникновению поперечного направления тока E . Записывая закон покомпонентно, получим

Опр Тензор удельного сопротивления

Опр Тензор проводимости в условиях эффекта Холла

19 Магнитное действие переменного электрического поля. Ток смещения

19.1 Ток смещения

Запишем теорему о циркуляции для магнитного поля и убедимся, что она работает не всегда

Опр *Ток смещения*

Теперь запишем теоремы о циркуляции и Гаусса в новом виде

Опр *Теорема о циркуляции магнитного поля*

19.2 Магнитное действие переменного электрического поля

Таким образом, переменное электрическое поле приводит к возникновению токов смещения, которые в свою очередь участвуют в создании магнитного поля

20 Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме. Граничные условия. Материальные уравнения

20.1 Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме

Утв *Уравнения Максвелла состоят из ранее известных нам теорем*

Опр *Система уравнений Максвелла в дифференциальной форме*

Опр *Система уравнений Максвелла в интегральной форме*

Утв *У уравнений Максвелла есть словесные интерпретации*

20.2 Граничные условия

Утв *У уравнений Максвелла есть всего 4 граничных условия (все они нам уже знакомы)*

20.3 Материальные уравнения

Утв *Система уравнений Максвелла не полна. Но её можно дополнить материальными уравнениями*

Утв *Материальные уравнения*

21 Энергия переменного электромагнитного поля. Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга. Примеры применения теоремы Пойнтинга

21.1 Энергия переменного электромагнитного поля

Получим ЗСЭ в пространстве с переменными полями

Утв *Энергия переменного электромагнитного поля есть сумма двух энергий (магнитного и электрического полей)*

21.2 Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга

По ходу преобразований получили выражение, которое удобно обозначить одним символом. Оно равно потоку электромагнитной энергии (энергия в единицу площади в единицу времени)

Опр *Вектор Пойнтинга*

Th *Пойнтинга в дифференциальной форме*

Используя определение объёмной плотности энергии и теорему Остроградского – Гаусса, получим

Th *Пойнтинга в интегральной форме*

21.3 Примеры применения теоремы Пойнтинга

Утв *Теорему Пойнтинга можно применить для поиска поля внутри конденсатора*

Утв *Теорему Пойнтинга можно применить для поиска потока энергии втекающего в длинный провод (равнозначно, поиска джоулевых потерь)*

22 Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности. Зарядка и разрядка конденсатора. Установление тока в катушке индуктивности. Интегрирующие и дифференцирующие цепочки

22.1 Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности

Опр *Квазистационарная электрическая цепь*

По цепи ЭМ сигнал распространяется со скоростью $c \dots$

Утв *Условие квазистационарности цепи*

22.2 Зарядка и разрядка конденсатора

Опр *Зарядка конденсатора*

Опр *Разрядка конденсатора*

22.3 Установление тока в катушке индуктивности

Запишем $\int E_L dl$ для неветвлённой цепи со всеми основными элементами. После рассмотрения каждого интеграла получим дополненное правило Кирхгофа (нам удалось подвязать к исходному катушку индуктивности)

Используя полученное правило, рассмотрим процесс установления тока в катушке и найдём зависимость $I(t)$

22.4 Интегрирующие и дифференцирующие цепочки

Опр *Интегрирующая цепочка*

Рассмотрим две интегрирующие цепочки и обоснуем их название

Опр *Дифференцирующая цепочка*

Рассмотрим две дифференцирующие цепочки и обоснуем их название

23 Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур. Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность. Энергетический смысл добротности

23.1 Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур

1. Рассмотрим колебательный RLC-контур и запишем для него второе правило Кирхгофа+
2. Пользуясь теорией о решении дифференциальных уравнений, запишем общее решение.
3. Теперь рассмотрим три частных случая

Случай *Слабого затухания*

Случай *Сильного затухания в аperiodическом режиме*

Случай *Критический режим колебаний*

23.2 Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность

Рассмотрим затухание тока в цепи с течением времени

Опр *Коэффициент затухания*

Опр *Логарифмический декремент затухания*

Опр *Характерное время затухания*

Опр *Добротность*

В RLC-контуре со слабым затуханием добротность имеет простую формулу В общем же случае можно показать, что в электрических цепях энергия со временем убывает по закону Джоуля-Ленца

23.3 Энергетический смысл добротности

Исходя из определения добротности, можно показать, что она показывает убыль энергии в системе за период колебаний

24 Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы. Амплитудная и фазовая характеристики. Резонанс. Ширина резонанса и ее связь с добротностью. Процесс установления вынужденных колебаний, биения

24.1 Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы

Рассмотрим вынужденные колебания в RLC-контуре под действием синусоидального ЭДС генератора ...

Решение $q(t)$ дифференциального уравнения легче все найти, предварительно перейдя в комплексную плоскость

24.2 Амплитудная и фазовая характеристики

Опр Амплитудная характеристика контура

Опр Фазовая характеристика контура

24.3 Резонанс

Опр Резонанс

Резкое увеличение амплитуды колебаний при совпадении частоты внешнего воздействия с определённым значениям частоты

24.4 Ширина резонанса и ее связь с добротностью

1. Резонанс хорошо виден на графике зависимости $q(\omega)$
2. Заметим, что $\frac{q_m}{q_0} = Q$
3. Найдём разность частот (ширину колокола) на высоте $\frac{q_m}{\sqrt{2}}$. Для этого надо приравнять $(\Delta\omega)$ к $4\omega_0\gamma^2$ (тогда из-под знаменателя и вылезет $\sqrt{2}$)
4. Получим, что $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

24.5 Процесс установления вынужденных колебаний, биения

Сразу скажем, что в установившемся режиме колебания будут происходить на частоте вынуждающей силы (как в механике)

1. Рассмотрим решение $q(t)$ при разных значениях параметров
2. В случае $\omega \neq \omega_0$ $\gamma = 0$ имеем произведение синусов
3. Если строить график решения, то медленный синус будет огибающим, а быстрый будет <биться> между ним
4. В случае малого γ зазор каждый период будет только нарастать
5. В случае большого γ практически сразу наступит установившийся режим
6. При $\omega = \omega_0$ рассмотрим соответствующий предел и получим актуальное решение $q(t)$
7. Если бы $\gamma = 0$, то амплитуда была бы бесконечной, но в реальности колебания будут ограничены огибающей

25 Установившиеся колебания в цепи переменного тока. Комплексная форма представления колебаний. Векторные диаграммы. Комплексное сопротивление (импеданс). Правила Кирхгофа для переменных токов. Работа и мощность переменного тока

25.1 Установившиеся колебания в цепи переменного тока

В установившемся режиме колебания становятся вынужденными и происходят на частоте внешнего воздействия (возможно с некоторым сдвигом фаз)

25.2 Комплексная форма представления колебаний

Метод *Комплексных амплитуд*

Опр *Комплексная амплитуда*

25.3 Векторные диаграммы

Метод комплексных амплитуд имеет геометрическую интерпретацию, которую проще всего показать с помощью векторных диаграмм

25.4 Комплексное сопротивление (импеданс)

Опр *Импеданс*

Опр *Активное сопротивление*

Опр *Реактивное сопротивление*

Найдём импеданс каждого элемента в RLC-контуре

25.5 Правила Кирхгофа для переменных токов

Запишем известную нам форму правил Кирхгофа. Подставим в него импедансы и сократим на экспоненту: получили новую форму записи

Правило Кирхгофа I

Правило Кирхгофа II

25.6 Работа и мощность переменного тока

1. Запишем мгновенное значение мощности на резисторе.
2. Посчитаем среднюю за период мощность (через интеграл)
3. Другой способ получить то же самое – через метод комплексных амплитуд (не забыв про сдвиг фаз между током и напряжением)

26 Спектральное разложение электрических сигналов. Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов. Вынужденные колебания под действием произвольной силы. Соотношение неопределённостей

26.1 Спектральное разложение электрических сигналов

Опр *Комплексная форма ряда Фурье периодической функции*

Опр *Коэффициент Фурье*

Ряд Фурье можно обобщить и на случай непериодической функции, определённой на бесконечном временном интервале

Опр *Фурье-спектр*

26.2 Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов

1. Посчитаем периодической последовательности импульсов. Для этого найдём c_k коэффициент в разложении
2. Поймём, какие же границы будут у интеграла от экспоненты и вычислим его
3. Немного преобразований и коэффициент получен
4. В случае спектра одиночного прямоугольного импульса ситуация проще: сначала считаем Фурье-спектр, а потом и сам интеграл

26.3 Вынужденные колебания под действием произвольной силы

Запишем второе правило Кирхгофа и введём линейный оператор . . .

Утв Принцип суперпозиции откликов

Отклик на суммарное воздействие равен сумме откликов на элементарные

Таким образом, любую функцию можно представить в виде суперпозиции гармонических, равно как и вычислить суммарное воздействие

26.4 Соотношение неопределённостей

1. Рассмотрим одиночный прямоугольный спектр
2. График его Фурье-спектра имеет вид колокола
3. Если мы <сожмём> функцию спектра по x в A раз, то есть перейдём к функции $f_A(x) = f(Ax)$, то её спектр растянется во столько же раз: $F_A(k) = \text{const} \cdot F\left(\frac{k}{A}\right)$, поскольку частота каждой спектральной гармоники e^{ikx} этого разложения должны будут, очевидно, умножиться на A
4. Эта иллюстрация, строго говоря, хоть и носит довольно частный характер, однако она обнажает физический смысл иллюстрируемого свойства: когда мы сжимаем сигнал, его частоты во столько же раз увеличиваются. Другими словами, невозможно произвольно сконцентрировать как функцию, так и её преобразование Фурье

27 Спектральный анализ линейных систем. Частотная характеристика и импульсный отклик системы. Колебательный контур как спектральный прибор. Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры

27.1 Спектральный анализ линейных систем. Колебательный контур как спектральный прибор

Рассмотрим RLC-контур и запишем для него II правило Кирхгофа и теорему Фурье. Если вынуждающая сила $\sim e^{i\omega t}$, то и отклик тоже; подставим в уравнение

Опр Функция отклика

Благодаря ей получим

Утв Связь между компонентами отклика и сигнала

Опр Импульсная (дельта) функция

27.2 Частотная характеристика и импульсный отклик системы

Если источник был импульсным, то отклик тоже будет импульсным

Опр Импульсный отклик системы

Опр Частотная характеристика контура

27.3 Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры

Можно показать, что интегрирующая цепочка может служить фильтром высоких, а дифференцирующая – низких частот

28 Модуляция и детектирование сигналов. Амплитудная и фазовая модуляции. Спектры гармонически модулированных по фазе и амплитуде сигналов. Квадратичное детектирование сигналов

28.1 Модуляция и детектирование сигналов

Опр Модулированные колебания

Существует три типа модуляции

28.2 Амплитудная и фазовая модуляции

Опр Амплитудно-модулированный сигнал

Опр Фазово-модулированный сигнал

28.3 Спектры гармонически модулированных по фазе и амплитуде сигналов

Если найти спектр амплитудно-модулированного сигнала, то он будет состоять из трёх гармоник

Спектр фазово-модулированного сигнала тоже будет состоять из трёх гармоник, но немного других

28.4 Квадратичное детектирование сигналов

Опр Детектирование

Например, квадратичные детекторы усредняют квадрат функции по времени

Применить детектирование можно как к АМ, так и к ФМ сигналу, как по определению, так и с помощью метода комплексных амплитуд

29 Электрические флуктуации. Тепловой шум. Тепловые флуктуации в колебательном контуре. Интенсивность теплового шума, формула Найквиста

29.1 Электрические флуктуации. Тепловой шум

Опр Тепловой шум

Система без активного сопротивления теплового шума не производит

1. Пусть есть проводник с концентрацией электронов n в объёме V .
2. Усредним плотность тока, усреднив каждый её элемент, не забыв, что среднее от среднего есть ноль
3. От плотности тока перейдём к флуктуации полного тока, используя теорию Друде

29.2 Тепловые флуктуации в колебательном контуре

Рассмотрев высокочастотный RLC-контур (с малым затуханием) найдём теряем за период энергию, а также, рассеивающую мощность. Полученная формула даёт оценку мощности, рассеиваемой в активном сопротивлении, но с другой стороны, точно такая же мощность затрачивается на создание флуктуации ЭДС. Следовательно, полученная формула даёт выражение для спектра тепловых шумов.

29.3 Интенсивность теплового шума, формула Найквиста

Используя формулы для мощности (две), можно получить две формулы Найквиста

Опр Белый шум

Стационарный шум, спектральные составляющие которого равномерно распределены по всему диапазону действующих частот

30 Электрические флуктуации. Дробовой шум. Интенсивность дробового шума, закон \sqrt{N} , формула Шоттки

30.1 Электрические флуктуации. Дробовой шум

Опр Дробовой шум

Посчитаем случайный ток от дробового шума

30.2 Интенсивность дробового шума, закон \sqrt{N} , формула Шоттки

Опр Интенсивность

Дальнейший рассказ лучше вести по билету Ральфа (страница 64)

Опр формула Шоттки

31 Параметрическое возбуждение колебаний. Условие параметрического резонанса

31.1 Параметрическое возбуждение колебаний

Опр Параметрические колебательные системы

Режим Вариометра

31.2 Условие параметрического резонанса

Посчитаем закачку и потери энергии за период

Условие Возбуждения колебаний

32 Автоколебания в электрических цепях. Положительная обратная связь. Условие самовозбуждения

32.1 Автоколебания в электрических цепях

Опр Автоколебания

32.2 Положительная обратная связь

Опр Обратная связь

Опр Положительная обратная связь

Тип обратной связи, при котором изменение выходного сигнала системы приводит к такому изменению входного сигнала, которое способствует дальнейшему отклонению выходного сигнала от первоначального значения, то есть знак изменения сигнала обратной связи совпадает со знаком изменения входного сигнала

Опр Диод

Опр Триод

Опр Усилитель

32.3 Условие самовозбуждения

1. Рассмотрим колебания под действием периодических "толчков".
2. Построим график, изображающие действия толчков.
3. Соорудим генератор с обратной связью, построим графики заряда, тока и толчков (внешнего напряжения)
4. Запишем уравнение колебаний и решим его с помощью новых замен

Условие Самовозбуждения

33 Волновое уравнение как следствие уравнений Максвелла. Электромагнитные волны в однородном диэлектрике, их поперечность и скорость распространения

33.1 Волновое уравнение как следствие уравнений Максвелла

Запишем уравнения Максвелла в частном случае. Посчитаем ротор ротора двумя способами и получим два волновых уравнения

33.2 Электромагнитные волны в однородном диэлектрике, их поперечность и скорость распространения

Утв \vec{k}

Единичный вектор в направлении распространения волны

Можно показать, что

Утв Поперечность электромагнитных волн

Электромагнитные волны $\perp E, H$

Утв Векторы k, E и H образуют правую тройку

Утв Поперечность электромагнитных волн

Исходя из анализа размерности, можно найти скорость распространения волны в пространстве

Опр Волновое сопротивление

34 Монохроматические волны. Комплексная амплитуда волны. Плоская электромагнитная волна. Приближение сферической волны. Связь полей E и B в плоской электромагнитной волне. Стоячие и бегущие волны. Отражение волн от идеального проводника

34.1 Монохроматические волны

Опр Монохроматическая волна

Опр Волновое число

34.2 Комплексная амплитуда волны

Обычную волну можно записать с помощью метода комплексных амплитуд

Опр Комплексная амплитуда

34.3 Плоская электромагнитная волна

Утв Уравнение плоской электромагнитной волны

Опр Фазовая скорость

34.4 Приближение сферической волны

Если рассмотреть лапласиан сферических координат и записать волновое уравнение с его решением, то можно увидеть, что амплитуда убывает обратно пропорционально расстоянию

34.5 Связь полей E и B в плоской электромагнитной волне

Через волновое сопротивление можно показать, что $E \perp B$, а также, формульную связь

34.6 Стоячие и бегущие волны

До этого мы рассматривали только бегущие волны, но если сложить бегущие в противоположном направлении волны, то можно получить уравнение стоячей волны

34.7 Отражение волн от идеального проводника

Дальнейший рассказ лучше вести по консультации А. В. Гаврикова (билеты 35, 39)

Граничные условия для E нам известны и очевидны (внутри проводника поля нет). Можно записать граничные условия и для магнитного поля.

35 Поток энергии в электромагнитной волне. Давление излучения. Электромагнитный импульс

35.1 Поток энергии в электромагнитной волне

Можно показать, что вектор Пойнтинга равен по модулю и задаёт направление потоку энергии в электромагнитной волне

Опр *Интенсивность излучения*

35.2 Электромагнитный импульс

Опр *Электромагнитный импульс*

Возмущение ЭМ поля, оказывающее влияние на любой материальный объект, находящийся в зоне действия

Таким импульс обладает и поле в вакууме

Опр *Плотность импульса*

35.3 Давление излучения

Посчитать давление излучения, которое оно оказывает на среду при поглощении, можно, используя граничные условия. Можно найти давление волны на поверхность как идеального, так и любого другого проводника

36 Электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектриков. Формулы Френеля. Явление Брюстера. Полное внутреннее отражение

36.1 Электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектриков

Рассмотрим падающую волну и запишем для неё граничные условия. Получим, два уравнения (на ω и \vec{k}), из которых следует равенства углов падения и отражения и закон Снеллиуса

36.2 Полное внутреннее отражение

Опр *Угол полного внутреннего отражения*

36.3 Формулы Френеля

Опр *Коэффициент отражения*

Опр *Коэффициент преломления*

Опр *s —поляризация*

Опр *p —поляризация*

Записав граничные условия для каждой поляризации, найдём формулы Френеля

36.4 Явление Брюстера

В случае p —поляризация возможно явление (эффект) Брюстера, который имеет место для любой среды

Опр *Угол Брюстера*

37 Излучение электромагнитных волн. Зависимость интенсивности дипольного излучения от частоты, диаграмма направленности

37.1 Излучение электромагнитных волн

Дальнейший рассказ можно вести по консультации А. В. Гаврикова (билет 40)

Опр Излучение

Рассмотрим волну, создаваемую точечным диполем в вакууме

37.2 Зависимость интенсивности дипольного излучения от частоты, диаграмма направленности

Посчитаем мощность излучения и получим

Утв Угловое распределение излучения (диаграмма направленности)

Закон Рэлея

Таким образом, поле ускоренно движущегося заряда зависит от промежутка времени до, угла и обратно расстоянию

38 Линии передачи энергии. Двухпроводная линия, коаксиальный кабель. Скорость волны, волновое сопротивление. Коэффициент стоячей волны. Согласованная нагрузка

38.1 Линии передачи энергии

Опр Линии передачи энергии

Чаще всего такие линии неквазистационарны

38.2 Двухпроводная линия, коаксиальный кабель

Опр Двухпроводная линия

Опр Телеграфные уравнения

Опр Фазовая скорость

Найдём её для двух примеров длинной линии: коаксиального кабеля и двухпроводной линии

Опр Волновое уравнение сигнала

У этого уравнения, как и любого другого дифференциального, есть свои граничные условия

38.3 Скорость волны, волновое сопротивление

Опр Скорость волны

Скорость распространения возмущения, не может превышать световую и по сути является фазовой

Найдём волновое сопротивление, рассмотрев бегущую волну в двухпроводной линии

Опр Волновое сопротивление

38.4 Согласованная нагрузка

Опр Волновая нагрузка

Такая нагрузка, которая поглощает всю энергию волны (равнозначна отсутствию отражения)

38.5 Коэффициент стоячей волны

Опр Коэффициент стоячей волны

Его связь с волновым сопротивлением можно попробовать показать через $E_{fall} + E_{refl}$

Опр Коэффициент бегущей волны

39 Электромагнитные волны в прямоугольном волноводе. Простейшие типы волн в волноводе прямоугольного сечения. Дисперсионное уравнение, критическая частота, длина волны и фазовая скорость волны в волноводе. Объёмные электромагнитные резонаторы

39.1 Электромагнитные волны в прямоугольном волноводе

Опр *Волновод*

Записав упрощённые уравнения Максвелла и граничные условия к ним, получим решение в виде монохроматической волны

Уравнение *Гельмгольца*

39.2 Простейшие типы волн в волноводе прямоугольного сечения

Граничным условиям уравнения Гельмгольца не могут быть выполнены одновременно, но могут быть по отдельности. Поэтому в волноводе существует несколько типов волн

Опр *H-волна*

Опр *E-волна*

Опр *Псевдотоперечная волна*

Решение волнового уравнения возможно лишь при некоторых значениях γ_λ

39.3 Дисперсионное уравнение, критическая частота, длина волны и фазовая скорость волны в волноводе

Опр *Дисперсионное уравнение*

Опр *Критическая частота*

Можно показать, что, например, в простейшем случае прямоугольного волновода она будет связана с его геометрией

Опр *Фазовая скорость*

Опр *Групповая скорость*

39.4 Объёмные электромагнитные резонаторы

Опр *Резонатор*

По сути, это волновод с закрытыми входами и выходами (внутри стоячая волна)

Опр *Объёмный резонатор*

Спектр волн в таком резонаторе будет дополнен

40 Квазистационарное проникновение электрического и магнитного полей в проводящую среду. Скин-эффект. Глубина скин-слоя для постоянного и переменного полей

40.1 Квазистационарное проникновение электрического и магнитного полей в проводящую среду. Скин-эффект

Опр *Скин-эффект*

Рассмотрим распространение переменного E в проводнике и получим дифференциальное уравнение.

40.2 Глубина скин-слоя для постоянного и переменного полей

Найдём распределение тока по объёму проводника

Опр *Глубина скин-слоя*

В случае постоянного тока ($\omega = 0$) ток течёт по всему сечению проводника

41 Плазма. Дебаевский радиус экранирования. Плазменные колебания, плазменная частота

41.1 Плазма

Опр *Плазма*

Опр *Квазинейтральная плазма*

41.2 Дебаевский радиус экранирования

Рассмотрим экранирование заряда в плазме

Утв *Потенциал заряда в плазме*

Оценим масштаб, на котором может происходить сильное разделение зарядов

Опр *Дебаевский радиус*

41.3 Плазменные колебания, плазменная частота

Опр *Плазменная частота*

Опр *Плазменные колебания*

42 Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы. Проникновение электромагнитных волн в плазму

42.1 Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы

Рассмотрим движение электрона в холодной плазме

Утв *Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы*

42.2 Проникновение электромагнитных волн в плазму

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в плазме

Утв *В плазме могут распространяться только волны с частотой больше плазменной*