

Содержание

1	Электрические заряды и электрическое поле. Закон сохранения заряда, элементарный заряд. Напряжённость электрического поля. Закон Кулона. Гауссова система единиц (СГС) и система СИ. Принцип суперпозиции. Электрическое поле диполя	6
1.1	Электрические заряды и электрическое поле	6
1.2	Закон сохранения заряда, элементарный заряд	6
1.3	Закон Кулона	6
1.4	Напряжённость электрического поля	6
1.5	Гауссова система единиц (СГС) и система СИ	6
1.6	Принцип суперпозиции	6
1.7	Электрическое поле диполя	6
2	Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме в интегральной и дифференциальной формах. Её применение для нахождения электростатических полей	7
2.1	Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме в интегральной и дифференциальной формах	7
2.2	Её применение для нахождения электростатических полей	7
3	Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Связь напряжённости поля с градиентом потенциала. Граничные условия для вектора E	7
3.1	Потенциальный характер электростатического поля	7
3.2	Потенциал и разность потенциалов	7
3.3	Связь напряжённости поля с градиентом потенциала	7
3.4	Теорема о циркуляции электростатического поля	8
3.5	Граничные условия для вектора E	8
4	Уравнения Пуассона и Лапласа. Проводники в электрическом поле. Граничные условия на поверхности проводника. Единственность решения электростатической задачи. Метод изображений. Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере	8
4.1	Уравнения Пуассона и Лапласа	8
4.2	Проводники в электрическом поле	8
4.3	Граничные условия на поверхности проводника	8
4.4	Единственность решения электростатической задачи	8
4.5	Метод изображений	8
4.6	Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере	9
5	Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации и вектор электрической индукции. Поляризуемость частиц среды. Диэлектрическая проницаемость среды. Теорема Гаусса в диэлектриках. Граничные условия на границе двух диэлектриков	9
5.1	Электрическое поле в веществе	9
5.2	Поляризация диэлектриков	9
5.3	Свободные и связанные заряды	9
5.4	Вектор поляризации и вектор электрической индукции	9
5.5	Теорема Гаусса в диэлектриках	9
5.6	Поляризуемость частиц среды	10
5.7	Диэлектрическая проницаемость среды	10
5.8	Граничные условия на границе двух диэлектриков	10
6	Электрическая ёмкость. Конденсаторы. Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов. Энергия электрического поля и её локализация в пространстве. Объёмная плотность энергии. Взаимная энергия зарядов. Энергия в системе заряженных проводников	10
6.1	Электрическая ёмкость	10
6.2	Конденсаторы	10
6.3	Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов	10
6.4	Энергия электрического поля и её локализация в пространстве	10
6.5	Энергия в системе заряженных проводников	11
6.6	Объёмная плотность энергии	11
6.7	Взаимная энергия зарядов	11

7 Энергия электрического поля в веществе. Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи). Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле. Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах	11
7.1 Энергия электрического поля в веществе	11
7.2 Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи)	11
7.3 Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле	11
7.4 Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах	11
8 Постоянный ток. Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока. Закон Ома в интегральной и локальной формах. Уравнение непрерывности для плотности заряда. Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах. Токи в неограниченных средах	12
8.1 Постоянный ток	12
8.2 Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока	12
8.3 Уравнение непрерывности для плотности заряда	12
8.4 Закон Ома в интегральной и локальной формах	12
8.5 Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах	12
8.6 Токи в неограниченных средах	12
9 Постоянный ток в замкнутых электрических цепях. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка цепи. Правила Кирхгофа. Работа и мощность постоянного тока	13
9.1 Постоянный ток в замкнутых электрических цепях	13
9.2 Электродвижущая сила	13
9.3 Закон Ома для участка цепи	13
9.4 Правила Кирхгофа	13
9.5 Работа и мощность постоянного тока	13
10 Магнитное поле постоянного тока в вакууме. Вектор магнитной индукции. Сила Лоренца. Сила Ампера. Закон Био–Савара. Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме. Теорема Гаусса для магнитного поля. Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки	13
10.1 Магнитное поле постоянного тока в вакууме	13
10.2 Вектор магнитной индукции	13
10.3 Сила Лоренца	13
10.4 Сила Ампера	14
10.5 Закон Био–Савара	14
10.6 Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме	14
10.7 Теорема Гаусса для магнитного поля	14
10.8 Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки	14
11 Магнитный момент тока. Точечный магнитный диполь. Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле. Эквивалентность витка с током и магнитного диполя	14
11.1 Магнитный момент тока	14
11.2 Точечный магнитный диполь	14
11.3 Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле	14
11.4 Эквивалентность витка с током и магнитного диполя	15
12 Магнитное поле в веществе. Магнитная индукция и напряжённость поля. Вектор намагниченности. Токи проводимости и молекулярные токи. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе. Граничные условия на границе двух магнетиков. Постоянные магниты	15
12.1 Магнитное поле в веществе	15
12.2 Токи проводимости и молекулярные токи	15
12.3 Вектор намагниченности	15
12.4 Магнитная индукция и напряжённость поля	15
12.5 Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе	15
12.6 Граничные условия на границе двух магнетиков	16
12.7 Постоянные магниты	16

13 Электромагнитная индукция. Поток магнитного поля. ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках. Вихревое электрическое поле. Правило Ленца. Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах. Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции	16
13.1 Поток магнитного поля	16
13.2 Электромагнитная индукция	16
13.3 ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках	16
13.4 Правило Ленца	16
13.5 Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах	16
13.6 Вихревое электрическое поле	17
13.7 Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции	17
14 Коэффициенты само- и взаимной индукции. Теорема взаимности. Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе. Взаимная энергия токов. Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии	17
14.1 Коэффициенты само- и взаимной индукции	17
14.2 Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе	17
14.3 Теорема взаимности	17
14.4 Взаимная энергия токов	17
14.5 Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии	17
15 Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле. Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля. Магнитные цепи. Подъёмная сила электромагнита	18
15.1 Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле	18
15.2 Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля	18
15.3 Магнитные цепи	18
15.4 Подъёмная сила электромагнита	18
16 Магнитные свойства вещества. Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков. Качественные представления о ферромагнетиках. Ферромагнитный гистерезис	18
16.1 Магнитные свойства вещества	18
16.2 Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков	18
16.3 Качественные представления о ферромагнетиках	18
16.4 Ферромагнитный гистерезис	18
17 Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейсснера. Сверхпроводящий шар в магнитном поле. Метод изображений для сверхпроводников	19
17.1 Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейсснера	19
17.2 Сверхпроводящий шар в магнитном поле	19
17.3 Метод изображений для сверхпроводников	19
18 Относительный характер электрического и магнитного полей. Сила Лоренца. Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$). Поле равномерно движущегося точечного заряда	19
18.1 Относительный характер электрического и магнитного полей	19
18.2 Сила Лоренца	19
18.3 Поле равномерно движущегося точечного заряда	19
18.4 Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$)	19
19 Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. Циклотронная частота и ларморовский радиус. Дрейф в скрещенных однородных полях	19
19.1 Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях	19
19.2 Циклотронная частота и ларморовский радиус	20
19.3 Дрейф в скрещенных однородных полях	20
20 Эффект Холла, влияние магнитного поля на проводящие свойства сред	20
21 Магнитное действие переменного электрического поля. Ток смещения	20
21.1 Ток смещения	20
21.2 Магнитное действие переменного электрического поля	20

22 Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме. Граничные условия. Материальные уравнения	21
22.1 Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме	21
22.2 Граничные условия	21
22.3 Материальные уравнения	21
23 Энергия переменного электромагнитного поля. Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга. Примеры применения теоремы Пойнтинга	21
23.1 Энергия переменного электромагнитного поля	21
23.2 Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга	21
23.3 Примеры применения теоремы Пойнтинга	21
24 Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности. Зарядка и разрядка конденсатора. Установление тока в катушке индуктивности. Интегрирующие и дифференцирующие цепочки	21
24.1 Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности	21
24.2 Зарядка и разрядка конденсатора	22
24.3 Установление тока в катушке индуктивности	22
24.4 Интегрирующие и дифференцирующие цепочки	22
25 Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур. Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность. Энергетический смысл добротности	22
25.1 Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур	22
25.2 Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность	22
25.3 Энергетический смысл добротности	22
26 Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы. Амплитудная и фазовая характеристики. Резонанс. Ширина резонанса и ее связь с добротностью. Процесс установления вынужденных колебаний, биения	22
26.1 Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы	22
26.2 Амплитудная и фазовая характеристики	23
26.3 Резонанс	23
26.4 Ширина резонанса и ее связь с добротностью	23
26.5 Процесс установления вынужденных колебаний, биения	23
27 Установившиеся колебания в цепи переменного тока. Комплексная форма представления колебаний. Векторные диаграммы. Комплексное сопротивление (импеданс). Правила Кирхгофа для переменных токов. Работа и мощность переменного тока	23
27.1 Установившиеся колебания в цепи переменного тока	23
27.2 Комплексная форма представления колебаний	23
27.3 Векторные диаграммы	24
27.4 Комплексное сопротивление (импеданс)	24
27.5 Правила Кирхгофа для переменных токов	24
27.6 Работа и мощность переменного тока	24
28 Спектральное разложение электрических сигналов. Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов. Вынужденные колебания под действием произвольной силы. Соотношение неопределённостей	24
28.1 Спектральное разложение электрических сигналов	24
28.2 Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов	24
28.3 Вынужденные колебания под действием произвольной силы	24
28.4 Соотношение неопределённостей	25
29 Спектральный анализ линейных систем. Частотная характеристика и импульсный отклик системы. Колебательный контур как спектральный прибор. Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры	25
29.1 Спектральный анализ линейных систем. Колебательный контур как спектральный прибор	25
29.2 Частотная характеристика и импульсный отклик системы	25
29.3 Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры	25

30 Столкновения. Эффективное газокинетическое сечение. Длина свободного пробега. Частота столкновений молекул между собой	25
30.1 Столкновения. Эффективное газокинетическое сечение	25
30.2 Длина свободного пробега	25
30.3 Частота столкновений молекул между собой	26
31 Диффузия: закон Фика, коэффициент диффузии. Дифференциальное уравнение одномерной диффузии. Коэффициент диффузии в газах	26
31.1 Диффузия: закон Фика, коэффициент диффузии. Дифференциальное уравнение одномерной диффузии	26
31.2 Коэффициент диффузии в газах	26
32 Теплопроводность: закон Фурье, коэффициент теплопроводности. Дифференциальное уравнение одномерной теплопроводности. Коэффициент теплопроводности в газах	26
32.1 Теплопроводность: закон Фурье, коэффициент теплопроводности	26
32.2 Коэффициент теплопроводности в газах	26
33 Вязкость: закон Ньютона, коэффициенты динамической и кинематической вязкости. Коэффициент вязкости в газах	27
33.1 Вязкость: закон Ньютона, коэффициенты динамической и кинематической вязкости	27
33.2 Коэффициент вязкости в газах	27
34 Диффузия как процесс случайных блужданий. Закон смещения частицы при диффузии (закон Эйнштейна—Смолуховского). Скорость передачи тепла при теплопроводности	27
34.1 Диффузия как процесс случайных блужданий. Закон смещения частицы при диффузии (закон Эйнштейна—Смолуховского)	27
34.2 Скорость передачи тепла при теплопроводности	27
35 Подвижность макрочастицы. Броуновское движение. Связь подвижности частицы и коэффициента диффузии облака частиц (соотношение Эйнштейна). Закон Эйнштейна—Смолуховского для броуновской частицы	28
35.1 Подвижность макрочастицы	28
35.2 Броуновское движение	28
35.3 Связь подвижности частицы и коэффициента диффузии облака частиц (соотношение Эйнштейна)	28
35.4 Закон Эйнштейна—Смолуховского для броуновской частицы	28
36 Явления переноса в разреженных газах: эффузия (эффект Кнудсена), зависимость коэффициента теплопроводности газа от давления	28
37 Течение разреженного газа по прямолинейной трубе. Формула Кнудсена	29
37.1 Течение разреженного газа по прямолинейной трубе	29
37.2 Формула Кнудсена	29

1 Электрические заряды и электрическое поле. Закон сохранения заряда, элементарный заряд. Напряжённость электрического поля. Закон Кулона. Гауссова система единиц (СГС) и система СИ. Принцип суперпозиции. Электрическое поле диполя

1.1 Электрические заряды и электрическое поле

Опр Электромагнитное поле Создаваемое электрическими телами и действующее на ...

Опр Электрический заряд

Существуют лишь положительные и отрицательные заряды

1.2 Закон сохранения заряда, элементарный заряд

Закон Сохранения заряда

Опр Элементарный заряд Заряд электрона с противоположным знаком

Любой заряд кратен элементарному заряду, равному $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 4,8 \cdot 10^{-10}$

1.3 Закон Кулона

Закон Кулона

1.4 Напряжённость электрического поля

Опр Напряжённость электрического поля в точке

Опр Силовая линия

1.5 Гауссова система единиц (СГС) и система СИ

Опр Гауссова система единиц (СГС)

Система единиц измерения, в которой основными единицами являются единица длины сантиметр, единица массы грамм и единица времени секунда

Она широко использовалась до принятия Международной системы единиц (СИ). Другое название — абсолютная физическая система единиц

Опр Система СИ

Система единиц, основанная на Международной системе величин, вместе с наименованиями и обозначениями, а также набором приставок и их наименованиями и обозначениями вместе с правилами их применения, принятая Генеральной конференцией по мерам и весам (CGPM)

В качестве основных физических величин в СИ используются длина l , масса m , время t , электрический ток I , термодинамическая температура T , сила света J , количество вещества N

1.6 Принцип суперпозиции

Принцип Суперпозиции

1.7 Электрическое поле диполя

Опр Элементарный (примитивный) диполь

Опр Плечо диполя

Опр Дипольный момент диполя

Опр Точечный диполь

Чтобы найти поле точечного диполя, надо

1. Рассмотреть частные случаи: поле на оси и на перпендикуляре к ней.
2. Рассмотреть случай произвольной точки с помощью принципа суперпозиции.
3. Ввести новые дипольные моменты и получить где надо скалярное произведение

2 Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме в интегральной и дифференциальной формах. Её применение для нахождения электростатических полей

2.1 Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме в интегральной и дифференциальной формах

Опр Направленная площадь

Опр Поток вектора напряжённости через площадочку

Опр Поток вектора напряжённости через замкнутую поверхность

Th Теорема Гаусса в интегральной форме

Опр Дивергенция векторного поля

Th Теорема Гаусса в дифференциальной форме

И то, как это следует из интегральной формы.

1. Запишем определение телесного угла, перпендикулярной площадочки и создадим скалярное произведение.
2. Посчитаем $d\Phi$ от точечного заряда внутри, идя от скалярного произведения до телесного угла.
3. Посчитаем полный поток от точечного заряда в зависимости от того, внутри он или снаружи
4. В силу аддитивности потока получаем требуемое выражение

2.2 Её применение для нахождения электростатических полей

С помощью теорема Гаусса становится просто находить поля

- Равномерно заряженной плоскости
- Равномерно заряженной нити
- Равномерно заряженного шара
- Нейтральной сферической полости внутри шара (с помощью умного нуля)

Также можно доказать, что поле шара вне его будет совпадать с полем точечного диполя (рассмотреть маленький сдвиг, который и будет плечом такого диполя). Поверхностное распределение заряда найдём из теоремы косинусов для полярного угла

3 Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Связь напряжённости поля с градиентом потенциала. Граничные условия для вектора E

3.1 Потенциальный характер электростатического поля

Если посчитать работу сил поля при перемещении заряда по определению, то получим условие потенциальности поля. Совокупность потенциальных полей образует суммарное потенциальное поле

3.2 Потенциал и разность потенциалов

Опр Потенциал

Физическая величина, служащая скалярной энергетической характеристикой электростатического поля и для конкретной рассматриваемой точки равная потенциальной энергии пробного заряда, помещённого в данную точку, отнесённой к величине этого заряда.

Опр Разность потенциалов

3.3 Связь напряжённости поля с градиентом потенциала

Получается, что электростатическое поле можно охарактеризовать потенциалом, поэтому оно и потенциально: $E = -\text{grad}\phi = \nabla\phi$

Расписав дифференциал потенциала, можно получить проекции поля на координаты

3.4 Теорема о циркуляции электростатического поля

Th *О циркуляции в интегральной форме*

Это напрямую следует из потенциальности поля

Если напишем физический смысл ротора и выразим оттуда $\oint E dr$, то получим

Th *О циркуляции в дифференциальной форме*

По сути, означает равенство перекрёстных производных

3.5 Граничные условия для вектора E

Для скачка нормальной компоненты применим теорему Гаусса, а для равенства тангенциальных – теорему о циркуляции

4 Уравнения Пуассона и Лапласа. Проводники в электрическом поле. Граничные условия на поверхности проводника. Единственность решения электростатической задачи. Метод изображений. Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере

4.1 Уравнения Пуассона и Лапласа

Если взять суперпозицию двух уравнений с E , содержащих $\nabla \cdot \nabla$, то получим

Утв *Уравнение Пуассона*

Зная, что $\nabla \cdot \nabla =$, то можно записать уравнение в другой форме.

В частном случае области пространства, свободной от зарядов, имеем

Утв *Уравнение Лапласа*

4.2 Проводники в электрическом поле

Опр *Проводник*

В состоянии равновесия проводники обладают двумя свойствами (отсутствие токов и зарядов внутри (заряды только ...))

4.3 Граничные условия на поверхности проводника

Записав классические граничные условия, воспользуемся свойством поля внутри проводника и получим новые условия

4.4 Единственность решения электростатической задачи

Опр *Электростатическая задача*

Граничные условия этой задачи могут быть двух типов: Дирихле и Цеймана

Th *О единственности решения уравнения Лапласа*

Доказывается от противного простыми рассуждениями об исследовании потенциала в терминах производных

Th *О единственности решения уравнения Пуассона*

Доказывается от противного введением новой функции (разности кандидатов) и сведением задачи к предыдущей

4.5 Метод изображений

Можно показать, что поле внутри области не зависит от зарядов вне её (по теореме единственности). Поэтому в зависимости от ситуации можно менять проводящую поверхность на группу зарядов и наоборот

Опр *Изображения зарядов*

4.6 Изображение точечного заряда в проводящих плоскости и сфере

В случае проводящей плоскости имеем равноудалённый заряд другого знака

В случае заземлённой сферы говорим некоторые наводящие соображения о положении заряда-изображения, рассматриваем подобие треугольников и записываем равенство нулю потенциала на сфере

В случае изолированной заряженной сферы мы к заряду из предыдущей задачи добавляем заряд в центр сферы так, чтобы их суммарный заряд стал исходному. Потенциал сферы в таком случае $\varphi = \frac{q''}{R}$

5 Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации и вектор электрической индукции. Поляризуемость частиц среды. Диэлектрическая проницаемость среды. Теорема Гаусса в диэлектриках. Граничные условия на границе двух диэлектриков

5.1 Электрическое поле в веществе

При помещении вещества в электрическое поле происходит пространственное перераспределение заряда

Опр Диэлектрик

5.2 Поляризация диэлектриков

Опр Поляризация

5.3 Свободные и связанные заряды

Опр Свободные заряды

Скорость звука можно запросто вывести из соответствующего уравнения механики

Опр Связанные (поляризационные) заряды

5.4 Вектор поляризации и вектор электрической индукции

Опр Вектор поляризации

С помощью этого вектора можно найти поверхностную плотность поляризационных зарядов.

1. Запишем объём косого параллелепипеда через скалярное произведение (S, l) .
2. Найдём дипольный момент и вектор поляризации поверхностных зарядов с плотностью поверхностных σ .
3. Запишем проекцию последнего на нормаль и после преобразований получим σ

Также найдём объёмную плотность поляризационных зарядов.

1. Запишем вышедший через нормальную площадку и поверхность в целом из вещества заряд под действием внешнего поля
2. Тогда внутри остался суммарный поляризационный заряд, равный интегралу
3. Если воспользоваться теоремой Гаусса – Остроградского, то можно получить выражения для дивергенции вектора поляризации
4. Если поляризация однородная, то плотность поляризационных зарядов равна нулю

5.5 Теорема Гаусса в диэлектриках

Если учесть наличие поляризационных зарядов, то теорема Гаусса в диэлектриках примет немного иной вид в обеих формах. Удобнее всего будет её записать, используя новое обозначение

Опр Вектор электрической индукции D

5.6 Поляризуемость частиц среды

При слабых внешних полях смещение зарядов мало и пропорционально приложенному полю (как производная)

Опр Поляризуемость среды

5.7 Диэлектрическая проницаемость среды

Если подставить поляризуемость в выражение для D , то можно ввести новое обозначение

Опр Диэлектрическая проницаемость среды

Переписав теорему Гаусса для E увидим, что в силу $\epsilon > 1$ поляризационные заряды ослабляют поле

5.8 Граничные условия на границе двух диэлектриков

Для скачка нормальной компоненты запишем теорему Гаусса и получим $4\pi\sigma_{free}$

Для тангенциальной компоненты запишем теорему о циркуляции электрического поля и вновь получим то же самое

6 Электрическая ёмкость. Конденсаторы. Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов. Энергия электрического поля и её локализация в пространстве. Объёмная плотность энергии. Взаимная энергия зарядов. Энергия в системе заряженных проводников

6.1 Электрическая ёмкость

Проведя мысленный эксперимент, поймём, что отношение $\frac{Q}{q}$ характеризует проводник

Опр Электрическая ёмкость

Опр Ёмкость пары проводников (взаимная ёмкость)

6.2 Конденсаторы

Опр Конденсатор

Поле внутри конденсатор однородное (две бесконечные плоскости), краевых эффектов почти нет

Из выражения для поля можно запросто найти разность потенциалов обкладок

6.3 Вычисление ёмкостей плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов

Ёмкость плоского конденсатора находим по принципу суперпозиции как ёмкость двух бесконечных плоскостей разных знаков

Опр Сферический конденсатор

Его поле можно найти по определению, предварительно посчитав разность потенциалов обкладок

Опр Цилиндрический конденсатор

Записав теорему Гаусса для D , получим поле между обкладками. Затем посчитав разность потенциалов по определению, находим ёмкость

6.4 Энергия электрического поля и её локализация в пространстве

Опр Энергия пары зарядов

Энергия, которую необходимо затратить, чтобы их сблизить (работа) в соответствии с её определением через потенциал

Утв Энергия электрического поля локализовано в пространстве

Иными словами, оно зависит лишь от небольшой окрестности вокруг рассматриваемой точки. Ведь если речь идёт об удалённых объектах, меняющихся со временем, то значение энергии уже может быть некорректным

6.5 Энергия в системе заряженных проводников

Утв Энергия всей системы зарядов

В формуле могут быть изменения в случае непрерывного распределения заряда по объёму или площади поверхности

Например, можно найти поле плоского конденсатора

6.6 Объёмная плотность энергии

Преобразовав выражение для энергии конденсатора, можно выделить в ней

Опр Объёмная плотность энергии

В случае $D = \epsilon E$ выражение можно соответственно переписать

В случае сложной связи D и E можно используя $D = 4\pi\sigma$ и общего вида энергии $dU = \varphi\delta q$ получить выражение объёмной плотности энергии в случае

В общем случае

1. Рассмотрим вариацию энергии зарядов с $\delta\rho$.
2. Исключим $\delta\rho$, используя теорему Гаусса.
3. Воспользуемся следствием из правила дифференцирования сложной функции
4. Одно слагаемое через замкнутую бесконечно удалённую поверхность будет ноль, а второе и даст привычное нам искомое выражение

6.7 Взаимная энергия зарядов

Опр Взаимная энергия

Если записать выражение через объёмную плотность энергии, то получим величину всегда неотрицательную (в отличие от исходной). Это связано с тем, что последняя включает в себе две группы слагаемых — собственную и взаимную энергии

7 Энергия электрического поля в веществе. Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи). Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле. Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах

7.1 Энергия электрического поля в веществе

$$W = \delta w V$$

7.2 Энергия диполя во внешнем поле (жёсткий и упругий диполи)

Утв

Найти энергию жёсткого диполя во внешнем поле можно по определению, вспомнив определение разности потенциалов и дипольного момента

В случае упругого диполя $p = \beta E$, поэтому взяв интеграл по dE (оно меняется в силу переменной длины диполя) получим искомое

7.3 Силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле

В неоднородном случае, чтобы получить силу надо взять градиент от энергии

7.4 Энергетический метод вычисления сил (МВП), вычисление сил при постоянных зарядах и при постоянных потенциалах

Используя определение элементарной работы, получим выражение для силы. В частном случае электростатической силы получим $\delta A = -dW$

Утв Сила при постоянном заряде и сила при постоянных потенциалах равны

1. В случае $q = \text{const}$ запишем $W(x)$ и продифференцируем для поиска силы при $q = \text{const}$
2. В случае $\Delta\varphi = \text{const}$ следует дополнительно учитывать работу батареи
3. Продифференцировав выражение для δA_{mech} получим искомую силу
4. Видно, что силы равны и они диэлектрики втягиваются в область сильного поля (знак +)

8 Постоянный ток. Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока. Закон Ома в интегральной и локальной формах. Уравнение непрерывности для плотности заряда. Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах. Токи в неограниченных средах

8.1 Постоянный ток

Опр Электрический ток Упорядоченное движение заряженных частиц (электронов и ионов)

Опр Постоянный ток

8.2 Сила тока, объёмная и поверхностная плотности тока

Опр Сила тока

Опр Плотность тока

Известно как получить формулу для этой величины

Опр Линейная плотность тока

Аналогично вводятся поверхностная и объёмная плотности тока

8.3 Уравнение непрерывности для плотности заряда

Запишем закон сохранения заряда для произвольной области пространства. Воспользовавшись определением дивергенции, получим

Утв Уравнение непрерывности для плотности заряда

По-другому это уравнение называют ЗСЗ в дифференциальной форме

В стационарном случае в область втекает столько же заряда, сколько и вытекает

8.4 Закон Ома в интегральной и локальной формах

Закон Ома

Закон Ома в дифференциальной форме

8.5 Закон Джоуля–Ленца в интегральной и локальной формах

Закон Джоуля–Ленца в локальной форме

1. Запишем скорость зарядов в среде. Среднее её значение будет иметь простой вид из-за свойств флуктуаций.
2. Запишем объёмную плотность энергии (через работу) и, воспользовавшись выражениями для j , получим искомое

При наличии объёмных токов подставим интегральные величины и получим

Закон Джоуля–Ленца в интегральной форме

8.6 Токи в неограниченных средах

Пользуясь теоремой Гаусса можно получить сопротивление неограниченной среды, по которой течёт ток между двумя электродами. Если расстояние между ними \gg их размеров, то сопротивление превращается в сумму $\frac{\epsilon_i}{4\pi\lambda_i C_i}$, то есть сопротивление зависит от геометрии каждого электрода, а не от их взаимного расположения

9 Постоянный ток в замкнутых электрических цепях. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка цепи. Правила Кирхгофа. Работа и мощность постоянного тока

9.1 Постоянный ток в замкнутых электрических цепях

В случае замкнутой цепи закон Ома выглядит привычно

Закон Ома в интегральной форме

9.2 Электродвижущая сила

Опр Электродвижущая сила

Формальное обозначение интеграла

9.3 Закон Ома для участка цепи

Полагая ток во всей участках цепи одинаковым, из дифференциального закона Ома получим

Закон Ома для участка цепи

1. Выразим из дифференциальной формы циркуляцию вектора E .
2. Введём полное сопротивление участка и ЭДС (может быть как положительным, так и отрицательным)
3. Подставив всё в одно уравнение, получи требуемое

9.4 Правила Кирхгофа

Утв Правила Кирхгофа

Они доказываются с помощью ЗСЗ и закона Ома для участка цепи

9.5 Работа и мощность постоянного тока

В прошлом билете было получено выражение для мощности тока в локальной и интегральной формах. Если учесть наличие ЭДС, можно получить ещё две формулы мощности. Домножив каждую на время, получим работу

10 Магнитное поле постоянного тока в вакууме. Вектор магнитной индукции. Сила Лоренца. Сила Ампера. Закон Био–Савара. Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме. Теорема Гаусса для магнитного поля. Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки

10.1 Магнитное поле постоянного тока в вакууме

Опр Магнитное поле

10.2 Вектор магнитной индукции

Опр Вектор магнитной индукции

Вектор, определяющий силу, действующую на движущийся заряд и характеризующий магнитное поле

10.3 Сила Лоренца

Опр Сила Лоренца

10.4 Сила Ампера

Опр *Сила Ампера*

Закон *Ампера*

Нетрудно показать эквивалентность разных выражений для сил в законе Ампера, а также, связь сил Лоренца и Ампера

10.5 Закон Био–Савара

Закон *Био–Савара*

Он экспериментальный и тоже формулируется для линейного и объёмного элемента тока

10.6 Теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме

Если взять закон Био–Савара и произвести с ним преобразования по законам векторного анализа, то можно получить векторный потенциал и показать, что он биздивергентен

По аналогии с φ , можно получить

Th *О циркуляции магнитного поля в вакууме в дифференциальной форме*

Воспользовавшись формулой Стокса и перейдя к интегралу по контуру, получим

Th *О циркуляции магнитного поля в вакууме в интегральной форме*

10.7 Теорема Гаусса для магнитного поля

Th *Гаусса для магнитного поля в дифференциальной форме*

Th *Гаусса для магнитного поля в интегральной форме*

10.8 Магнитное поле прямого провода, соленоида, тороидальной катушки

Найти поле прямого провода можно с помощью закона Био-Савара.

1. Запишем этот закон и перейдём к скалярному выражению, раскрыв векторное произведение
2. Выразив dx через выражение для $\tan \alpha$ подставим его в выражение
3. Сделав замену и после интегрирования получим требуемое поле

Поле соленоида и тороидальной катушки можно найти с помощью теоремы о циркуляции, используя, если необходимо, плотность намотки и линейную плотность тока

11 Магнитный момент тока. Точечный магнитный диполь. Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле. Эквивалентность витка с током и магнитного диполя

11.1 Магнитный момент тока

Опр *Магнитный момент*

Он направлен по нормали к плоскости витка

11.2 Точечный магнитный диполь

Опр *Точечный магнитный диполь*

То же, что и плоская замкнутая проводящая рамка площади S по которой течёт ток I

11.3 Сила и момент сил, действующие на виток с током в магнитном поле

В однородном магнитном поле на виток с током суммарная действующая сила равна нулю. В неоднородном поле силу легче все найти через потенциальную энергию.

1. Посчитаем работу поля по повороту витка
2. Увидим: она зависит лишь от начальных и конечных состояний, то есть можно ввести потенциальную энергию.

3. Продифференцируем энергию и получим силу
4. При условии отсутствия токов проводимости в среде после преобразований векторного анализа можно дать её более простой вид

С помощью магнитного момента можно найти момент сил, действующие на магнитный диполь

11.4 Эквивалентность витка с током и магнитного диполя

Возьмём векторный потенциал зарядов, движущихся в ограниченной области как сумму и преобразуем его. Затем, переходя к магнитному полю, увидим эквивалентность магнитного <диполя> и витка с током

12 Магнитное поле в веществе. Магнитная индукция и напряжённость поля. Вектор намагниченности. Токи проводимости и молекулярные токи. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе. Граничные условия на границе двух магнетиков. Постоянные магниты

12.1 Магнитное поле в веществе

Магнитное поле в веществе создаётся внешним полем и циркулирующими внутри микротоками

Опр *Микрополе*

12.2 Токи проводимости и молекулярные токи

Опр *Токи проводимости*

Опр *Молекулярные токи*

12.3 Вектор намагниченности

Опр *Вектор намагничивания (намагниченность)*

Она может быть как однородной, так и неоднородной

Опр *Поверхностные токи*

Свяжем молекулярные токи с вектором намагничивания.

1. Запишем магнитный момент вещества двумя способами
2. Преобразуем, введём линейную плотность тока.
3. Выберем в веществе произвольный замкнутый контур и возьмём тор вокруг него
4. После преобразований и взятия интеграла получим, что

Утв *Молекулярный ток и вектор намагничивания связаны в интегральной форме*

Применив теорему Стокса, получим, что

Утв *Молекулярный ток и вектор намагничивания связаны в дифференциальной форме*

12.4 Магнитная индукция и напряжённость поля

Опр *Напряжённость поля*

12.5 Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе

Используя связь молекулярного тока и вектор намагничивания в интегральной форме запишем теорему о циркуляции для магнитного поля и получим

Th *О циркуляции магнитного поля в веществе в интегральной форме*

Используя дифференциальные формы справа и слева, можно получить

Th *О циркуляции магнитного поля в веществе в дифференциальной форме*

12.6 Граничные условия на границе двух магнетиков

Для B_n воспользуемся теоремой Гаусса для магнитного поля. Для H_τ воспользуемся теоремой о циркуляции. Для H_n представим τ через векторное произведение и с помощью преобразований получим требуемое

12.7 Постоянные магниты

Опр *Постоянный магнит*

Изделие из материала с высокой остаточной магнитной индукцией, сохраняющее состояние намагниченности в течение длительного времени

Можно посчитать поле на оси постоянного магнита

1. Разобьём магнит на колечки с молекулярными токами и по сути получим соленоид.
2. Запишем dB_x колечка через линейную плотность тока, а затем перейдя к параметризации по углу.
3. Выразим dx через тангенс угла и подставив в формулу получим приятное выражение для dB_x
4. Взяв интеграл, окончательно найдём поле на оси постоянного магнита
5. При желании можно вернуться к параметризации по координате

Также при желании можно нарисовать график зависимости векторов B и H от x . Не лишним будет и показать картину силовых линий векторов внутри и вне магнита

13 Электромагнитная индукция. Поток магнитного поля. ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках. Вихревое электрическое поле. Правило Ленца. Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах. Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции

13.1 Поток магнитного поля

Опр *Поток магнитного поля*

Это определение было известно нам и ранее

13.2 Электромагнитная индукция

Рассмотрим проводящую рамку, по которой течёт электрический ток. После детального анализа поймём, что там возникает ЭДС индукции, которая создаёт ток в отрицательном направлении обхода контура.

Опр *Электромагнитная индукция*

Явление возникновения электрического тока, электрического поля или электрической поляризации при изменении магнитного поля во времени или при движении материальной среды в магнитном поле

13.3 ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках

Если такие неровности достаточно большие, то начнётся кипение

Фазовый переход «жидкость – пар», происходящий с образованием ...

13.4 Правило Ленца

Правило Ленца

13.5 Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах

Закон Электромагнитной индукции в интегральной форме

$$\varepsilon_i = \int E_{out} dl$$

Если преобразовать это выражение, то можно получить более частую формулировку этого закона

Закон Электромагнитной индукции в дифференциальной форме

13.6 Вихревое электрическое поле

Как видно из прошлого закона, $E \neq 0$, поэтому индуцируемое электрическое поле является вихревым

13.7 Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции

Трактовка Фарадея

Трактовка Максвелла

14 Коэффициенты само- и взаимоиндукции. Теорема взаимности. Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе. Взаимная энергия токов. Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии

14.1 Коэффициенты само- и взаимоиндукции

Опр Коэффициент самоиндукции (индуктивность)

Опр Коэффициент взаимоиндукции

14.2 Взаимная индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе

Для примера найдём индуктивность идеального соленоида

А также взаимную индуктивность двух катушек на общем магнитопроводе

Рассмотрев произвольный контур, можно найти формулу для

Утв Магнитная энергия тока

14.3 Теорема взаимности

Th Взаимности

Коэффициенты взаимоиндукции для фиксированной пары витков с током совпадают

1. Посчитаем поток создаваемый на i -й виток всеми остальными при фиксированном геометрии системы.
2. Посчитаем его дифференциал и подставим в дифференциал энергии системы токов.
3. Возьмём две частные производные второго порядка в разных последовательностях и по теореме Шварца получим требуемое

14.4 Взаимная энергия токов

Опр Взаимная энергия токов

Энергия, с которой витки действуют друг на друга (включает коэффициент взаимоиндукции)

Если посчитать энергию системы токов, то две группы слагаемых её составляющих сольются в одну красивую сумму

14.5 Локализация магнитной энергии в пространстве, объёмная плотность магнитной энергии

1. Рассмотрим соленоид и посчитаем его энергию, используя выражения для H , $d\Phi$, B .
2. Получим выражение, из которого легко отделяется объём, что говорит о локализации магнитной энергии.
3. Также это позволяет ввести понятие объёмной плотности магнитной энергии и три формулы для неё
4. В более общем случае можно воспользоваться векторным анализом для вывода объёмной плотности энергии

15 Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле. Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля. Магнитные цепи. Подъёмная сила электромагнита

15.1 Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле

Известно: сила есть частная производная энергии по обобщённой координате

$$\delta A_{out} = dW + \delta A_{mech}$$

15.2 Вычисление сил при постоянном токе и потоке магнитного поля

Для вычисления достаточно выразить dW из выражения выше и продифференцировать

15.3 Магнитные цепи

Опр *Магнитная цепь*

15.4 Подъёмная сила электромагнита

Если рассмотреть простую магнитную цепь, найти поле в её зазоре, а по нему dW и силу, то можно явно показать наличие подъёмной силы у электромагнита

16 Магнитные свойства вещества. Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков. Качественные представления о ферромагнетиках. Ферромагнитный гистерезис

16.1 Магнитные свойства вещества

Опр *Магнитная восприимчивость*

16.2 Качественные представления о механизме намагничивания пара- и диамагнетиков

Опр *Парамагнетик*

Представление *Механизм намагничивания парамагнетика*

Опр *Намагниченность насыщения*

Закон *Кюри*

Опр *Постоянная Кюри*

Опр *Диамагнетик*

Представление *Механизм намагничивания диамагнетика*

Опр *Ларморовская частота*

16.3 Качественные представления о ферромагнетиках

Опр *Ферромагнетик*

16.4 Ферромагнитный гистерезис

Опр *Гистерезис*

Опр *Остаточная намагниченность*

Опр *Поле насыщения*

Опр *Коэрцитивная сила*

Опр *Точка Кюри*

Опр *Домен*

17 Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейснера. Сверхпроводящий шар в магнитном поле. Метод изображений для сверхпроводников

17.1 Магнитные свойства сверхпроводников I рода, эффект Мейснера

Опр *Сверхпроводимость*

Опр *Критическая температура*

В отличие от сверхпроводников I рода, у сверхпроводников II рода существует смешанное состояние, при котором поле частично проникает в объём

Таким образом, сверхпроводники можно назвать идеальными ($B = 0$) диамагнетиками

Эффект Мейснера

17.2 Сверхпроводящий шар в магнитном поле

1. Пользуясь тем, что поле внутри шара есть ноль, можно записать выражение для B_n на внешней поверхности, откуда выразить магнитный момент
2. Он совпадёт со случаем электростатики
3. Аналогичный результат можно получить и для B_τ
4. При желании можно получить граничные условия для сверхпроводника и величину молекулярных токов i

17.3 Метод изображений для сверхпроводников

Поле от экранированных сверхпроводящих токов вне сверхпроводника всё равно что поле отражённого диполя (с тем же \mathcal{M})

18 Относительный характер электрического и магнитного полей. Сила Лоренца. Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$). Поле равномерно движущегося точечного заряда

18.1 Относительный характер электрического и магнитного полей

При переходе из одной СО в другую, сила на частицу не меняется, поэтому происходит преобразование полей. Это свидетельствует об их относительности

18.2 Сила Лоренца

Таким образом сила Лоренца является инвариантом при переходе между СО

18.3 Поле равномерно движущегося точечного заряда

Используя БСЛ и выражение для E можно получить поле равномерно движущегося точечного заряда

18.4 Преобразование E и B при смене системы отсчёта (при $v \ll c$)

Из равенства сил можно найти закон преобразования для E . Используя поле равномерно движущегося точечного заряда, можно найти B в неподвижной СО, как и закон преобразования

19 Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. Циклотронная частота и ларморовский радиус. Дрейф в скрещенных однородных полях

19.1 Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях

Рассмотрим разные случаи. В однородном E движение будет равноускоренным

19.2 Циклотронная частота и ларморовский радиус

В однородном B разложим скорость по двум направлениям и получим равномерную циклоиду

Опр Циклотронная частота

Опр Ларморовский радиус

В случае $E \parallel B$ имеем равноускоренную циклоиду

19.3 Дрейф в скрещенных однородных полях

В случае скрещенных полей перейдем в удобную СО (где $E = 0$) и найдем скорость этой СО

Опр Дрейфовая скорость

Средняя скорость движения частиц, приобретаемая в результате воздействия электрического поля

Получим значения E и B в новой СО и проанализируем движение. Получается суперпозиция трёх движений: равномерной циклоиды (2) и дрейфа (+1)

20 Эффект Холла, влияние магнитного поля на проводящие свойства сред

Рассмотрим движение носителей заряда в B_{out} .

Эффект Холла

Выясним связь между электрическим полем E и плотностью тока j в условиях эффекта Холла

Опр Тензор проводимости

Определим его компоненты. Рассмотрим простейший случай: система содержит носители только одного типа (например электроны), ток течет вдоль Ox , а магнитное поле направлено вдоль оси Oz . Магнитное поле действует на движущиеся заряды с силой $F_y = -qu_x B_z$ по оси Oy . Ток сможет течь строго вдоль Ox , если заряды в среде перераспределятся таким образом, чтобы компенсировать магнитную силу

Опр Холловское электрическое поле

$$E_y = u_x B_z = \frac{j_x}{nq} B_z$$

Опр Подвижность носителей тока

Коэффициент пропорциональности между дрейфовой скоростью носителей заряда и приложенным внешним электрическим полем

Опр Обобщенный закон Ома

Второе слагаемое в этой формуле как раз отвечает эффекту Холла - возникновению поперечного направления тока E . Записывая закон покомпонентно, получим

Опр Тензор удельного сопротивления

Опр Тензор проводимости в условиях эффекта Холла

21 Магнитное действие переменного электрического поля. Ток смещения

21.1 Ток смещения

Запишем теорему о циркуляции для магнитного поля и убедимся, что она работает не всегда

Опр Ток смещения

Теперь запишем теоремы о циркуляции и Гаусса в новом виде

Опр Теорема о циркуляции магнитного поля

21.2 Магнитное действие переменного электрического поля

Таким образом, переменное электрическое поле приводит к возникновению токов смещения, которые в свою очередь участвуют в создании магнитного поля

22 Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме. Граничные условия. Материальные уравнения

22.1 Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме

Утв Уравнения Максвелла состоят из ранее известных нам теорем

Опр Система уравнений Максвелла в дифференциальной форме

Опр Система уравнений Максвелла в интегральной форме

Утв У уравнений Максвелла есть словесные интерпретации

22.2 Граничные условия

Утв У уравнений Максвелла есть всего 4 граничных условия (все они нам уже знакомы)

22.3 Материальные уравнения

Утв Система уравнений Максвелла не полна. Но её можно дополнить материальными уравнениями

Утв Материальные уравнения

23 Энергия переменного электромагнитного поля. Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга. Примеры применения теоремы Пойнтинга

23.1 Энергия переменного электромагнитного поля

Получим ЗСЭ в пространстве с переменными полями

Утв Энергия переменного электромагнитного поля есть сумма двух энергий (магнитного и электрического полей)

23.2 Поток электромагнитной энергии, теорема Пойнтинга

По ходу преобразований получили выражение, которое удобно обозначить одним символом. Оно равно потоку электромагнитной энергии (энергия в единицу площади в единицу времени)

Опр Вектор Пойнтинга

Th Пойнтинга в дифференциальной форме

Используя определение объёмной плотности энергии и теорему Остроградского – Гаусса, получим

Th Пойнтинга в интегральной форме

23.3 Примеры применения теоремы Пойнтинга

Утв Теорему Пойнтинга можно применить для поиска поля внутри конденсатора

Утв Теорему Пойнтинга можно применить для поиска потока энергии втекающего в длинный провод (равнозначно, поиска джоулевых потерь)

24 Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности. Зарядка и разрядка конденсатора. Установление тока в катушке индуктивности. Интегрирующие и дифференцирующие цепочки

24.1 Квазистационарные электрические цепи, условие квазистационарности

Опр Квазистационарная электрическая цепь

По цепи ЭМ сигнал распространяется со скоростью $c \dots$

Утв Условие квазистационарности цепи

24.2 Зарядка и разрядка конденсатора

Опр Зарядка конденсатора

Опр Разрядка конденсатора

24.3 Установление тока в катушке индуктивности

Запишем $\int E_L dl$ для неветвлённой цепи со всеми основными элементами. После рассмотрения каждого интеграла получим дополненное правило Кирхгофа (нам удалось подвязать к исходному катушку индуктивности)

Используя полученное правило, рассмотрим процесс установления тока в катушке и найдём зависимость $I(t)$

24.4 Интегрирующие и дифференцирующие цепочки

Опр Интегрирующая цепочка

Рассмотрим две интегрирующие цепочки и обоснуем их название

Опр Дифференцирующая цепочка

Рассмотрим две дифференцирующие цепочки и обоснуем их название

25 Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур. Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность. Энергетический смысл добротности

25.1 Свободные колебания в линейных системах. Колебательный RLC-контур

1. Рассмотрим колебательный RLC-контур и запишем для него второе правило Кирхгофа+
2. Пользуясь теорией о решении дифференциальных уравнений, запишем общее решение.
3. Теперь рассмотрим три частных случая

Случай Слабого затухания

Случай Сильного затухания в аperiodическом режиме

Случай Критический режим колебаний

25.2 Коэффициент затухания, логарифмический декремент и добротность

Рассмотрим затухание тока в цепи с течением времени

Опр Коэффициент затухания

Опр Логарифмический декремент затухания

Опр Характерное время затухания

Опр Добротность

В RLC-контуре со слабым затуханием добротность имеет простую формулу В общем же случае можно показать, что в электрических цепях энергия со временем убывает по закону Джоуля-Ленца

25.3 Энергетический смысл добротности

Исходя из определения добротности, можно показать, что она показывает убыль энергии в системе за период колебаний

26 Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы. Амплитудная и фазовая характеристики. Резонанс. Ширина резонанса и ее связь с добротностью. Процесс установления вынужденных колебаний, биения

26.1 Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы

Рассмотрим вынужденные колебания в RLC-контуре под действием синусоидального ЭДС генератора

...

Решение $q(t)$ дифференциального уравнения легче все найти, предварительно перейдя в комплексную плоскость

26.2 Амплитудная и фазовая характеристики

Опр Амплитудная характеристика контура

Опр Фазовая характеристика контура

26.3 Резонанс

Опр Резонанс

Резкое увеличение амплитуды колебаний при совпадении частоты внешнего воздействия с определённым значениям частоты

26.4 Ширина резонанса и ее связь с добротностью

1. Резонанс хорошо виден на графике зависимости $q(\omega)$
2. Заметим, что $\frac{q_m}{q_0} = Q$
3. Найдём разность частот (ширину колокола) на высоте $\frac{q_m}{\sqrt{2}}$. Для этого надо приравнять $(\Delta\omega)$ к $4\omega_0\gamma^2$ (тогда из-под знаменателя и вылезет $\sqrt{2}$)
4. Получим, что $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

26.5 Процесс установления вынужденных колебаний, биения

Сразу скажем, что в установившемся режиме колебания будут происходить на частоте вынуждающей силы (как в механике)

1. Рассмотрим решение $q(t)$ при разных значениях параметров
2. В случае $\omega \neq \omega_0$ $\gamma = 0$ имеем произведение синусов
3. Если строить график решения, то медленный синус будет огибающим, а быстрый будет <биться> между ним
4. В случае малого γ зазор каждый период будет только нарастать
5. В случае большого γ практически сразу наступит установившийся режим
6. При $\omega = \omega_0$ рассмотрим соответствующий предел и получим актуальное решение $q(t)$
7. Если бы $\gamma = 0$, то амплитуда была бы бесконечной, но в реальности колебания будут ограничены огибающей

27 Установившиеся колебания в цепи переменного тока. Комплексная форма представления колебаний. Векторные диаграммы. Комплексное сопротивление (импеданс). Правила Кирхгофа для переменных токов. Работа и мощность переменного тока

27.1 Установившиеся колебания в цепи переменного тока

В установившемся режиме колебания становятся вынужденными и происходят на частоте внешнего воздействия (возможно с некоторым сдвигом фаз)

27.2 Комплексная форма представления колебаний

Метод Комплексных амплитуд

Опр Комплексная амплитуда

27.3 Векторные диаграммы

Метод комплексных амплитуд имеет геометрическую интерпретацию, которую проще всего показать с помощью векторных диаграмм

27.4 Комплексное сопротивление (импеданс)

Опр *Импеданс*

Опр *Активное сопротивление*

Опр *Реактивное сопротивление*

Найдём импеданс каждого элемента в RLC-контуре

27.5 Правила Кирхгофа для переменных токов

Запишем известную нам форму правил Кирхгофа. Подставим в него импедансы и сократим на экспоненту: получили новую форму записи

Правило Кирхгофа I

Правило Кирхгофа II

27.6 Работа и мощность переменного тока

1. Запишем мгновенное значение мощности на резисторе.
2. Посчитаем среднюю за период мощность (через интеграл)
3. Другой способ получить то же самое – через метод комплексных амплитуд (не забыв про сдвиг фаз между током и напряжением)

28 Спектральное разложение электрических сигналов. Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов. Вынужденные колебания под действием произвольной силы. Соотношение неопределённостей

28.1 Спектральное разложение электрических сигналов

Опр *Комплексная форма ряда Фурье периодической функции*

Опр *Коэффициент Фурье*

Ряд Фурье можно обобщить и на случай непериодической функции, определённой на бесконечном временном интервале

Опр *Фурье-спектр*

28.2 Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов

1. Посчитаем периодической последовательности импульсов. Для этого найдём c_k коэффициент в разложении
2. Поймём, какие же границы будут у интеграла от экспоненты и вычислим его
3. Немного преобразований и коэффициент получен
4. В случае спектра одиночного прямоугольного импульса ситуация проще: сначала считаем Фурье-спектр, а потом и сам интеграл

28.3 Вынужденные колебания под действием произвольной силы

Запишем второе правило Кирхгофа и введём линейный оператор ...

Утв *Принцип суперпозиции откликов*

Отклик на суммарное воздействие равен сумме откликов на элементарные

Таким образом, любую функцию можно представить в виде суперпозиции гармонических, равно как и вычислить суммарное воздействие

28.4 Соотношение неопределённостей

1. Рассмотрим одиночный прямоугольный спектр
2. График его Фурье-спектра имеет вид колокола
3. Если мы <сожмём> функцию спектра по x в A раз, то есть перейдём к функции $f_A(x) = f(Ax)$, то её спектр растянется во столько же раз: $F_A(k) = \text{const} \cdot F\left(\frac{k}{A}\right)$, поскольку частота каждой спектральной гармоники e^{ikx} этого разложения должны будут, очевидно, умножиться на A
4. Эта иллюстрация, строго говоря, хоть и носит довольно частный характер, однако она обнажает физический смысл иллюстрируемого свойства: когда мы сжимаем сигнал, его частоты во столько же раз увеличиваются. Другими словами, невозможно произвольно сконцентрировать как функцию, так и её преобразование Фурье

29 Спектральный анализ линейных систем. Частотная характеристика и импульсный отклик системы. Колебательный контур как спектральный прибор. Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры

29.1 Спектральный анализ линейных систем. Колебательный контур как спектральный прибор

Рассмотрим RLC-контур и запишем для него II правило Кирхгофа и теорему Фурье. Если вынуждающая сила $\sim e^{i\omega t}$, то и отклик тоже; подставим в уравнение

Опр *Функция отклика*

Благодаря ей получим

Утв *Связь между компонентами отклика и сигнала*

Опр *Импульсная (дельта) функция*

29.2 Частотная характеристика и импульсный отклик системы

Если источник был импульсным, то отклик тоже будет импульсным

Опр *Импульсный отклик системы*

Опр *Частотная характеристика контура*

29.3 Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры

Можно показать, что интегрирующая цепочка может служить фильтром высоких, а дифференцирующая – низких частот

30 Столкновения. Эффективное газокINETическое сечение. Длина свободного пробега. Частота столкновений молекул между собой

30.1 Столкновения. Эффективное газокINETическое сечение

Молекулы провзаимодействуют, если центр какой-либо молекулы попадёт в этот цилиндр. Формулы немного отличаются для случая, когда молекула движется в среде из молекул другого размера

30.2 Длина свободного пробега

В цилиндре, закреплённом за каждой молекулой, находится по $\sigma \lambda n$ частиц. Хотя бы одно столкновение произойдёт, если эта величина станет равна единице. При желании можно найти время свободного пробега (поделить длину на скорость) и относительно уточнить данную формулу

30.3 Частота столкновений молекул между собой

Найдём частоту столкновений f_i одной молекулы с другими. Если в единице объёма находится n молекул, то всего будет произведено $\frac{1}{2}n\frac{1}{\tau}$ столкновений. Данное число можно выразить как через микро-, так и через макропараметры

31 Диффузия: закон Фика, коэффициент диффузии. Дифференциальное уравнение одномерной диффузии. Коэффициент диффузии в газах

31.1 Диффузия: закон Фика, коэффициент диффузии. Дифференциальное уравнение одномерной диффузии

Опр Средняя скорость течения газа $\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_i v_i$

Суммирование производится по всем молекулам в единице объёма

Опр Плотность потока $\vec{j} = n\bar{u}$

Опр Диффузия Неравновесный процесс пространственного перераспределения ...

Опр Относительная концентрация компонентов $c_i = \frac{n_i}{n}, n = \sum_i n_i$

Закон Фика

В обычном случае применяется коэффициент диффузии, но если $n = const$, то имеем взаимную диффузию и соответствующий коэффициент. Также существуют поправки в случае ненулевой скорости течения газов: $j_1 + j_2 = n\bar{u}$. В трёхмерном случае вводится градиент концентрации

Вышесказанное позволяет записать дифференциальное уравнение (одномерной диффузии)

Опр Самодиффузия Диффузия частиц в среде из частиц того же сорта ...

Этот процесс можно изучать только если часть частиц как-то помечена

31.2 Коэффициент диффузии в газах

Найдём значение коэффициента диффузии через рассмотрение переноса молекул вдоль оси. Сравнивая полученное выражение с законом Фика, получим $D = \frac{1}{3}\bar{v}\lambda$; при желании, его можно расписать по-подробнее

32 Теплопроводность: закон Фурье, коэффициент теплопроводности. Дифференциальное уравнение одномерной теплопроводности. Коэффициент теплопроводности в газах

32.1 Теплопроводность: закон Фурье, коэффициент теплопроводности

Опр Теплопроводность Неравновесный процесс, вид передачи тепла от более ...

Опр Плотность потока тепла q Количество тепловой энергии, пересекающей ...

Поток тепла направлен в сторону убывания температуры (это обуславливает знак минус)

Закон Фурье

В нём используется коэффициент теплопроводности. В трёхмерном случае вводится градиент температуры

Вышесказанное позволяет записать дифференциальное уравнение (одномерной теплопроводности)

Иногда используют коэффициент температуропроводности $a = \frac{\kappa}{c_V}$, где c_V – теплоёмкость вещества на единицу объёма

32.2 Коэффициент теплопроводности в газах

1. Найдём значение коэффициента теплопроводности через рассмотрение переноса тепла вдоль оси в условии перемещения газа как целого ($N_{up} = N_{down}$)
2. Для этого надо записать энергию одной молекулы в фиксированной точке (используя c_V^1)
3. Получим непонятное выражение для потока и перейдём к градиенту температур
4. Сравнивая полученное выражение с законом Фурье, получим $\kappa = \frac{1}{3}n\bar{v}\lambda c_V = nc_V^m D$; при желании, его можно расписать по-подробнее

33 Вязкость: закон Ньютона, коэффициенты динамической и кинематической вязкости. Коэффициент вязкости в газах

33.1 Вязкость: закон Ньютона, коэффициенты динамической и кинематической вязкости

Опр Вязкость Перенос тангенциальной компоненты импульса в направлении ...

Закон вязкого трения Ньютона

В нём используется коэффициент вязкости или динамическая вязкость. В трёхмерном случае вводится градиент скорости

Иногда используют кинематическую вязкость $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, где c_V – теплоёмкость вещества на единицу объёма

33.2 Коэффициент вязкости в газах

1. Зафиксируем среднюю скорость упорядоченного движения молекул в условии равенства потоков молекул
2. Запишем результирующий импульс, приобретаемый верхним слоем за время τ
3. Делим этот импульс на τ и сравниваем полученное выражение с законом вязкого трения Ньютона, получим $\eta = \frac{1}{3} m n \bar{v} \lambda c_V = \rho D \Rightarrow \nu = \frac{\eta}{\rho} = D$

34 Диффузия как процесс случайных блужданий. Закон смещения частицы при диффузии (закон Эйнштейна—Смолуховского). Скорость передачи тепла при теплопроводности

34.1 Диффузия как процесс случайных блужданий. Закон смещения частицы при диффузии (закон Эйнштейна—Смолуховского)

Опр Подвижность $B = \frac{\bar{v}}{F_{fr}}$

Опр Формула Стокса $B = \frac{1}{6\pi R\eta}$

Закон Эйнштейна—Смолуховского

Маленькая частица, движущаяся в среде, испытывает действие двух типов сил: силы торможения за счёт вязкого трения и флуктуационной силы со стороны молекул среды, чьё среднее действие есть ноль

1. Посчитаем полное смещение частицы после N шажков. Наивный подход даст нулевой результат
2. Однако если посмотреть квадрат смещения, то сумма шажков разобьётся на сумму квадратичных и перекрёстных слагаемых, притом сумма последних равна нулю в силу их независимости
3. Получили среднеквадратичное отклонение. Заменяем число частиц на $\frac{t}{\tau}$ и пристальным взглядом увидим удвоенный коэффициент диффузии (удвоенность следует из интегрирования ослабляющегося потока частиц)
4. Полученная формула и есть ЗЭС, обобщаемый на случай больших размерностей

Данный закон показывает, что броуновское движение частиц аналогично процессу диффузии

34.2 Скорость передачи тепла при теплопроводности

1. Рассмотрим процесс передачи тепла в одномерном случае и запишем соответствующие уравнения
2. После пары преобразований, получим дифференциальное уравнение теплопроводности, в котором можно использовать коэффициент температуропроводности
3. Запишем скорость передачи тепла через производную и элементарные приращения
4. Получим, что $l \sim \chi t$, то есть оценку на скорость теплопередачи

35 Подвижность макрочастицы. Броуновское движение. Связь подвижности частицы и коэффициента диффузии облака частиц (соотношение Эйнштейна). Закон Эйнштейна—Смолуховского для броуновской частицы

35.1 Подвижность макрочастицы

Опр Подвижность $B = \frac{\bar{v}}{F_{fr}}$

Видно, что подвижность макрочастицы такая же, как и у макрочастицы

35.2 Броуновское движение

Опр Броуновская частица Макроскопическая частица размера $\sim 10^{-6}m$

Опр Броуновское движение Беспорядочное движение броуновских частиц в жидкости ...

1. Рассмотрим движение частицы в среде с помощью 23Н, используя запись силы через подвижность
2. В случае нулевой внешней силы (частица предоставлена сама себе) получим уравнение, проинтегрировав которое можно получить формулу скорости такой частицы. Такова роль трения в движении частицы
3. Роль диффузионной силы обуславливает среднеквадратичную скорость, которую можно запросто найти из условия равновесия частицы со средой

35.3 Связь подвижности частицы и коэффициента диффузии облака частиц (соотношение Эйнштейна)

Теперь опишем движение частицы в координатном пространстве. Для этого мы уже не можем пользоваться результатами для микрочастиц. Хорошей оценкой является $D \sim \frac{l^2}{\tau} \sim u^2 \tau \sim \dots \sim kTB$, однако она неточна

Для получения численного коэффициента воспользуемся методом, предложенным Эйнштейном

1. Запишем равенство потоков частиц в поле силы тяжести, обусловленных диффузией и наличие гравитационной силы
2. По ходу дела нам предстоит воспользоваться распределением Больцмана и определение подвижности
3. Приравниваем потоки и получаем точное значение коэффициента диффузии

35.4 Закон Эйнштейна—Смолуховского для броуновской частицы

Для броуновской частицы данный закон будет иметь аналогичный вид, что и для макрочастицы (с учётом размерности пространства)

36 Явления переноса в разреженных газах: эффузия (эффект Кнудсена), зависимость коэффициента теплопроводности газа от давления

Опр Эффузия Медленное течение газа через малые отверстия

Опр Число Кнудсена $Kn = \frac{\lambda}{L}$, L — характерный размер сосуда

В случае $Kn \gg 1$ имеем свободное молекулярное течение

Если аз находится в сосуде, в стенке которого есть малое отверстие площадью S , то в состоянии равновесия молекулярные потоки с обеих сторон равны ($\frac{1}{4}n_i\bar{v}_i$). Тогда можно записать равенство, именуемое эффектом Кнудсена, в чём общем случае учитываются разные молекулы газа с обеих сторон

Так как $\kappa \sim \sqrt{\frac{T}{m}}$, то в силу только что полученного соотношения при течении разреженных газов имеем $\kappa \sim \frac{P}{\sqrt{m}}$

37 Течение разреженного газа по прямолинейной трубе. Формула Кнудсена

37.1 Течение разреженного газа по прямолинейной трубе

Когда разреженный газ течёт по прямолинейной трубе, то его $\lambda \sim L$, а так как у стенок трубки находятся тоже молекулы, то для описания течения больше подходит процесс диффузии: $N^* = Nf\left(\frac{a}{L}\right) \sim NC'_L \frac{a}{L}$, притом указанное линейное приближение даёт небольшую погрешность

В случае если имеется поток с обеих сторон, то можно записать полное число частиц в трубе, и используя ранее известные формулы, преобразовать её. Полученное выражение будет сильно отличаться от формулы Пузейля гидродинамического течения. При желании можно найти константу A для трубы

37.2 Формула Кнудсена

В случае течения разреженного газа по трубе, по-новому приблизим D и запишем приращения $\frac{dn}{dx}$ вместо дифференциалов. В итоге получим формулу Кнудсена