

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

**Вопрос по выбору**  
**Эффект Ааронова – Бома**

Володин Максим

Б02-206

Физтех-школа физики и исследований имени Ландау

**Содержание**

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| Введение                      | 1 |
| Первый эксперимент            | 1 |
| Теоретическое описание        | 2 |
| Экспериментальное обнаружение | 2 |
| Второй эксперимент            | 3 |
| Список литературы             | 4 |

## Введение

Реальны ли потенциал электромагнитного поля  $(\varphi, A)$  или это просто математические абстракции, которые введены для того, чтобы было удобнее решать те или иные задачи? В классической физике действие силы на частицу всегда локально. То есть надо найти значение силы со стороны электромагнитного поля, которое действует именно в этой точке. И тогда сила со стороны электромагнитного поля, действующая на частицу, это есть обобщённая сила Лоренца

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{B}] \right)$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

Удобно выразить электрическое поле и  $\vec{B}$ , введя потенциалы  $(\varphi, A)$ . Конечно, эти потенциалы, как всякие потенциалы, неоднозначны, нужно вводить специальную калибровку, чтобы устранить эту неоднозначность. В классической физике постулируется, что реальны поля, то есть силы, а потенциалы – это уже способ их описания

В квантовой механике, где система описывается волновой функцией, оказывается возможным бесилловое влияние на фазу волновой функции. То есть обычной для КЭД концепции локального воздействия напряжённости электромагнитного поля на частицу недостаточно, чтобы предсказать квантовомеханическое поведение частицы. И именно это делает электропотенциалы электромагнитного поля реальными (наблюдаемыми) величинами. Эффект Ааронова – Бом, авторами которого считается Аарон и Бом, хотя подобные мысли высказывались и до них Эренбергом и Сидаем, состоял в том, чтобы придумать такие мысленные эксперименты, которые могут, будучи реализованными, подтвердить физичность потенциалов поля

## Первый эксперимент

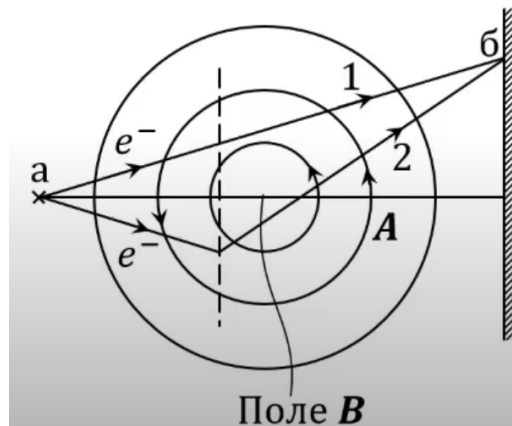


Рис. 1: Интерференция пучков электронов на двух щелях

Рассматриваем интерференционный опыт по типу опыта Юнга на двух щелях, схема которого дана на Рис 1. Если мы в точку А за щелями вставим бесконечно тонкий соленоид, внутри которого будет магнитное поле  $\vec{B}$ , то Ааронов и Бом показали, что результат интерференции будет сильно зависеть от векторного потенциала. Математически можно сказать так: если бы не было этого соленоида, (а он, грубо говоря, представляет из себя прокол, если вот это считать плоской картиной) и если бы прокола не было, я мог бы непрерывно деформировать путь этого электрона к этому электрону и разницы никакой не было. А проколота плоскость не позволяет мне это сделать непрерывно. То есть это есть некая топологическая особенность с математической точки зрения наличия вот такого магнитного поля. Причем, что интересно, магнитное поле, как мы знаем, заключено внутри соленоида, снаружи его нет. Поэтому вдоль пути a1b и вдоль пути a2b на электрон не действуют никакие силы. Электрического поля нет, магнитное находится в, грубо говоря, бесконечно малой области, в соленоиде. Но снаружи соленоида существуют линии векторного потенциала (нарисованы в виде концентрических окружностей) То есть известно, что потенциал – векторный потенциал соленоида – представляет из себя силовые линии и оказывается, что, проходя в области, где есть векторный потенциал, электрон приобретает дополнительную фазу волновой функции. А это можно продемонстрировать, сбив на экране два луча, прошедшие с разных сторон от соленоида

## Теоретическое описание

При наличии векторного потенциала вводится обобщённый импульс (большой импульс частицы не равный её количеству движения)

$$\vec{P} = m\vec{v} - \frac{e}{c}\vec{A}$$

Посчитаем фазу (точнее, её набег) от А до Б по пути 1 и второй раз по пути А2Б. Тогда фаза будет зависеть формально от магнитного поля, поскольку оно тут в той или иной мере присутствует.

$$\begin{aligned}\Delta\varphi(B) &= \frac{1}{\hbar} \int_a^b \vec{P} d\vec{l} = \frac{m}{\hbar} \int_a^b \vec{v} d\vec{l} - \frac{e}{c\hbar} \int_a^b \vec{A} d\vec{l} = \\ &= \Delta\varphi(0) - \frac{e}{c\hbar} \int_a^b \vec{A} d\vec{l}\end{aligned}$$

Это будет в единицах  $\hbar$  интеграл от а до б и поскольку обобщённый импульс состоит из двух частей, то будут два вклада в интеграл

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_1(B) &= \Delta\varphi_1(0) - \frac{e}{c\hbar} \int_1 \vec{A} d\vec{l} \\ \Delta\varphi_2(B) &= \Delta\varphi_2(0) - \frac{e}{c\hbar} \int_2 \vec{A} d\vec{l}\end{aligned}$$

Первый вклад мы назовём просто фазой при нулевом магнитном поле. Второй же будет зависеть непосредственно от циркуляции векторного потенциала. Аналогично для пути а2б. Давайте посмотрим, с какой разностью фаз придут в точку б два электрона, которые идут разными обходящими путями

$$\begin{aligned}\delta(B) &= \Delta\varphi_2(B) - \Delta\varphi_1(B) = \\ &= \delta(0) + \frac{e}{c\hbar} \left[ \int_{a1b} \vec{A} d\vec{l} - \int_{a2b} \vec{A} d\vec{l} \right] = \delta(0) + \frac{e}{c\hbar} \oint \vec{A} d\vec{l}\end{aligned}$$

Здесь использована теорема Стокса, по которой интеграл был преобразован в поверхностный интеграл от  $\text{rot } \vec{A}$ , и он представляет собой ничто иное, как магнитный поток через контур. Причем надо отметить, что магнитный поток не размазан по всему контуру, а сосредоточен только в узкой области, где расположен соленоид

$$\oint \vec{A} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{A} d\vec{S} = \Phi$$

Таким образом, окончательно записываем, что полная разность представляется в виде некой разности, не зависящей от магнитного поля, и разности фаз, зависящей от магнитного.

$$\delta(B) = \delta(0) + \frac{e}{c\hbar} \Phi = \delta(0) + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$\Phi_0$  – это знакомый нам сверхпроводящий квант и, соответственно, сдвиг интерференционной картины напрямую зависит от магнитного потока, имеющегося в соленоиде

$$\Phi_0 = \frac{hc}{e} = 2\pi \frac{\hbar c}{e} = 4,14 \cdot 10^{-7} \text{Gs} \cdot \text{cm}^2$$

## Экспериментальное обнаружение

Рассмотрим два эксперимента, которые были сделаны в 80-х годах на Рис 2. Первый эксперимент сделала группа физиков под руководством Тономуры. Идея этого опыта состояла в двухлучевой интерференции: был источник электронов; он обходил тонкий и длинный. Разность фаз путей на экране приводила к смещению интерференционной картины в зависимости от того, какой ток пропусклся по

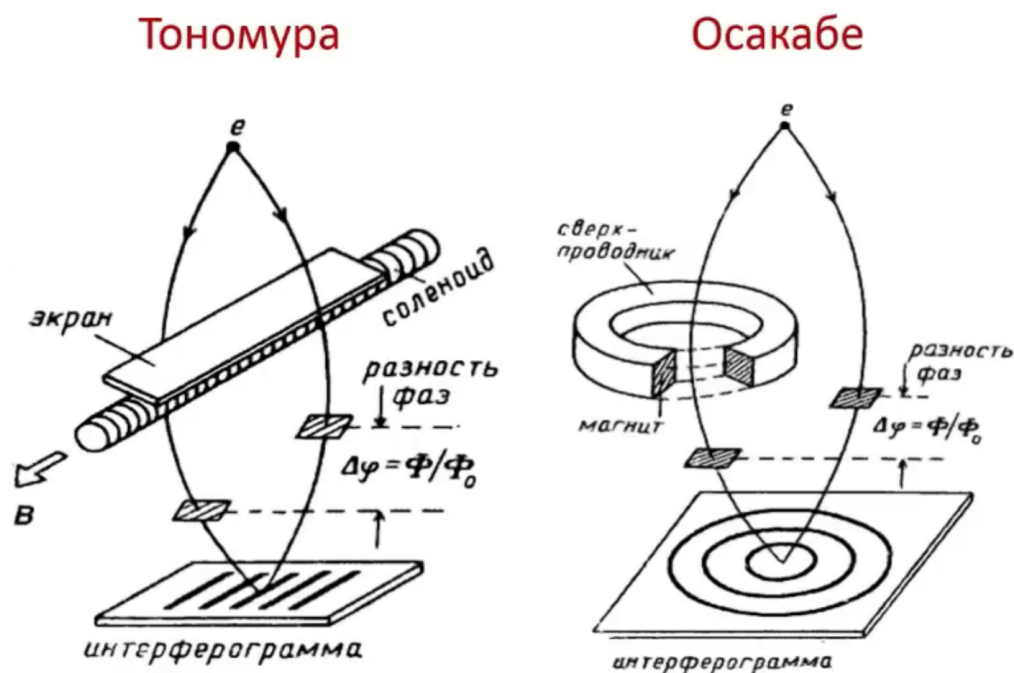


Рис. 2: Схемы экспериментов

соленоиду. Экран закрывал прямое попадание электронов. Тономура получил более-менее результаты, согласующиеся с формулой, но его эксперимент был подвержен критике, потому что не было гарантии, что все-таки силовые линии где-то там не выходят и тем не менее не оказывают действия.

Окончательное и бесспорное подтверждение положения, выдвинутое Аароновым и Бомом было сделано другим японским физиком Осакабе и его группой, которые воспользовались простой народной мудростью: у кольца начала нет и нет конца. Они сделали тороидальный магнит и провели такой же опыт. Здесь уже, как говорится, крыть было нечем критикам: из тороидального магнита рассеяния уже никакого нет

Более того, Осакабе, как говорится, сумел убить двух зайцев: он сделал опыт два раза. Дело в том, что его магнит был покрыт специальной ниобиевой плёнкой, который становится сверхпроводником и поэтому опыт делали при разных температуре. Тогда сдвиг полос согласовывался с формулой, что мы привели выше, в которой фигурирует обычный квант магнитного потока, не сверхпроводящий, а после охлаждения плёнки до температуры ниже критической магнитный поток внутри сверхпроводящей плёнки стал квантоваться. Это привело к тому, что части силовых линий пришлось покинуть внутренность тороидального магнита из-за квантования магнитного потока в сверхпроводнике и в момент фазового перехода произошёл скачок сдвига фаз и картина сдвинулась и соответствующий сдвиг оказался пропорционален кванту в два раза меньшему, то есть сверхпроводящему. Поэтому это было ещё кроме доказательства существования эффекта Ааронова – Бом, доказательством наличия куперовских пар

## Второй эксперимент

Поскольку потенциалов было два, то Ааронов и Бом в своей работе предложили идею двухплечевого интерферометра, где на пути электронов были поставлены металлические трубки, на которые подавались электростатические потенциалы разной величины; таким образом, идея на Рис 3 та же самая: проходя по путям ABDF и ACEF электроны набирали дополнительную фазу, что в конечном счёте должно было привести к сдвигу интерференционной картины, если бы потенциалы не подавались вообще

Такая же формула, только теперь интегралы по времени, которое электрон пролетает внутри трубки, в которой есть потенциал. Аналогичная формула будет для другого пути

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \delta(0) + \frac{e}{\hbar} \int \varphi_1 dt \\ \delta_2 &= \delta(0) + \frac{e}{\hbar} \int \varphi_2 dt \\ \delta &= \delta_2 - \delta_1\end{aligned}$$

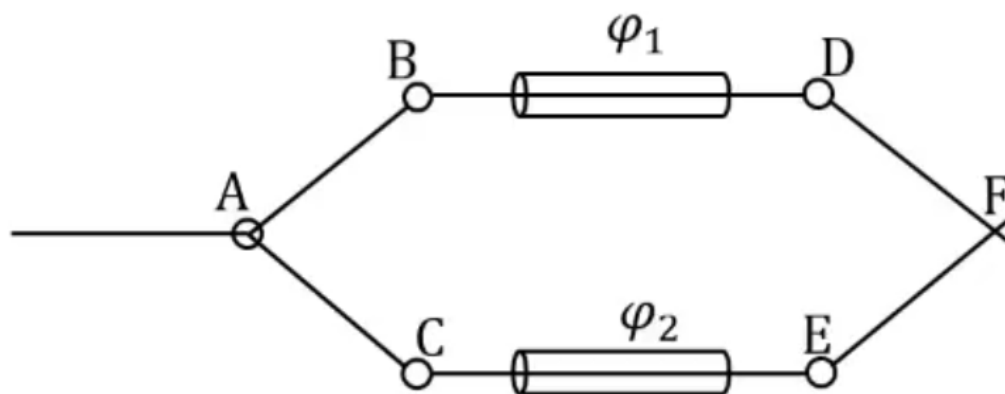


Рис. 3: Двухплечевой интерферометр Ааронова – Бома

К сожалению, в такой постановке сделать эксперимент не удалось, но к сегодняшнему дню получены доказательства для скалярного потенциала такие же надежные, как и для векторного. Таким образом можно считать, что в квантовой механике возможно нелокальное бессилловое воздействие на частицу. Раньше ещё Эйнштейн выражал бурное негодование тому, что квантовая механика допускает такие вещи.

## Список литературы

- [1] Ehrenberg, W. and R. E. Siday, «The Refractive Index in Electron Optics and the Principles of Dynamics», London, 8—21 (1949)
- [2] Aharonov Y. and D. Bohm, «Significance of electromagnetic potentials in quantum theory», Phys. Rev. 115, 485—491 (1959)
- [3] Batelaan, H. and Tonomura, A. (Sep 2009). The Aharonov–Bohm effects: Variations on a Subtle Theme. Physics Today. 62 (9): 38–43
- [4] Osakabe, N., T. Matsuda, T. Kawasaki, J. Endo, A. Tonomura, S. Yano, and H. Yamada et al. Experimental confirmation of Aharonov–Bohm effect using a toroidal magnetic field confined by a superconductor // Physical Review A : journal. — 1986. — Vol. 34, №2. — P. 815—822
- [5] [Источник изображений] Алексей Понятов, Эффект Ааронова—Бома. Наука и жизнь, 2023, № 2. — с. 34