UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS

INGIENERIA EN TECNOLOGIAS DE LA INFORMACION

MATERIA:

CALCULO VECTORIAL

TEMA:

TAREA

ALUMNO:

BRAYAN STEHP MENDOZA MARQUEZ

NRC:

3971

PROFESOR:

ANGEL RAFAEL ULLOA DARQUEA

SANTO DOMINGO – ECUADOR

1. Determinar cuáles de los vectores son paralelos a u. Usar una herramienta de traficación para confirmar sus resultados.

A) $(-6, -4, 10)$

$$\vec{u} = K\vec{a}$$

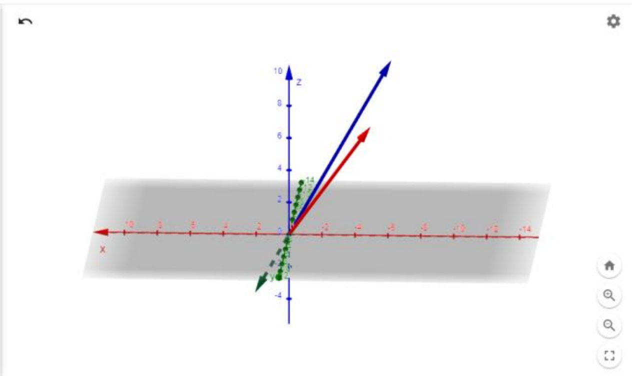
$(-5,1,7) = K\,(-6,-4,10)$

$(-5,1,7) = \,(-6K,-4K,10K)$

$-5 = \,-6K = K = \frac{5}{6}$

$1 = -4K = K = \,-\frac{1}{4}$ $\quad|\quad$ $7 = 10K = K = \frac{7}{10}$

No es paralelo al vector



B) $(2,\frac{4}{3},-\frac{10}{3})$

$$\vec{u} = K\vec{c}$$

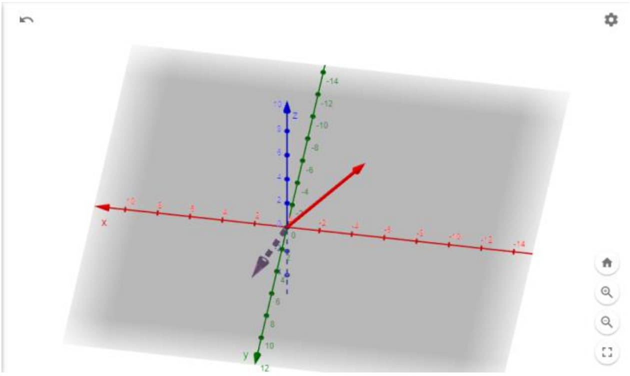
$(-5,1,7) = K\,\left(2;\frac{4}{3};-\frac{10}{3}\right)$

$(-5,1,7) = \,\left(2K;\frac{4}{3}K,-\frac{10}{3}K\right)$

$-5 = \,2K = K = -\frac{5}{2}$

$1 = \frac{4}{3}K = K = \frac{3}{4}$ $\quad|\quad$ $7 = -\frac{10}{3}K = K = -\frac{21}{10}$

No es paralelo al vector



C) $(10, -2, -14)$

$$\vec{u} = K\vec{c}$$

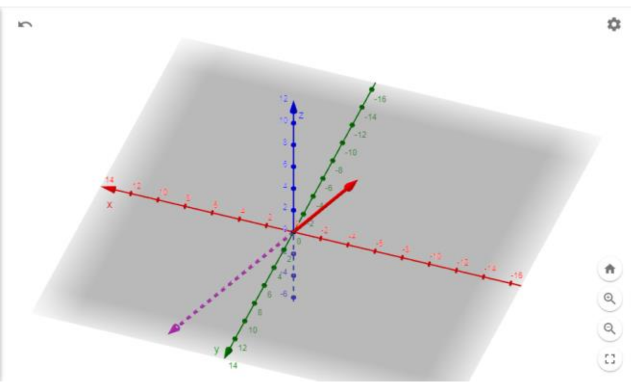
$(-5,1,7) = K\,(10,-2,-14)$

$(-5,1,7) = \,(10K,-2K,-14K)$

$-5 = \,10K = K = -\frac{1}{2}$

$1 = -2K = K = \,-\frac{1}{2}$ $\quad|\quad$ $7 = 14K = K = \frac{1}{2}$

Si es paralelo al vector



D) $(1, -4,2)$

$$\vec{u} = K\vec{d}$$

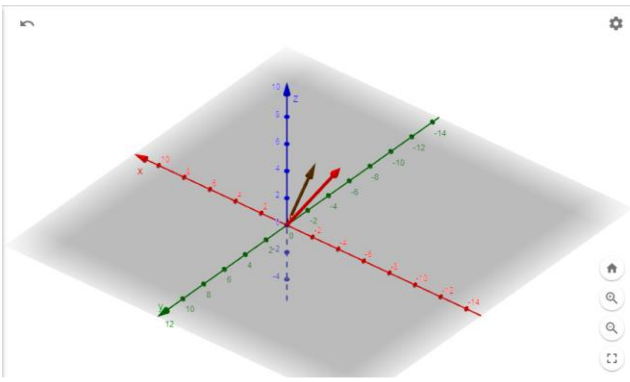
$(-5,1,7) = K\,(1,-4,2)$

$(-5,1,7) = \,(1K,-4K,2K)$

$-5 = \,1K = K = -5$

$1 = -4K = K = \,-\frac{1}{4}$ $\quad|\quad$ $7 = 2K = K = \frac{7}{2}$

No es paralelo al vector



2. Usar el triple producto escalar para encontrar el volumen del paralelepípedo que tiene como aristas adyacentes $u = i - j$; $v = j + k$ y $w = i - k$

$u = i - j = (1, -1, 0)$ $\qquad$ $V = |\vec{u} = (\vec{v} + \vec{w})|$

$V = j + k = (0,1,1)$

$$w = i - k = (1,0,-1) \quad V\ x\ W = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(-1) - \vec{j}(-1) + \vec{k}(-1)$$

$$u(v + w) = (1, -1, 0) * (-1, 1, -1)$$

$$V = -1 - 1$$

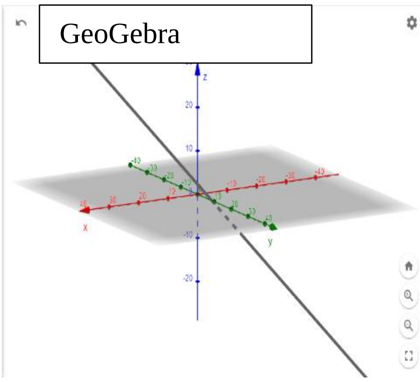
$$V = (-2) = 2$$

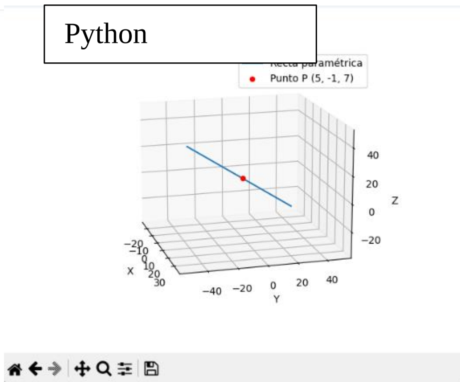
3. Hallar un conjunto de ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto (5, −1,7) y es paralela a la recta x = 2 − 3t, y = −1 + 5t, z = −3 − 4t. Emplear una herramienta computacional para representar la ecuación.

$P\ (5, -1, 7)$

$P\ (-3, 5, -4)$

$$\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -1 + 5t \\ z = 7 - 4t \end{cases}$$


GeoGebra



Python

4. Hallar el punto de intersección del plano definido por la ecuación -3x + 2y − 5z = 9 con la recta que pasa por (−3, −1,9) y es perpendicular a dicho plano. Utilizar una herramienta computacional para visualizar el punto de intersección

$-3x + 2y - 5z = 9$ $\qquad$ $x = -3 - 3t$ $\qquad$ $t = -3 - 3\left(\frac{47}{38}\right) = -\frac{255}{38}$

$P\ (-3, -1, 9)$ $\qquad$ $y = -1 + 2t$ $\qquad$ $y = -1 + 2\left(\frac{47}{38}\right) = \frac{28}{19}$

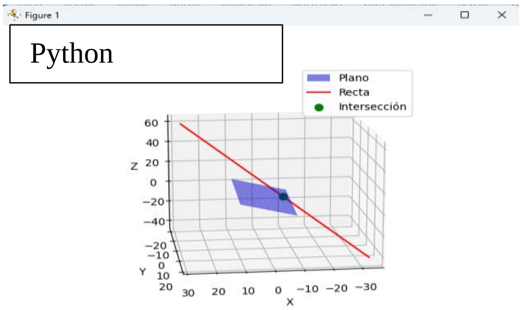
$Ax + By + Cz = D$ $\qquad$ $z = 9 - 5t$ $\qquad$ $z = 9 - 5\left(\frac{47}{38}\right) = \frac{107}{38}$

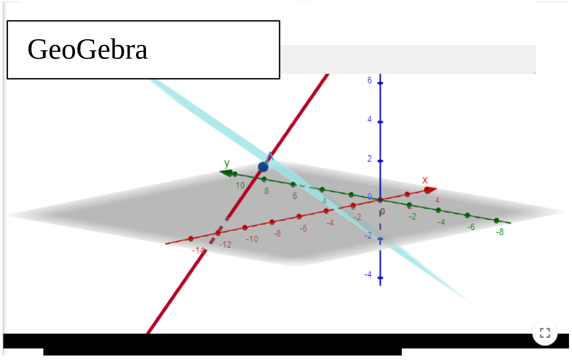
$$-3(-3-3t)+2(-1+2t)-5(9-5t)=9$$

$$9+9t-2+4t-45+25t=9$$

$$38t=47$$

$$t=\frac{47}{38} \qquad P\left(-\frac{255}{38};\frac{28}{19};\frac{107}{38}\right)$$



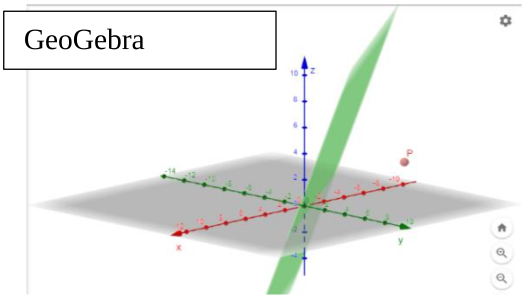


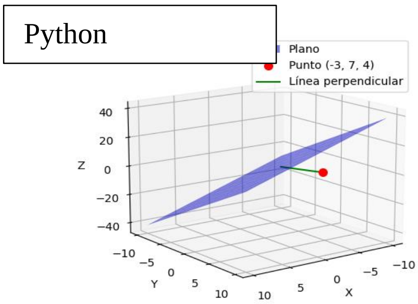
5. Halla la distancia del punto (−3,7,4) al plano -5x + 7y − 3z = 4 . Representar en una herramienta computacional el punto y el plano.

$$D=\frac{|Ax+By+Cz+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$$D=\frac{(-5)(-3)+7(7)+(-3)(4)-4}{\sqrt{(-5)^2+(7)^2+(-3)^2}}$$

$$D=\frac{15+49-12-4}{\sqrt{25+49+9}}=\frac{48}{\sqrt{83}}$$





6. Determinar el ángulo de intersección entre los planos $-x+3y-4z=7$; $3x+9y-5z=-4$. Representar los planos, la recta de intersección, así como el ángulo de intersección con una herramienta de computacional.

$$-x+3y-4z=7$$

$$3x+9y-5z=-4$$

$$\cos\theta=\frac{|\vec{A}*\vec{B}|}{|\vec{A}||\vec{B}|}$$

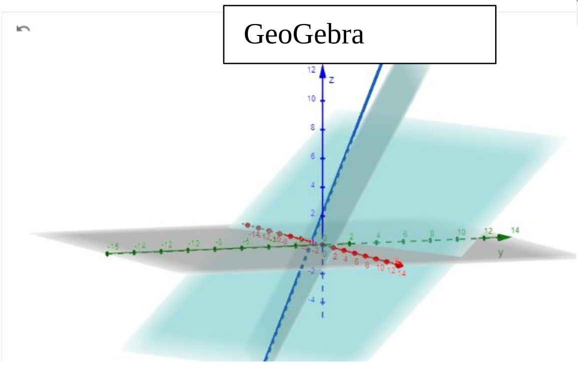
$$=\frac{|(-1)(3)+(3)(9)+(-4)(-5)|}{|\sqrt{26}||\sqrt{115}|}$$

$A = \sqrt{(1) + (3)^2 + (-4)^2} \; = \; \sqrt{26}$ $\qquad = \frac{44}{\sqrt{2990}} = 0.804$

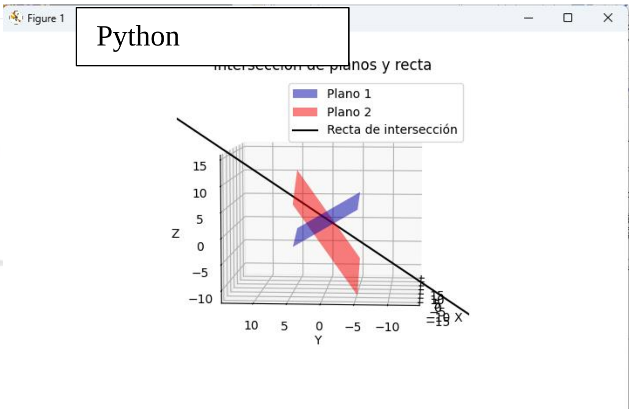
$B = \sqrt{3^2 + 9^2 + (-5)^2} \; = \; \sqrt{115}$ $\qquad \theta = arccos(0{,}804)$

$\theta = 36°$ //

GeoGebra



Python



7. . Calcular el área del paralelogramo y del triángulo que tiene los vectores $u = (-3, -8{,}4)$; y $v = (2, -7{,}9)$ como lados adyacentes. Usar una herramienta de computación para verificar los resultados.

$A_{pl} = |\vec{u} \; x \; \vec{v}\,|$

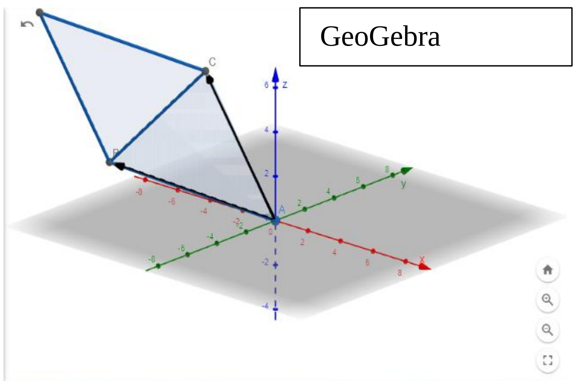
$$A_{parale} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -3 & -8 & 4 \\ 2 & -7 & 9 \end{vmatrix} = \vec{\imath}(-72 + 28) - \vec{\jmath}(-27 - 8) + \vec{k}(21 + 16)$$

$= |44\vec{\imath} + 35\vec{\jmath} + 37\vec{k}|$

$= \sqrt{44^2 + 35^2 + 37^2}$

$= \sqrt{1936 + 1225 + 1369} = \sqrt{4530} = 67.34$

GeoGebra



$$A_{triangulo} = \frac{1}{2}\,|\vec{u} \; x \; V|$$

$$A_{triangulo} = \frac{1}{2}\,\sqrt{4530} = 33.67$$ //

8. Considera los vectores $a = (3, -2,1)$ y $b = (4,0, -5)$:

a) Supón que hay una recta que pasa por el punto $P(1,2,3)$ y es paralela al vector b. Escribe la ecuación paramétrica de esta recta.

$P(1,2,3)$

$b(4,0,-5)$

$r(t) = P + tv$

$r(t) = (1,2,3) + t(4,0,-5)$

$x(t) = 1 + 4t$

$y(t) = 2 + 0t$

$z(t) = 3 - 5t$ $\qquad r(t) = (1 + 4t, 2,3 - 5t)$ //

b) Si se elige un punto Q en la recta del literal anterior, ¿cuál es el producto punto $a.PQ$, donde PQ es el vector que va de P a Q?

$P = (1,2,3)$

$Qt = (1 + 4t, 2,3 - 5t) - (1,2,3)$

$PQ = (4t, 0, -5t)$

$a - PQ = 3 * 4t + (-2) + 0 + 1 * (-5t) = 12t - 5t$

$$a * PQ = 7t$$ //

9. Dado los vectores a = (2, −3,4) y b = (1,0, −2), determina el ángulo θ entre ellos.

$$a = (2, -3,4) = \sqrt{2^2 + (-3)^2} + 4^2 = \sqrt{29}$$

$$b = (1,0, -2) = \sqrt{1^2 + 0} + (-2)^2 = \sqrt{5}$$

$$Cos\theta = \frac{a * b}{|a||b|} = \frac{(2, -3,4) * (1,0, -2)}{\sqrt{29} * \sqrt{5}} = \frac{2 - 8}{\sqrt{145}} = -0.498$$

$$\theta = arcos(-0.498) = 118.9°$$

10. Un coche de juguete se jala ejerciendo una fuerza de 75 lb sobre una manivela que forma un ángulo de 20° con la horizontal calcular el trabajo realizado al jalar el coche 75 ft.

$$F = 75lb$$

$$\theta = 20°$$

$$D = 75ft = 22.86m \qquad 75lb * 9.81\frac{m}{s^2} * \frac{1kg}{2.20462lb} = 333.62\ N$$

$$T = F * d\ cos\theta = 333.62N * 22.86m * 0.9397 = 7166.59\ J$$