

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

Материалы XIV Международной конференции, приуроченной к 90-летию
Дагестанского государственного университета
16–19 сентября 2021 г.

Махачкала
Издательство ДГУ
2021

УДК 517.9

Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики. Материалы XIV Международной конференции. Г. Махачкала, 16–19 сентября 2021 г. – Махачкала: Издательство ДГУ, 2021. – 228 с.

Редакционная коллегия:

Магомедов А.М. – д. ф.-м. н., проф., зав. каф. ДМИ (отв. редактор);

Бейбалаев В.Д. – к. ф.-м. н., доцент каф. ПМ;

Ибавов Т.И. – преп. каф. ДМИ

Печатается по решению редакционно-издательского совета Дагестанского государственного университета.

© Издательство ДГУ, 2021

Содержание

Н.А. Абдрахманова. Математическая модель казахской национальной игры "Кыз куу" (Догони девушку)	7
Г.А. Айгунов, Т.Ю. Гаджиева, Г.А. Джалаева. Некоторые верхние оценки для собственных функций задачи типа Редже	11
К.А. Аллахвердиева. Сетевая модель логистики нефтепродуктов в условиях неопределенности	13
Н.Е. Аллахярова. Интегральные уравнения типа Фредгольма в пространстве почти –периодических функций Бора.....	16
А.В. Алиев, Е.М. Фархадова. Нелинейная задача подвешенного моста с запаздыванием силы аэродинамического сопротивления	18
А.Б. Алиев, Г.Х. Шафиева. Смешанная задача для систем волновых уравнений с граничной диссипацией и внутренним нелинейным фокусирующим источником переменного порядка роста.....	20
R.A. Aliev, A.N. Ahmadova. Discrete Ahlfors-Beurling transform and its properties	23
Я.Н. Алиев. Об особенностях корневого пространства краевой задачи Штурма-Лиувилля со спектральным параметром квадратично и линейно входящей в граничное условие	25
К.Г. Алиева. Основные понятия и принципы математического моделирования	28
У.С. Алиева. Исследование динамических волн в вязкоупругой среде с учетом зависимости функции релаксации и плотности от координат	35
Х.Г. Алиева, И.А.Абдуллаева. Задача оптимизации управления колебания системы с дополнительными ограничениями	38
С.М. Алейдаров. Устойчивость решений уравнения теплопроводности с запаздыванием в пространствах со степенным весом	40
М.Г. Алишаев. Фильтрация в залежи фундамента и динамика заводнённых зон	47
Т.С. Амучиева, В.В.Васютин. Исследование задач с параметром методами математического анализа	51
Г.И. Асланов, Н.А.Гадирли. О спектре и резольвенте операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси	53
Г.И. Асланов, Р.Ф. Гатамова. О существовании и единственности обобщенных решений операторно-дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка	55
Н.Ш. Асланова. Преподование темы «Кубические уравнения» в университетах средствами электронного обучения.....	57
С.Н. Асхабов. Применение метода максимальных монотонных операторов к системам нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений	59
С.Н. Асхабов, М.А. Бетилгириев. Система нелинейных неоднородных интегральных уравнений типа свертки с почти возрастающими ядрами.....	62
А.А. Ахматов, Д.Х. Хусанов. Глобальное управление рабочим органом манипулятора без измерения скоростей	64

А.-Р.К. Рамазанов Оценки скорости сходимости рациональных интерполяционных сплайн-функций.....	182
М.К. Ризаев Об одном фундаментальном утверждении математики и его обобщениях и приложениях	184
Г.Ю. Рябых, Н.В.Фролова, Ж.В. Проказова. Проблемы оптимизации посевных площадей	186
М.М. Сиражудинов, М.Г. Ибрагимов Свойства решения задачи на ячейке для одного уравнения Бельтрами	188
М.А. Sultanov, D.K. Durdiev An explicit solution formula for a multidimensional time-fractional differential equation.....	191
С.М. Ташпулатов, Р.Т. Парманова Структура существенного спектра и дискретный спектр оператора энергии четырехэлектронных систем в примесной модели Хаббарда. Триpletное состояние	193
К.Н. Тураев Нелокальная задача со свободной границей для нагруженного квазилинейного параболического уравнения с нелинейным граничным условием.....	196
Р.Н. Тураев Нелокальная задача со свободной границей с двумя свободными границами для квазилинейного уравнения диффузии	198
О.Ф. Ускова, Н.А. Каплиева, Д.Г. Усков Первые шаги становления отечественной вычислительной техники и информатики	200
Ф.Г. Фейзиев, Н.Б. Абаева Об определении неизвестных коэффициентов полиномиальных представлений полной реакции одного класса двоичных 4d модулярных динамических систем	203
Ф.Г. Фейзиев, М.Р. Мехтиева Полиномиальное соотношение для представления полной реакции одного класса двоичных четырехмерных модулярных динамических систем.....	206
Б.Х. Хайиткулов Численное решение нестационарной задачи конвекции-диффузии по оптимальному выбору местоположения источников тепла в параллелепипеде	209
Э.Г. Халилов, М.Н. Бахшалыева Исследование решения смешанной краевой задачи для уравнения Лапласа методом интегральных уравнений.....	212
К.У. Хубиев Задачи со смещением для одного «точечно» нагруженного уравнения гипербола-параболического типа	215
Д.Х. Хусанов, А.Ш. Бердияров, Ж.И. Буранов Построение периодических решений квазилинейных уравнений при резонансе в критическом случае первого порядка.....	218
С.В. Шалагин Распределенная реализация агломеративных методов кластерного анализа	220
З.З. Щербуль Математическое моделирование процесса геофильтрации подземных вод на территории Терско-Кумского междуречья.....	224

M.A. Sultanov¹, D.K. Durdiev²¹Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkistan, Kazakhstan²Bukhara Branch of the Institute of Mathematics at the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Bukhara, Uzbekistan
murat.sultanov@ayu.edu.kz, durdiev65@mail.ru**An explicit solution formula for a multidimensional time-fractional differential equation**

Abstract. *This paper intends on the obtaining the explicit solution of n -dimensional differential equation with Caputo derivative in the infinite domain with non-zero initial conditions and vanishing conditions at infinity. It is shown that this equation can be derived from the integro-differential wave equation with memory. Based on Laplace and Fourier transforms the properties of the Fox H -function and convolution theorem, explicit solution for the considered equation is obtained.*

Keywords. *time-fractional differential equation, Laplace transform, Fourier transform, convolution theorem, explicit solution*

In this work we have obtained the explicit solution of n -dimensional differential equation with Caputo derivative in the infinite domain with non-zero initial conditions and vanishing conditions at infinity. It is shown that this equation can be derived from the integro-differential wave equation with memory in which the kernel is $t^{m-1-\alpha} E_{m-\alpha, m-\alpha}(-t^{m-\alpha})$, $m-1 < \alpha \leq m$ (m is a positive integer), where $E_{\alpha, \beta}$ is the two parametric Mittag-Leffler function.

We consider the following n -dimensional differential equation with Caputo fractional derivative of order $\alpha > 0$

$$\rho \frac{\partial^m u(x, t)}{\partial t^m} + {}_0^C D_t^\alpha u - \Delta u(x, t) = f(x, t), \quad (1)$$

which satisfies the initial and boundary conditions

$$\frac{\partial^j u(x, 0)}{\partial t^j} = \varphi_j(x), \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} (u, \nabla u)(x, t) = 0, \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (2)$$

where ρ —positive constant, ${}_0^C D_t^\alpha$ is defined for $m-1 < \alpha \leq m$ (m is a positive integer) as [1]

$${}_0^C D_t^\alpha u(x, t) := \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{\partial^m u(x, \tau)}{\partial \tau^m} \frac{d\tau}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}}, \quad m-1 < \alpha \leq m,$$

$${}_0^C D_t^\alpha u(x, t) := \frac{\partial^m u(x, \tau)}{\partial \tau^m}, \quad \alpha = m;$$

Δ is the n -dimensional Laplace operator with respect to x and $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right)$.

To solve problem (1), (2), we apply the Laplace and Fourier transforms of the function $u(x, t)$, respectively, with respect to $t > 0$ and $x \in \mathbb{R}^n$

$$\hat{u}(x, s) = \int_0^\infty u(x, t) e^{-st} dt, \quad x \in \mathbb{R}^n, s \in \mathbb{C},$$

$$\tilde{u}(\xi, t) := \int_{\mathbb{R}^n} u(x, t) e^{-i\xi \cdot x} dx, \quad \xi \in \mathbb{R}^n, t > 0$$

and their inverse transformations with respect to $s \in \mathbb{C}$ and $\xi \in \mathbb{R}^n$

$$u(x, t) = L^{-1}[\hat{u}](x, s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \hat{u}(x, s) e^{st} ds, \quad x \in \mathbb{R}^n, t > 0,$$

$$u(x, t) = F^{-1}[\tilde{u}](\xi, t) := \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{R}^n} \tilde{u}(\xi, t) e^{i\xi \cdot x} d\xi, \quad \xi \in \mathbb{R}^n, t > 0.$$

Here

$$x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in \mathbb{R}^n, \xi \cdot x = \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot x_j, dx = dx_1 dx_2 \dots dx_n, d\xi = d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_n$$

and $\gamma \in \mathbb{R}$ is a fixed number.

The following main results are obtained.

Theorem 1. *The explicit solution of the problem (1) and (2) can be expressed by formula*

$$u(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{k=0}^\infty \frac{(-1)^k}{\rho^{k+1}} \left(\varepsilon_{m, (m-\alpha)k+m, -\frac{|\xi|^2}{\rho}; 0+}^{k+1} \tilde{f} \right) (\xi, t) e^{i\xi \cdot x} d\xi + \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{j=0}^{m-1} G_j(x-\xi, t) \varphi_j(\xi) d\xi, \quad (3)$$

provided that the integrals and series in the right-hand side of (3) are convergent, where $\varepsilon_{\alpha, \beta, \omega, a+}^\gamma$ is Prabhakar fractional integral operator (see [2]) and the Green functions $G_j(x, t)$, $j = 0, \dots, m-1$ are given by

$$G_j(x, t) := G_{1j}(x, t) + G_{2j}(x, t),$$

where

$$G_{1j}(x, t) = \frac{1}{2\pi^{n/2} |x|^n} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^\infty \frac{(-1)^k}{\rho^k k!} t^{(m-\alpha)k+j} H_{1,2}^{2,0} \left[\frac{\sqrt{\rho} |x|}{2 t^{m/2}} \left| \begin{matrix} 1 + (m-\alpha)k + j, m/2 \\ (n/2, 1/2), (1+k, 1/2) \end{matrix} \right. \right],$$

$$G_{2j}(x, t) = \frac{1}{2\pi^{n/2} |x|^n} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^\infty \frac{(-1)^k}{\rho^{k+1} k!} t^{(m-\alpha)(k+1)+j} H_{1,2}^{2,0} \left[\frac{\sqrt{\rho} |x|}{2 t^{m/2}} \left| \begin{matrix} 1 + (m-\alpha)(k+1) + j, m/2 \\ (n/2, 1/2), (1+k, 1/2) \end{matrix} \right. \right],$$

where $x \in \mathbb{R}^n$, $\xi \in \mathbb{R}^n$, $d\xi = d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_n$ and $H_{p,q}^{m,n}(z)$ is Fox's H -function (see [3]).

Theorem 2. The integro-differential wave equation

$$\rho u_{tt} - \Delta u + \int_0^t k(t-\tau) \Delta u(x, \tau) d\tau = 0, \quad x \in \mathbb{R}^n, t > 0 \quad (4)$$

with memory $k(t) = t^{1-\alpha} E_{2-\alpha, 2-\alpha}(-t^{2-\alpha})$, $1 < \alpha \leq 2$, is equivalent to the time-fractional wave equation

$$u_{tt} + {}_0^C D_t^\alpha u - \frac{1}{\rho} \Delta u(x, t) = 0.$$

Remark. The equation (4) with memory kernel $k(t) = t^{1-\alpha} E_{2-\alpha, 2-\alpha}(-t^{2-\alpha})$ describes the time-fractional wave equation (1) for $m = 2$.

From this remark it follows that the solution of equation (4) with conditions (2) (for $m = 2$) can be given by formula (3) for $f(x, t) = 0$ and $m = 2$.

Acknowledgement

The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (project № AP09258836).

References

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam: Elsevier, 2006. 523 p.
2. Haubold H.J., Mathai A.M., Saxena R.K. Mittag-Leffler functions and their applications // J. App Math. 2011; 2011:51 p.
3. Fox C. The G and H functions and as symmetrical Fourier kernels. Trans. Amer. Math. Soc. 1961; 98: 395-429.

УДК 517.948.

С.М. Ташпулатов, Р.Т. Парманова
S.M. Tashpulatov, R.T. Parmanova

Институт Ядерной Физики Ан Республики Узбекистан, Ташкент
 Institute Of Nuclear Physics Of As Of Republik Of Uzbekistan, Tashkent
 sadullatashpulatov@yandex.ru, toshpul@mail.ru, togaymurodota@gmail.com

Структура существенного спектра и дискретный спектр оператора энергии четырехэлектронных систем в примесной модели хаббарда. Триплетное состояние

Structutre of essential spectra and discrete spectrum of the energy operator of four-electron systems in the impurity hubbard model. Triplet state

Аннотация. Рассматривается оператор энергии четырехэлектронных систем в примесной модели Хаббарда и исследуется струк-