NEUROCIENCIAS

ALGEBRA

FORMULARIO

NEUROCIENCIAS

Nombre de la Regla	Regla	Ejemplo
Regla del producto	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 128$
	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 144$
Regla del cociente	$a^n / a^m = a^{n-m}$	$2^5 / 2^3 = 2^{5-3} = 4$
	$a^n / b^n = (a / b)^n$	$4^3 / 2^3 = (4/2)^3 = 8$
Regla de la potencia	$(b^n)^m = b^{n \cdot m}$	$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 64$
	$b^{n^m} = b^{(n^m)}$	$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 512$
	$\sqrt[m]{(b^n)} = b^{n/m}$	$\sqrt[2]{(2^6)} = 2^{6/2} = 8$
	$b^{1/n} = \sqrt[n]{b}$	$8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$
Exponentes negativos	$b^{-n} = 1 / b^n$	$2^{-3} = 1/2^3 = 0.125$
Regla del Cero	$b^0 = 1$	$5^0 = 1$
	$0^n = 0$, para $n>0$	$0^5 = 0$
Regla del Uno	$b^1 = b$	$5^1 = 5$
	$1^n = 1$	$1^5 = 1$
Regla del menos uno	$(-1)^n = \begin{cases} 1 & , n \ \textit{Par} \\ -1 & , n \ \textit{Impar} \end{cases}$	$(-1)^5 = -1$

CLAVE E

$a^2 = b^{\ldots}$

Entonces

$c^{\frac{1}{7}} = a^{\frac{1}{2}}$

$\left(c^{\frac{1}{7}}\right)^7 = ($

$c = a^{\frac{7}{2}}$

Reemplazan

$\sqrt[7]{abc} =$

Nota

En forma inductiva se puede generalizar los radicales de los problemas 67, 68, 69 y 70.

$$\sqrt[n]{x\sqrt[n]{x\sqrt[n]{x\ldots}}} = \sqrt[n-1]{x} = x^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\sqrt[n]{x \div \sqrt[n]{x \div \sqrt[n]{x \div \ldots}}} = \sqrt[n+1]{x} = x^{\frac{1}{n+1}}$$

$$\sqrt{x(x+1)+\sqrt{x(x+1)+\sqrt{x(x+1)+\ldots}}} = x+1$$

$$\sqrt{x(x+1)-\sqrt{x(x+1)-\sqrt{x(x+1)-\ldots}}} = x$$

NUMERACIÓN

1. Descomposición polinómica:

$$\boxed{\overline{abcde}_{(n)} = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e}$$

2. Descomposición por bloques:

$$\overline{abab} = \overline{ab} \cdot 100 + \overline{ab}$$

$$\overline{abab}_n = \overline{ab}_n \cdot n^2 + \overline{ab}_n$$

$$\overline{abcabc}_n = \overline{abc}_n \cdot n^3 + \overline{abc}_n$$

3. Cambios de base:

3.1 <u>De base "n" a base 10</u>

1.

$$\boxed{\overline{abcd}_n = an^3 + bn^2 + c.n + d}$$

Descomposición polinómica

2. Ruffini

Ejemplo: $243_{(5)}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 2 & 4 & 3 \\ & \downarrow & \downarrow + & \downarrow + \\ 5 & & 10 & 70 \\ \hline & 2 & 14 & \boxed{73} \leftarrow \text{Base 10} \end{array}$$

$\rightarrow 243_5 = 73$

3.2. <u>De base 10 a base "n"</u>

(Divisiones sucesivas)

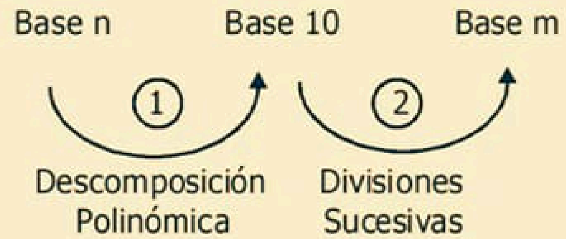
Ejemplo: 243 a base 7

$$\begin{array}{l} 243 \;\underline{|\,7\;\;\;\;\;} \\ \;\;33 \;\;\; 34 \;\underline{|\,7\;\;} \\ \;\;\;5 \;\;\;\;\; 6 \;\;\;\; 4 \end{array}$$

$\rightarrow 243 = 465_{(7)}$

3.3. <u>De base "n" a base "m"</u>

($n \neq 10$; $m \neq 10$)



4.

Si: $\overset{+}{\overline{abc}}_{(n)_-} = \overset{-}{\overline{xy}}_{(m)_+}$

Como $\overline{abc} > \overline{xy}$

$\rightarrow n < m$

MAGNITUDES PROPORCIONALES

DP

A DP B

$$\frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = \text{Cte}$$

A DP B

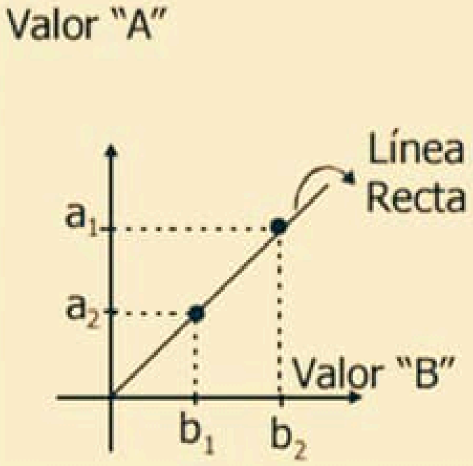
$$\underline{f(x)} = K\,x$$

Constante

Valor de A

Valor de B

Gráfica:



$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = k$$

Propiedades

- A IP B $\Rightarrow$ A DP $\frac{1}{B}$
- A DP B $\Rightarrow$ A IP $\frac{1}{B}$
- A DP B (C cte)

$\wedge$ A IP C (B cte)

$$\Rightarrow \frac{A \times C}{B} = \text{cte}$$

IP

A IP B

(Valor de A) (Valor de B)=Cte

A IP B

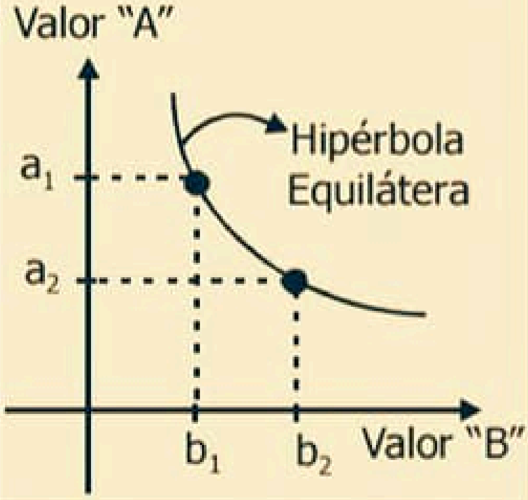
$$\underline{f(x)} = \frac{k}{x}$$

Constante

Valor de A

Valor de B

Gráfica:



$$a_1 . b_1 = a_2 . b_2 = k$$

NÚMEROS COMPLEJOS

NÚMEROS COMPLEJOS $\mathbb{C}$ — formado por:
- NÚMEROS REALES $\mathbb{R}$
- NÚMEROS IMAGINARIOS $\mathbb{I}$

$z = a+bi$

$i = \sqrt{-1}$

DEFINICIONES

Dado el complejo: $z = a+bi$

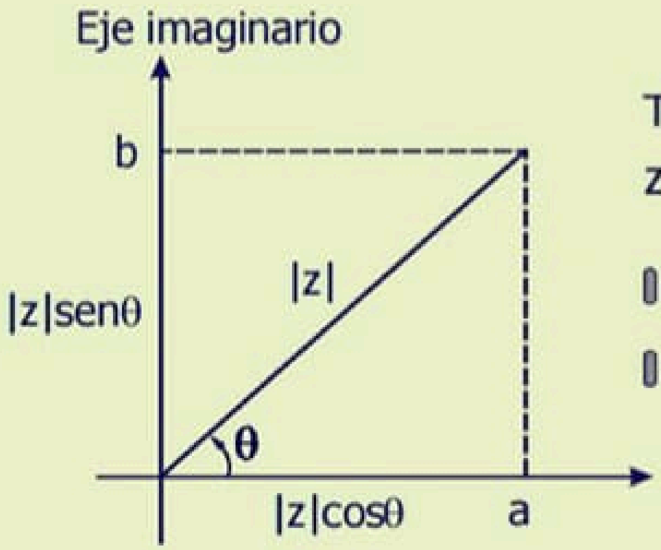
Complejo conjugado: $\bar{z} = a-bi$

Complejo opuesto: $z^* = -a-bi$

POTENCIAS DE "i"

$$\left.\begin{array}{l} i^1 = i \\ i^2 = -1 \\ i^3 = -i \\ i^4 = 1 \\ i^5 = i \\ i^6 = -1 \\ \vdots \end{array}\right\} i^N = i^{4k+r} = i^r$$

Representación gráfica



Tenemos:

$z = a+bi$

- Módulo de "z" ⇨ $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Argumento de "z" ⇨ θ

Forma Trigonométrica de "z": $z = |z|(\mathrm{Cos}\,\theta + i\,\mathrm{Sen}\,\theta)$

$z = |z|\,\mathrm{cis}\,\theta$

Teoremas

T1: $|z| = |\bar{z}| = |z^*|$

T2: $|z|^2 = z.\bar{z}$

T3: $\underbrace{(\mathrm{Cos}\,\theta + i\,\mathrm{Sen}\,\theta)^n = \mathrm{Cos}(n\theta) + i\,\mathrm{Sen}(n\theta)}_{\text{de De Moivre}}$

Resultado importantes

- $(1 \pm i)^2 = \pm 2i$
- $(1 + i)^4 = -4$
- $\dfrac{1+i}{1-i} = i$

LOGARITMOS

1. Definición

$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b}$$

2. Antilogaritmo

$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x}$$

3. Consecuencias

$(a, b \in \mathbb{R}^+,\ a \neq 1)$

$$\boxed{\log_a 1 = 0}\ ;\ \boxed{\log_a a = 1}\ ;$$

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}\ ;$$

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

4. Propiedades

$$\boxed{\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y}\ ;$$

$$\boxed{\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c}\ ;$$

$$\boxed{\text{colog}_a b = \log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b}\ ;$$

$$\boxed{\log_a b^c = c \log_a b}\ ;$$

$$\boxed{\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b}\ ;$$

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}\ ;$$

$$\boxed{\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c}$$

5. Ecuación exponencial

$$\boxed{a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b}$$

6. Ecuación logaritmica

$$\boxed{\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)}$$

7. Inecuación exponencial

7.1.

$$a^x > b \Leftrightarrow \begin{cases} \log_c a^x > \log_c b, \text{si: } c>1 \\ \log_c a^x < \log_c b, \text{si: } 0<c<1 \end{cases}$$

7.2.

$$a^x < b \Leftrightarrow \begin{cases} \log_c a^x < \log_c b, \text{si: } c>1 \\ \log_c a^x > \log_c b, \text{si: } 0<c<1 \end{cases}$$

8. Inecuación logaritmica

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \begin{cases} \text{Si } a>1;\ f(x)>g(x)>0 \\ \text{Si } 0<a<1;\ 0<f(x)<g(x) \end{cases}$$

VALOR ABSOLUTO

Definición

$$|a| = \begin{cases} a; \text{ si: } & a \geq 0 \\ -a; \text{ si: } & a < 0 \end{cases}$$

Propiedades

- $|a| \geq 0$
- $|a| = |-a|$
- $|ab| = |a||b|$
- $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$; $b \neq 0$
- $a^2 = |a|^2$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $|a + b| \leq |a| + |b|$

$\forall\, a; b \in \mathbb{R}$

Ecuaciones con valor absoluto

$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0;$

$|x| = a \wedge a \geq 0 \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$

$|x| = |a| \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$

Inecuaciones con valor absoluto

$|x| \leq a \Leftrightarrow (a \geq 0) \wedge -a \leq x \leq a$

$|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$

$|x| \leq |y| \Leftrightarrow (x + y)(x - y) \leq 0$

RELACIONES Y FUNCIONES

Funciones

DOMINIO: $Domf = \{x \in A / \exists y \in B \wedge (x;y) \in f\}$

RANGO: $Ranf = \{y \in B / \exists x \in A \wedge (x;y) \in f\}$

Dos pares ordenados no pueden tener el mismo primer elemento.

Si: $(a;b) \wedge (a;c) \in f$
$\Rightarrow b = c$

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

discusión de la curva

- Intersección con los ejes coordenados.
  - $x=0$: corte en "y"
  - $y=0$: corte en "x"
- Extensión de la Función: Dominio y Rango

CRITERIOS DE LA DIVISIBILIDAD

- Por 2 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{2} + e$. Si $e = \overset{\circ}{2} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{2}$

- Por 4 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{4} + \overline{de}$. Si $\overline{de} = \overset{\circ}{4} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{4}$

- Por 8 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{8} + \overline{cde}$. Si $\overline{cde} = \overset{\circ}{8} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{8}$

- Por 5 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{5} + e$. Si $e = \overset{\circ}{5} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{5}$

- Por 25 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{25} + \overline{de}$. Si $\overline{de} = \overset{\circ}{25} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{25}$

- Por 125 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{125} + \overline{cde}$. Si $\overline{cde} = \overset{\circ}{125} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{125}$

- Por 3 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{3} + \underbrace{a+b+c+d+e}_{E}$. Si $E = \overset{\circ}{3} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{3}$

- Por 9 $\quad \overline{abcde} = \overset{\circ}{9} + \underbrace{a+b+c+d+e}_{E}$. Si $E = \overset{\circ}{9} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{9}$

- Por 11 $\quad \begin{array}{c} \overline{abcde} \\ +-+-+ \end{array} = \overset{\circ}{11} + \underbrace{e-d+c-b+a}_{E}$. Si $E = \overset{\circ}{11} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{\circ}{11}$

- Por 13

$$\begin{array}{l} \overline{abcdefgh} \\ 31431431 \\ -\quad +\quad -\quad + \end{array} = \overset{\circ}{13} - \underbrace{3a+b+4c+3d-e-4f-3g+h}_{E}.\ \text{Si } E = \overset{\circ}{13} \rightarrow \overline{abcdefgh} = \overset{\circ}{13}$$

- Por 7

$$\begin{array}{l} \overline{abcdefgh} \\ 31231231 \\ +\quad -\quad + \end{array} = \overset{\circ}{7} + \underbrace{3a+b-2c-3d-e+2f+3g+h}_{E}.\ \text{Si } E = \overset{\circ}{7} \rightarrow \overline{abcdefgh} = \overset{\circ}{7}$$

INECUACIONES I

- Inecuación....
  - Polinomial ($a \neq 0$)
    - De primer grado: $ax+b \gtrless 0$
    - De segundo grado: $ax^2+bx+c \gtrless 0$
    - De grado superior: grado mayor o igual a 3

De primer grado: Se aplica transposición

De segundo grado y de grado superior: Se aplica el criterio de los puntos críticos.

Definiciones:

Sea: $\{a; b; c\} \in \mathbb{R}$

1. "a" es no positivo $\Leftrightarrow a \leq 0$
2. "a" es no negativo $\Leftrightarrow a \geq 0$
3. $a \leq b \Leftrightarrow a < b \vee a = b$
4. $a < b < c \Leftrightarrow a < b \wedge b < c$
5. $a < b \Leftrightarrow b > a$

Importante:

Sea:

$$ax^2 + bx + c > 0 \;;\; a > 0$$

$$\forall\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \underbrace{D}_{b^2-4ac} < 0$$

TEOREMAS FUNDAMENTALES

T1: $a^{2n} \geq 0 \;;\; \forall a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+$

T2: $a > b \Rightarrow a \pm m > b \pm m$

T3: $a > b \wedge m > 0 \Rightarrow am > bm$
$\vee\ a/m > b/m$

T4: $a > b \wedge m < 0 \Rightarrow am < bm$
$\vee\ a/m < b/m$

T5: $a < b \Rightarrow 1/a > 1/b$
(a y b tienen el mismo signo)

SUCESIONES

Literales

Se consideran 27 letras del abecedario (No se considera Ch, ni Ll)

Sucesiones aritmética (Lineal)

$$\overset{r}{\frown}\ \overset{r}{\frown}\ \overset{r}{\frown}$$

$$t_1;\ t_2;\ t_3;\ t_4;\ \ldots;\ t_n$$

r: razón aritmética

- $t_n = t_1 + r(n-1)$ ó
- $t_n = rn + t_0$
- $t_{central}$ = semisuma de extremos *

* para una cantidad impar de términos en la sucesión.

Sucesiones Notables

- Fibonacci:
  1; 1; 2; 3; 5; 8; ...
  $tn = t_{n-1} + t_{n-2}$
- Primos:
  2; 3; 5; 7; 11; 13; ...
  (solo tienen 2 divisores)
- Factorial:
  1!; 2!; 3!; 4!; ...
  1; 2; 6; 24; ...

Sucesión Geométrica

$$\overset{\times q}{\frown}\ \overset{\times q}{\frown}\ \overset{\times q}{\frown}$$

$$t_1;\ t_2;\ t_3;\ t_4;\ \ldots;\ t_n$$

q: razón aritmética

$t_n = t_1 \times q^{n-1}$

$t_{central} = \sqrt{\text{Producto de extremos}}$ *

* Para una sucesión con una cantidad impar de término.

De 2º Orden

t_1 t_2 t_3 t_4 t_5

C = 0 4; 10; 18; 28; 40; ...

A+B=4 6 8 10 12

2A= 2 2 2 2

$T_n = An^2 + bn + C$

SERIES

Serie aritmética

$$S = \underbrace{t_1;\ t_2;\ t_3;\ t_4;\ \ldots;\ t_n}_{\text{"n" términos}}$$

r r r

$$S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right)n$$

Recuerda: $n = \left(\dfrac{t_n - t_1}{r}\right) + 1$

Series geométricas

Finita

×q ×q ×q

$$S = \underbrace{t_1;\ t_2;\ t_3;\ t_4;\ \ldots;\ t_n}_{\text{"n" términos}}$$

$$S = \frac{t_1(q^n - 1)}{q - 1}\ ;\ q \neq 1,\ q \neq 0$$

Recuerda: $t_n = t_1 \times q^{n-1}$

Infinita

×q ×q ×q

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \infty$$

Condición: $|q| < 1$

$$S = \frac{t_1}{1 - q}$$

Series Notables

$$1+2+3+4+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3+2^3+3^3+4^3+\ldots+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

$$1\times2+2\times3+3\times4+\ldots+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Sumatorias

Final

$$\sum_{n=1}^{10} (2n+1)$$

término enésimo

Inicio

$$\sum_{n=1}^{10} 2n+1 = 2(1)+1+2(2)+1+2(3)+1+\ldots+2(10)+1$$

Inicio Final

Propiedades

- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} t_k = t_1+t_2+t_3+\ldots+t_n$
- $\displaystyle\sum_{k=a}^{b} (c.t_k) = c.\sum_{k=a}^{b} t_k$; c=cte.
- $\displaystyle\sum_{k=a}^{b} c = (b-a+1).c$; c=cte.
- $\displaystyle\sum_{k=a}^{b} (t_k+p_k) = \sum_{k=a}^{b} t_k + \sum_{k=a}^{b} p_k$

- **La suma de inversas de divisores se calcula como:**

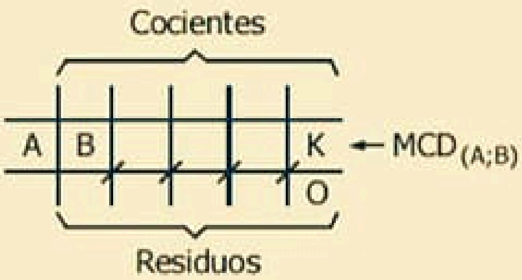
$$\boxed{SID_{(N)} = \frac{SD_{(N)}}{N}}$$

- **El producto de los divisores se calcula como:**

$$\boxed{PD_{(N)} = \sqrt{N^{CD_{(N)}}}}$$

MCD - MCM

- **El esquema del algoritmo de Euclides:**



- **Conociendo el MCD de dos números podemos concluir que:**

$$MCD_{(A;B)} = k \begin{cases} \left.\begin{matrix} A = p \times k \\ B = q \times k \end{matrix}\right\}; \text{ donde: p y q son PESI} \\ MCM_{(A;B)} = k \times p \times q \end{cases}$$

- **Siempre se cumple que:**

$$MCD(A;B) \times MCM(A;B) = A \times B$$

- $MCM\left(\frac{n \times A}{m}; \frac{n \times B}{m}\right) = \frac{n \times k}{m}$
- $MCD\left(\frac{n \times A}{m}; \frac{n \times B}{m}\right) = \frac{n \times k}{m}$

INECUACIONES II

- Inecuación....
  - Polinomial ($a \neq 0$)
    - De primer grado: $\boxed{ax+b \gtrless 0}$ — **A**
    - De segundo grado: $\boxed{ax^2+bx+c \gtrless 0}$ — **A**
    - De grado superior: grado mayor o igual a 3 — **A**
  - Fraccionaria: $\boxed{\dfrac{P(x)}{Q(x)} \gtrless 0}$ — **A**
  - Irracional: $\boxed{\sqrt[n]{P(x)} \gtrless 0}$ — **B**
  - Exponencial: $\boxed{b^{P(x)} \gtrless b^{Q(x)}}$ — **C**
  - Logarítmica: $\log x^2 - 4 < 2$
  - Trigonométrica: $Sen^2 x + Cosx > 0,5$

A

Se aplica el criterio de los puntos críticos.

Importante:

Si: $\dfrac{P(x)}{Q(x)} \Rightarrow Q(x) \neq 0$

B

S1: Si: $\sqrt[2n]{P(x)} \Rightarrow P(x) \geq 0$

S2: Elevamos a un exponente igual al indice y resolvemos.

Luego el C.S. es: $S1 \cap S2$

C

Si: $b>1 \wedge b^x > b^y \Rightarrow x>y$

Si: $0<b<1 \wedge b^x < b^y \Rightarrow x>y$

- Por 33 $\overline{abcde} = \overset{o}{33} + \underbrace{a + \overline{bc} + \overline{de}}_{E}$. Si $E = \overset{o}{33} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{o}{33}$

- Por 99 $\overline{abcde} = \overset{o}{99} + \underbrace{a + \overline{bc} + \overline{de}}_{E}$. Si $E = \overset{o}{99} \rightarrow \overline{abcde} = \overset{o}{99}$

- Por $n-1$ en base n $\overline{abcde}_{(n)} = \overset{o}{\overline{(n-1)}} + \underbrace{a + b + c + d + e}_{E}$. Si $E = \overset{o}{\overline{(n-1)}} \rightarrow \overline{abcde}_{(n)} = \overset{o}{\overline{(n-1)}}$

- Por $n+1$ en base n $\underset{+-+-+}{\overline{abcde}}_{(n)} = \overset{o}{\overline{(n+1)}} + \underbrace{e - d + c - b + a}_{E}$. Si $E = \overset{o}{\overline{(n+1)}} \rightarrow \overline{abcde}_{(n)} = \overset{o}{\overline{(n+1)}}$

NÚMEROS PRIMOS

- **Dada la descomposición canonica del número N:**

$$\boxed{N = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \ldots p_k^{\alpha_k} \quad \ldots D.C.}$$

- **Su cantidad de divisores se calcula como:**

$$\boxed{CD_N = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1)\ldots(\alpha_k + 1)}$$

Además:

$$\boxed{CD_N = CD_{\text{SIMPLES}} + CD_{\text{COMPUESTOS}}}$$

- **La suma de divisores se calcula como:**

$$\boxed{SD_{(N)} = \frac{p_1^{\alpha_1+1} - 1}{p_1 - 1} \times \frac{p_2^{\alpha_2+1} - 1}{p_2 - 1} \times \ldots \times \frac{p_k^{\alpha_k+1} - 1}{p_k - 1}}$$

ANÁLISIS COMBINATORIO

Factorial de un número

$n! = 1\times2\times3\times4\times\ldots n$

$0! = 1 \qquad n! = n(n-1)!$

Principio de Conteo

- **Aditivo (o):** Para eventos independientes
- **Multiplicativo (y):** Para eventos de dependientes, simultáneos.

Combinación (agrupar)

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Propiedades:

- $C_0^n + C_1^n + C_2^n + C_3^n + \ldots C_n^n = 2^n$
- $C_k^n = C_{n-k}^n$

Permutación (Ordenar)

Permutación Lineal

$P_n = n!$

Ejemplo:

5 amigos en 5 asientos

$P_5 = 5! = 120$

Permutación de "n" elementos tomados de "k" en "k"

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ejemplo:

5 amigos en 2 asientos

$P_2^5 = \frac{5!}{3!} = 20$

Permutación con repetición

$$PR_{a;\,b;\,c;\,\ldots}^{n} = \frac{n!}{a!b!c!\ldots}$$

Ejemplo:

$\underbrace{\bigcirc\bigcirc}_{2}\ \underbrace{\triangle\triangle\triangle}_{3}\ \underbrace{\square}_{1}$

$PR_{2;\,3;\,1}^{6} = \frac{6!}{2!3!1!}$

Permutación circular

$P_{c(n)} = (n-1)!$

Ejemplo:

6 amigos en una mesa circular

$P_{c(6)} = 5!$

TEORÍA DE ECUACIONES

* Si r es una raíz de P(x) = 0, entonces P(r) = 0.

* $P_{(x)} = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_0 = 0;\ a_n \neq 0$, también se puede escribir

  $a_n(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)\ldots(x - r_n) = 0$

  donde $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ raíces de la ecuación.

* Si: $P(x) = (x - r_1)^m (x - r_2)^n (x - r_3)^p = 0$

  Entonces:
  r_1 es una raíz de multiplicidad m
  r_2 es una raíz de multiplicidad n
  r_3 es una raíz de multiplicidad p

* Teorema de Cardano - Viette

  $r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n = -\dfrac{a_{n-1}}{a_n}$ "Suma de raíces"

  $r_1 r_2 + r_1 r_3 + \ldots + r_{n-1} r_n = \dfrac{a_{n-2}}{a_n}$ "Suma de productos Binarios"

  $\vdots \quad \vdots \quad\quad\quad \vdots$

  $r_1 r_2 r_3 \ldots r_n = (-1)^n \dfrac{a_0}{a_n}$ "Producto de raíces"

* Si los coeficientes de la ecuación son racionales entonces si una raíz es $a + \sqrt{b}$, la otra es $a - \sqrt{b}$.

* Si los coeficientes de la ecuación son reales, entonces si una raíz es $\alpha + \beta i$, entonces la otra es $\alpha - \beta i$.

* $P_{(x)} = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_0 = 0$ por cada cambio de signo es una raíz positiva.

* $P_{(-x)} = a_n(-x)^n + a_{n-1}(-x)^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$ por cada cambio de signo es una raíz negativa, o, menos en una cantidad par.

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

I. ADICIÓN

$$\underbrace{a + b + c + \ldots + z}_{\text{Sumandos}} = \underset{\text{Suma total}}{S}$$

Progresión aritmética

Sea: $\underbrace{a_1, a_2}_{r}, \ldots, a_n$

$\rightarrow a_n = a_1 + (n-1)r$

$\rightarrow n = \dfrac{a_n - a_1}{r} + 1$;

n: Número de términos

$\rightarrow S_n = \left(\dfrac{a_n + a_1}{2}\right)n$;

S_n: Suma de términos

Sumas notables

- $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$
- $2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n(n+1)$
- $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$
- $a^0 + a^1 + a^2 + a^3 + \ldots + a^{n-1} = \dfrac{a^n - 1}{a - 1}$

II. SUSTRACCIÓN

$$\mathbf{M - S = D}$$

Propiedades:

- $2M = M + S + D$
- $\overline{ab}_{(n)} - \overline{ba}_{(n)} = \overline{xy}_{(n)}$

  $\rightarrow x + y = n - 1$

  donde $n \geq 3$ y $a > b$
- $\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$

  $\rightarrow x + z = n - 1$

  $y = n - 1$

  donde: $n \geq 3$; $a > c$
- $\overline{abcd} - \overline{dcba} = \overline{xyzw}$

  donde: $a > d$

  $\rightarrow x + y + z + w = 18$ ó 27

Complemento Aritmético

- $CA(N_{(b)}) = \underbrace{100\ldots00}_{k+1 \text{ cifras}}{}_{b} - N_{(b)}$

  Si N tiene k cifras
- $CA(\overline{abcd}_{(n)}) = \overline{(n-1-a)(n-1-b)(n-1-c)(n-d)}_{n}$

PRINCIPALES PRODUCTOS NOTABLES

1

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$
$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

2

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

3

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$
$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

4

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$$
$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

5

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

6

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

7

Si: $a + b + c = 0$. Se verifica que:

- $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$

8 ARGAN'D

$$(x^{2n} + x^n y^m + y^{2m})(x^{2n} - x^n y^m + y^{2m}) = x^{4n} + x^{2n} y^{2m} + y^{4m}$$

$$(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^4 + x^2y^2 + y^4$$

9

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

10 GAUSS

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)[a^2 + b^2 + c^2 - (ab+bc+ca)]$$

SISTEMA DE ECUACIONES

$$E_1 : a_1x + b_1y = c_1$$
$$E_2 : a_2x + b_2y = c_2$$

Por su Solución

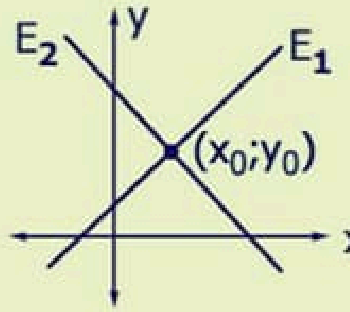
Ecuación Compatible

tienen solución

Determinada

soluciones finitas

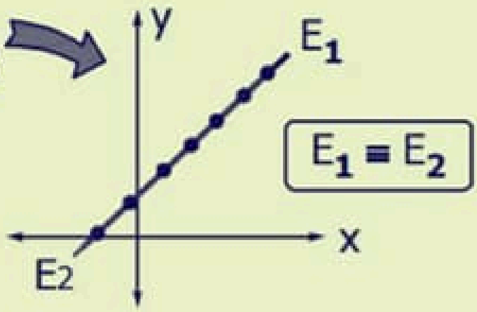
$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$



Indeterminada

infinitas soluciones

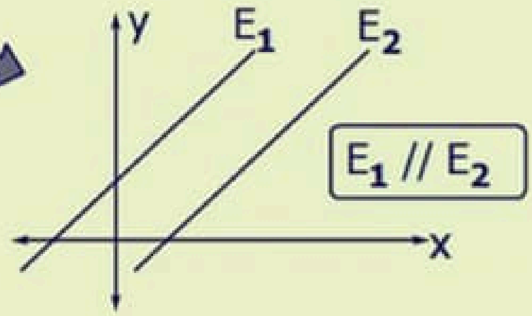
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$



Ecuación Incompatible

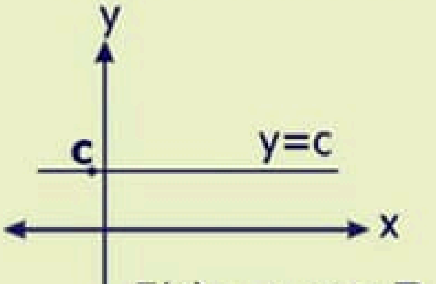
no tienen solución

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$



Funciones especiales

1. Función constante

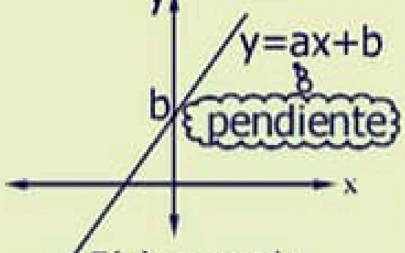


$F(x) = c\ ;\ c \in \mathbb{R}$

$Dom(F) = \mathbb{R}$

$Ran(F) = \{c\}$

2. Función lineal

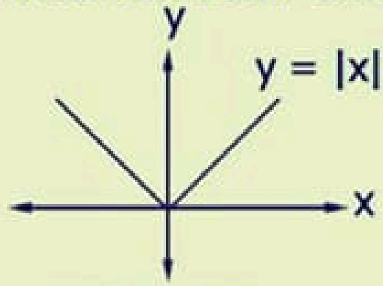


$F(x) = ax+b$

$Dom(F) = \mathbb{R}$

$Ran(F) = \mathbb{R}$

3. Función valor absoluto

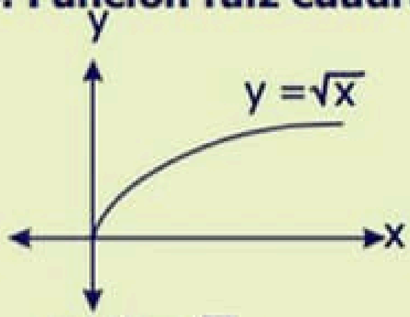


$F(x) = |x|$

$Dom(F) = \mathbb{R}$

$Ran(F) = [0;\infty\rangle$

4. Función raíz cuadrada

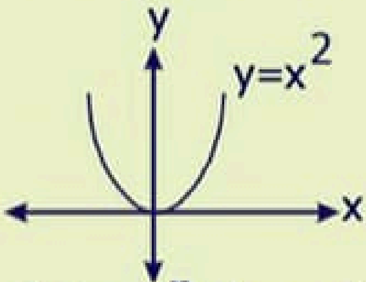


$F(x) = \sqrt{x}$

$Dom(F) = [0;\infty\rangle$

$Ran(F) = [0;\infty\rangle$

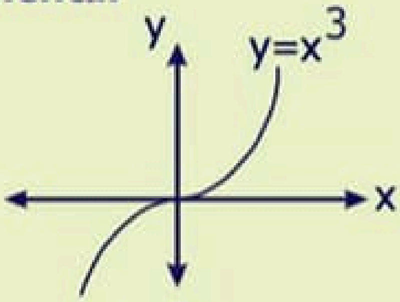
5. Función potencia elemental



$F(x) = x^{n}$ (n=par)

$Dom(F) = \mathbb{R}$

$Ran(F) = [0;\infty\rangle$



$F(x) = x^{n}$ (n=impar)

$Dom(F) = \mathbb{R}$

$Ran(F) = \mathbb{R}$

BINOMIO DE NEWTON

$$(x + a)^{n} = \sum_{k=0}^{n} c^{n} x^{n-k} a^{k}$$

$x;\ a \neq 0$

$n \in Z^{+}$

En el desarrollo de: $(x+a)^{n}$

N° de términos $= n+1$

En el desarrollo de: $(x+a)^{n}$

Σ Coeficientes se obtendrá si: $x=a=1$

$$c_0^n + c_1^n + c_2^n + \ldots + c_n^n = 2^n$$

En el desarrollo de: $(x+a)^{n}$

$T_{k+1} = c_k^n\ x^{n-k}\ a^k$

de izquierda a derecha:

$T_{k+1} = c_k^n x^k a^{n-k}$

"K+1" el lugar

En el desarrollo de: $(x+a)^{n}$

Si "n" par $\quad T_c = T_{\frac{n}{2}} + 1$

Si "n" impar 1er $T_c = T_{\frac{n+1}{2}}$

2do $T_c = T_{\frac{n+1}{2}} + 1$

En el desarrollo de: $(x^{p} + a^{q})^{n}$

Σ Exponentes$= \dfrac{(p+q)n(n+1)}{2}$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Forma

$$ax^2 + bx + c = 0 \; ; \; a \neq 0$$

Fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

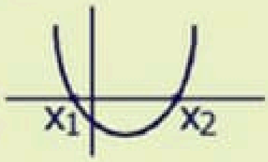
Discriminante

$$D = b^2 - 4ac$$

Análisis de las raices

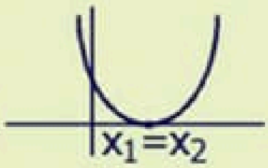
- Si: $D > 0$

2 raíces $\mathbb{R}$ diferentes



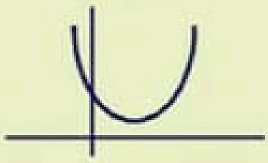
- Si: $D = 0$

2 raíces $\mathbb{R}$ iguales



- Si: $D < 0$

2 raíces $\mathbb{C}$ conjugadas



Propiedades de las raices

Si: $ax^2 + bx + c = 0$

- $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$
- $x_1 . x_2 = \dfrac{c}{a}$
- $x_1 - x_2 = ??$

Recordar:

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1 . x_2$$

Raíces simétricas
(opuestas)

$x; -x \Rightarrow$ suma: 0
$b = 0$

Raíces recíprocas
(inversas)

$x; 1/x \Rightarrow$ producto: 1
$a = c$

Una raíz nula $\boxed{c = 0}$

Dos raíces nulas $\boxed{b = 0 \; ; \; c = 0}$

Reconstrucción de una ecuación cuadrática

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Ecuaciones equivalentes: (Raíces iguales)

Si: $ax^2 + bx + c = 0$
$mx^2 + nx + p = 0$ $\Rightarrow \dfrac{a}{m} = \dfrac{b}{n} = \dfrac{c}{p}$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Multiplicación
$M \times m = P$
M: Multiplicando
m: Multiplicador
P: Producto

División

Exacta	**Inexacta**
$\begin{array}{l\|l} D & d \\ \hline o & q \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$
$D = dq;\ d>0$	$D = dq + r;\ d>r$
Residuo = 0	Residuo = r

Defecto	**Exceso**
$\begin{array}{l\|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} D & d \\ \hline r^{*} & q+1 \end{array}$
$D = dq + r$	$D = d(q+1) - r^{*}$

TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

* $A = \overset{\circ}{B} = B(k)$

Se dice:

- A es múltiplo de B
- A es divisible entre B
- A dividido entre B da residuo cero

* $\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

* $\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

* $\overset{\circ}{n}(k) = \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{k} = \left(\overset{\circ}{nk}\right)$

* $(\overset{\circ}{n})^k = \overset{\circ}{n}$

* $(\overset{\circ}{n} + a)(\overset{\circ}{n} + b)(\overset{\circ}{n} + c) = \overset{\circ}{n} + a.b.c$

* $(\overset{\circ}{n} + r)^k = \overset{\circ}{n} + r^k$

* $(\overset{\circ}{n} - r)^k = \overset{\circ}{n} + r^k$, k: par

* $(\overset{\circ}{n} - r)^k = \overset{\circ}{n} - r^k$, k: impar

* $\left.\begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} \\ N = \overset{\circ}{b} \\ N = \overset{\circ}{c} \end{array}\right\} N = \overset{\circ}{\overline{MCM(a,b,c)}}$

* $\left.\begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} + r \\ N = \overset{\circ}{b} + r \\ N = \overset{\circ}{c} + r \end{array}\right\} N = \overset{\circ}{\overline{MCM(a,b,c)}} + r$

NEUROCIENCIAS