

## 随机过程练习题

## 泊松过程 (1)

By Waiter 2014/12/20

## ➤ 题型 1 计算相关函数和功率谱密度

【2014-10】

设  $N(t)$  为 Poisson 过程，参数为  $\lambda$ 。随机变量  $A \sim N(0, \sigma^2)$ 。考虑随机过程  $X(t)$ ，

$$X(t) = A \cos(2\pi f t + \pi N(t))$$

计算  $X(t)$  的均值和相关函数。

【2007-3】

考虑随机过程

$$X(t) = Z^{N(t)}$$

其中  $N(t)$  是标准 Poisson 过程，参数为  $\lambda$ ， $P(Z=1)=p$ ， $P(Z=-1)=1-p$ ，

且假定  $N(t)$  和  $Z$  统计独立，请计算  $X(t)$  的自相关函数。

【2007-4】

设随机过程

$$Y(t) = X_{N(t)}$$

其中  $N(t)$  是标准 Poisson 过程，参数为  $\lambda$ ， $\{X_n\}$  为独立同分布随机变量，均

值为  $m$ ，方差为  $\sigma^2$ ，请计算  $Y(t)$  的功率谱密度。

提示：

第 1、2 题：令  $N(t)=k$ ，分  $k$  为奇偶讨论，可参考教材第一版 P25 或第二版 P9

第 3 题： $R_Y = E[X_{N(t_1)} X_{N(t_2)}]$ ，分  $N(t_1)$  和  $N(t_2)$  是否相等讨论

➤ 题型 2 泊松过程的和

【2010-3】 男女生到校

假定学校早上7点开门，男生按照强度为 $\lambda$ 的Poisson流到达学校，女生按照强度为 $\mu$ 的Poisson流到达学校，男女生的到达行为相互独立。试计算从7点开始算起，到达学校的头两个学生性别不同的概率。

【2010-5】 两个服务台

假定某银行有两个服务台，张先生到达银行的时候，两个服务台都被顾客占用，且没有顾客在等待。设两个服务台的服务时间分别服从参数为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的指数分布，且不同顾客间的服务时间相互独立，试计算张先生成为三个人当中离开银行最晚的人的概率。

【2008-1】 N 个服务台

假定银行有 N 个服务台，各个服务台为一个顾客服务所需要的时间是独立同指数分布的随机变量，参数为  $\lambda$ 。有 N+1 个顾客同时到达了银行，其中一个顾客为了攒“人品”，主动发扬风格，让其他 N 个人先接受服务，自己等待；当先接受服务的人中有人服务结束离开后，该好心人开始接受服务。试计算，该好心人成为 N+1 个人中最后一个完成服务离开的人的概率。

提示：

第 1、2 题：本质为计算条件概率，可参考习题集第 3 章第 39、40 题的结论

第 3 题：

直观上，由于指数分布具有无记忆性，答案为  $1/N$  (5 分)

本质上，考查顺序统计量，需计算  $P(T_{N+1} \leq \max(T_1, \dots, T_N) - \min(T_1, \dots, T_N))$  (20 分)