

随机过程练习题

泊松过程 (2)

By Waiter 2014/1/5

➤ 题型 3 顺序统计量 (最小值/最大值问题)

【2009-6】

设三台机器组成串行系统，任何一台机器停止工作都会使得系统失效，但是要等到三台机器都停止工作后，系统才开始进行维护修理。假设各台机器的无故障持续工作时间服从参数为 λ 的指数分布，且相互独立。设0时刻为起始时刻，三台机器同时启动开始正常工作。试计算：在某一指定时刻 S ，发现系统已经失效的条件下，系统开始进行维护修理的时刻 T 的分布函数。

【2008-2】

考虑 Poisson 过程 $N(t)$ ，强度为 λ 。设事件间隔为 T_1, T_2, \dots ，令

$$M = \min\{n \mid T_n = \max(T_1, \dots, T_n)\}$$

试计算 $E(T_1 + \dots + T_M)$ 。

【2014-1】

到达公交汽车站的公交车服从参数为 λ 的 Poisson 过程。某乘客到达公交汽车站。记 A 为自上一趟公交车到站时间起，直至当前时刻所经历的时间， B 为自当前时刻起，直到下一趟公交车到站所需的时间。计算 $E(\min(A, B))$ 。

【2009-4】等待时间的和

设某起始车站有快、慢两种车，快车开车的间隔为参数为3的指数分布，慢车开车的间隔为参数为10的指数分布，到达该车站的乘客服从参数为1的Poisson流，且一旦来车，乘客无论车的快慢，全部上车。设快车从起始站到终点站的运行时间为 T_1 ，慢车为 T_2 ， T_1 和 T_2 均为确定常数，且所有顾客均以终点站为目的地。试问： T_1 和 T_2 的差为多大时，才能够使得乘坐快车的乘客的平均花费时间之和小于乘坐慢车的乘客的平均花费时间之和。这里花费时间包括等车时间和运行时间。

➤ 其它

【2009-3】分奇偶讨论

某台机器在运转，无故障持续时间服从参数为 λ 的指数分布；如果出现故障，即刻由修理工进行修理，修理时间也服从参数为 λ 的指数分布；修理好之后即刻重新开始运转，如此循环往复。设各段无故障工作时间与各段修理时间均独立，修理工每修好一台机器得到报酬1元，试计算 $[0, t]$ 内该修理工所得报酬的均值。（这里假定机器从0时刻开始运转）。

【2007-8】

考虑 Poisson 过程 $N(t)$ ，令 T_n 为第 n 次事件发生时刻，给定时刻 t ，设

$$A(t) = t - T_{N(t)}, \quad B(t) = T_{N(t)+1} - t$$

请计算 $A(t)$ 和 $B(t)$ 的分布及其联合分布，判断这两者是否独立。然后请计算

$A(t) + B(t)$ 的均值。

【2014-6】

设跑步者 A、B、C 在操场上跑圈，每圈所用时间分别服从相互独立的指数分布，参数分别为 $\lambda_A = 21$, $\lambda_B = 23$, $\lambda_C = 24$ 。在每次完成一圈时，跑步者会喝一杯或两杯水，喝一杯水和两杯水的概率分别为 $1/3$ 和 $2/3$ ，且跑步者每次喝水之间是相互独立的。假设喝水时间可以忽略。

- (1) 试求在第一个小时内三位跑步者消耗的总水量的平均值（以杯为单位）。
- (2) 试求 A 在 B、C 之前完成第一圈的概率。
- (3) 已知 A 已经跑了 $1/4$ 小时，且 A 正在跑第二圈，试求 A 第二圈所花时间的平均值。