通信与网络期中考试参考答案

第一题：

1、某系统信息速率为 1Mbps，分别采用 BPSK, 4PSK, 4FSK, 16QAM, 16FSK 调制，其信号带宽从高到低排序为。

解答：16FSK > 4FSK > BPSK > 4PSK > 16QAM

第二题：

2、某系统信息速率为 2Mbps，分别采用 16QAM, 16PSK, 16PAM，16FSK（正交频率），QPSK, BPSK 调制，写出它们的误符号率公式和误比特率。

（以下误码率表示均为高 SNR 时的近似值）

16QAM:

双路（总）误符号率：$P_s = \frac{3}{2}Q(\sqrt{\frac{4}{5}\cdot\frac{E_b}{n_0}})$

误比特率：$P_b = \frac{1}{2}P_s = \frac{3}{4}Q(\sqrt{\frac{4}{5}\cdot\frac{E_b}{n_0}})$

16PSK：

误符号率：$P_s = 2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{n_0}\cdot\sin^2(\frac{\pi}{16})}) = 2Q(\sqrt{\frac{8E_b}{n_0}\cdot\sin^2(\frac{\pi}{16})})$

误比特率：$P_b = \frac{1}{4}P_s = \frac{1}{2}Q(\sqrt{\frac{8E_b}{n_0}\cdot\sin^2(\frac{\pi}{16})})$

16PAM：

误符号率：$P_s = \frac{15}{8}Q(\sqrt{\frac{8}{85}\cdot\frac{E_b}{n_0}})$

误比特率：$P_b = \frac{1}{4}P_s = \frac{15}{32}Q(\sqrt{\frac{8}{85}\cdot\frac{E_b}{n_0}})$

16FSK：

误符号率：$P_s = 15Q(\sqrt{4 \cdot \frac{E_b}{n_0}})$

误比特率：$P_b = \frac{8}{15} P_s = 8Q(\sqrt{4 \cdot \frac{E_b}{n_0}})$

QPSK

误符号率：$P_s = 2Q(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}})[1 - \frac{1}{4}Q(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}})] \approx 2Q(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}})$

误比特率：$P_b = \frac{1}{2} P_s = Q(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}})$

BPSK

误符号率：$P_s = Q(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}})$

误比特率：$P_b = Q(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}})$

在高信噪比时为达到相同误比特率所需的 E_b/n_0 从高到低排序为__________________________。

16PAM >16PSK >16QAM> BPSK=QPSK>16FSK

第三题：

3、某种二元序列集：{1011100，0111001，1110010，1100101，1001011，0010111，0101110，0000000}，这 8 个序列有一个特点，即任意两个序列之间 7 个相应位置的比特中都有 4 个不同。在某个传输系统中，针对 8 种可能的待传输消息，分别取这个二元序列集中的一个代表待传消息，即传送相应的二元序列（即当发生第 i 种消息时，传输第 i 个二元序列）。

为了在波形信道中传输，将二元序列逐符号采用双极性码传输，假设收发滤波器设计可以保证在无噪声时采样点无失真，求在 AWGN 信道下误消息率公式（分别以 Es/n0，Eb/n0，Em/n0 为参量，Em 为每个消息所需的信号能量）

计算一个码型错判为另外一个码型的概率为：

$$p(i \to j) = Q\left(\sqrt{\frac{E_{si} + E_{sj} - 2\rho_{ij}\sqrt{E_{si}E_{sj}}}{2n_0}}\right)$$

$$E_{si} = E_{sj} = E_m$$

而相关系数为： $\rho_{ij} = \dfrac{\int_{-\infty}^{+\infty} s_i(t)s_j(t)}{\sqrt{E_{si}E_{sj}}} = -\dfrac{1}{7}$

因此： $p(i \to j) = Q\left(\sqrt{\dfrac{8E_m}{7n_0}}\right)$

因此误消息率为： $p_e = 1 - (1 - p(i \to j))^7$ (每个符号错成另外一个符号的概率相同)

$$p_e = 7p(i \to j)$$

而一个消息由 7 个二进制序列，可以由三个比特表示，因此

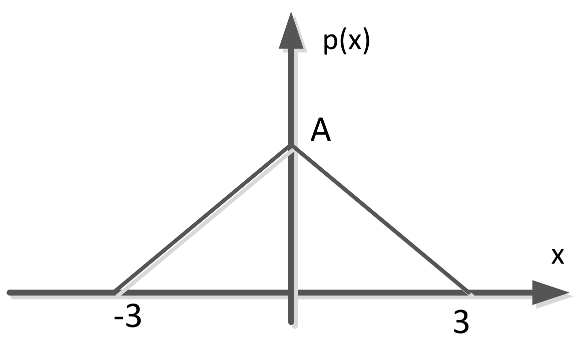
$$E_m = 3E_b = 7E_s$$

将上面的各关系代入即可。

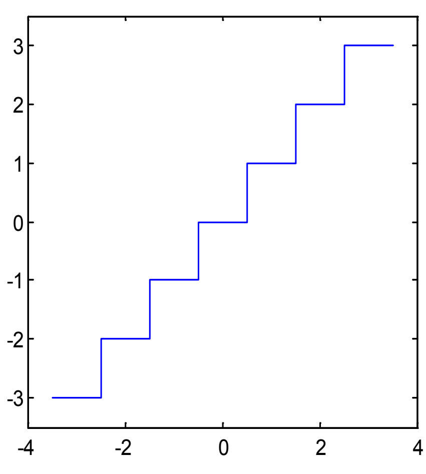
第四题：

4、某信源，平均每秒独立产生 10k 次如下图分布的电平。为了实现对该信源主要信息的传输，在发端需进行量化，量化成-3，-2，-1，0，1，2，3，请画出量化函数 Q(x)，标出最佳判决门限，并计算量化信噪比。求出该信源每秒产生的熵。

已知信道损耗 100dB，只允许使用 10kHz-16kHz 的频带，接收机噪声功率谱密度为-174dBm/Hz，噪声系数 5dB。传输时，考虑滚降系数 0.5 的根号升余弦成形滤波的幅度调制（I，Q 均可利用），那么所需要的最低的发送功率是多少，此时发送的调制电平 I 路和 Q 路各应服从什么分布？



解答：(1)、Q(x)如右下图，



因为概率密度的积分为 1，$\int_{-3}^{3} p(x)dx = 1$ 得 $A = \frac{1}{3}$

量化噪声：$\sigma_q^2 = \int_{-3}^{3} (\mathrm{Q}(x) - x)^2 p(x)dx = \frac{1}{12}$

信号的功率：$S = \int_{-3}^{3} x^2 p(x)dx = \frac{3}{2}$

则量化信噪比：$SNR = \frac{S}{\sigma_q^2} = 18 = 12.55dB$

$P(\mathrm{Q}(x) = -3) = \int_{-3}^{-2.5} p(x)dx = \frac{1}{12}$　　$P(\mathrm{Q}(x) = -2) = \int_{-2.5}^{-1.5} p(x)dx = \frac{1}{9}$

$P(\mathrm{Q}(x) = -1) = \int_{-1.5}^{-0.5} p(x)dx = \frac{2}{9}$　　$P(\mathrm{Q}(x) = 0) = \int_{-0.5}^{0.5} p(x)dx = \frac{11}{36}$

$P(\mathrm{Q}(x) = 1) = \int_{0.5}^{1.5} p(x)dx = \frac{2}{9}$　　$P(\mathrm{Q}(x) = 2) = \int_{1.5}^{2.5} p(x)dx = \frac{1}{9}$

$P(\mathrm{Q}(x) = 3) = \int_{2.5}^{3} p(x)dx = \frac{1}{12}$

信源的熵为 $H(\mathrm{X}) = -\sum P_i \log_2 P_i = 2.3629$，故该信源每秒产生的熵为 $2.3629 \times 10^4 bit$

(2)根据题意可得，带宽 B 为 6k，符号率为 $R_s = \frac{B}{1+\alpha} = 4kHz$

由于 I、Q 均可利用，则信道每秒传输的最大信息量为 $R_s \log_2(1+\frac{S}{N})$,所以 $R_s \log_2(1+\frac{S}{N}) \geq 2.3629 \times 10^4$，解得 $\frac{S}{N} \geq 58.71$

又 $N = (-174+5)\,\mathrm{dBm/\,Hz} \times \mathrm{B} = 7.55 \times 10^{-17} W$

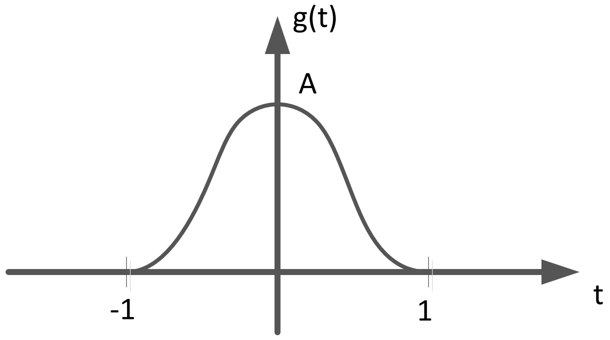
故 $S \geq 58.71N = 4.43 \times 10^{-15} W$，因为信道衰减为 100dB，故要求发送端的功率至少为 $4.43 \times 10^{-5} W$

第五题：

5、某基带传输系统，采用线性幅度调制的方法进行双极性传输(电平序列为独立分布，其中取值+A 和-A 的概率分别为 0.75 和 0.25)，基本脉冲波形如下图所示，为一个完整周期的升余弦波。

(1) 对于符号率 1.5sps, 1sps, 0.75sps, 0.5sps, 0.4sps，哪些符号率可以保证采样点无失真。
(2) 分别针对这些可以满足采样点无失真的符号率，画出该系统发射信号的功率谱，标出关键点的频率，如果有线谱，也请注意标出来。
(3) 如果在接收端采用匹配滤波接收后，经归一化的信号分量幅度仍为+A 和

-A，噪声呈零均值高斯分布，方差为σ^2，写出接收机的最佳判决门限，及此时的误码率公式（用 A 和σ来表示）。



1）1sps, 0.75sps, 0.5sps, 0.4sps

2）$s(t)=(\sum_n a_n\delta(t-nT))*g(t)$

功率谱$S(f)=\left|A(f)\right|\cdot\left|G(f)\right|^2$

其中$G(f)=A\dfrac{S_a(f)}{1-(\dfrac{f}{\pi})^2}$

又$\left|A(f)\right|$是序列$\sum_n a_n\delta(t-nT)$的功率谱，

$\left|A(f)\right|=\mathscr{F}\{R_{nn'}\}=\mathscr{F}\{E(a_n a_{n'}^*)\}$

当$n=n'$时，$R_{nn'}=A^2$

当$n\neq n'$时，$R_{nn'}=\dfrac{1}{4}A^2$

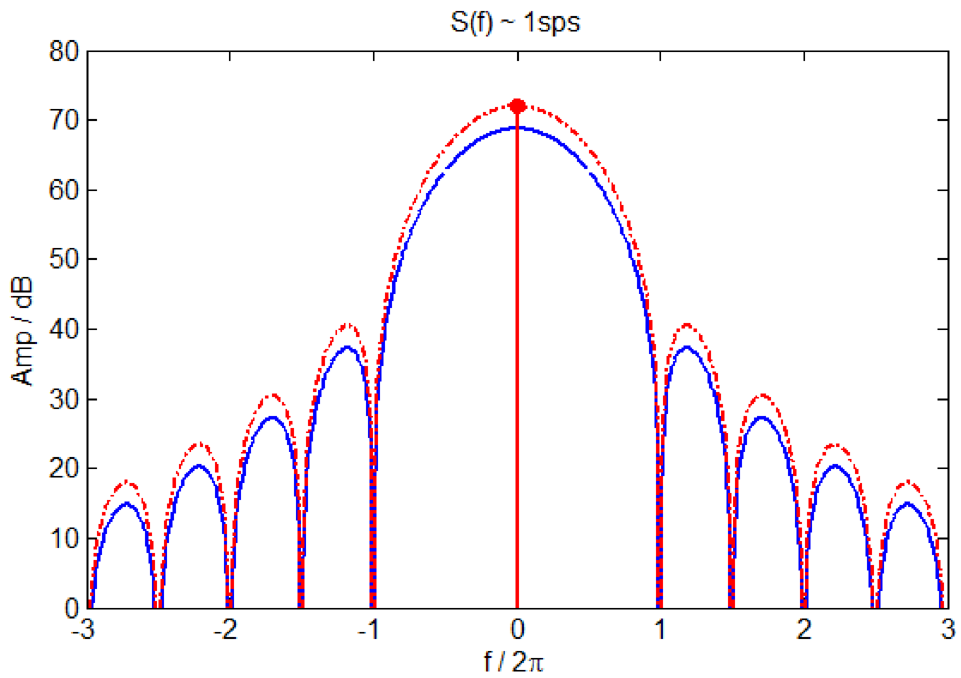
故$R_{nn'}=\dfrac{3}{4}A^2\delta(t)+\dfrac{1}{4}A^2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT)$

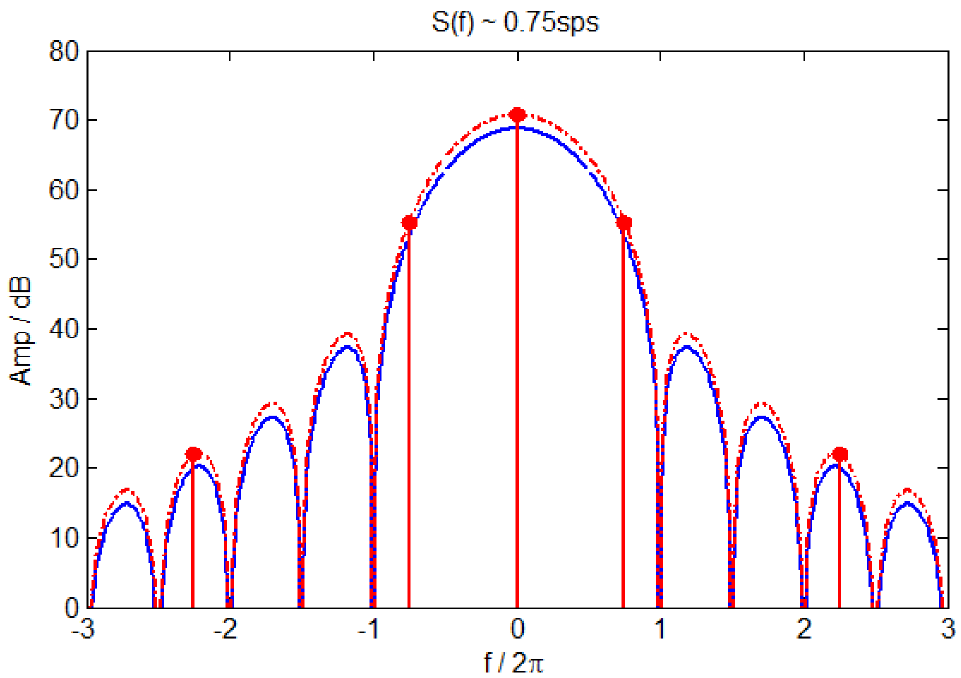
得到$A(f)=\dfrac{3}{4}A^2+\dfrac{A^2}{4}\cdot\dfrac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-n\dfrac{2\pi}{T})$

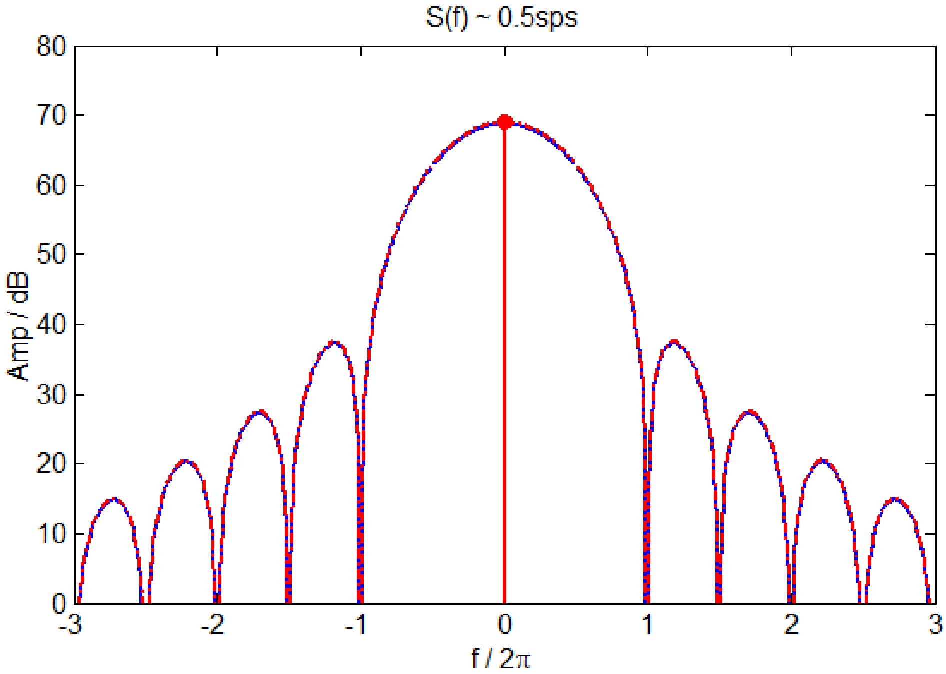
最后得到发射功率为：

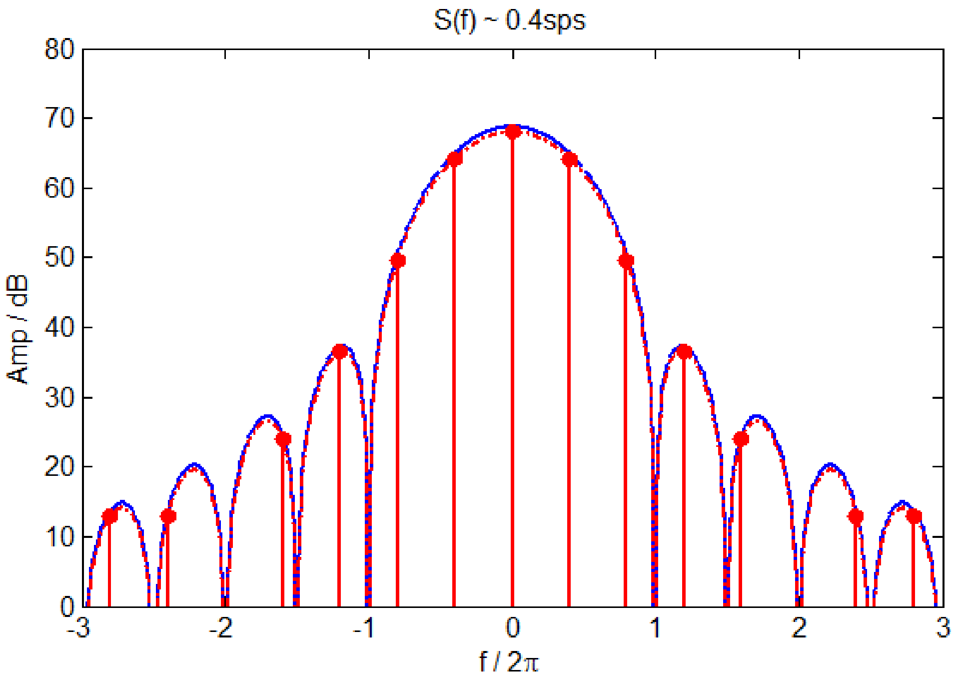
$$S(f)=(A\frac{S_a(f)}{1-(\frac{f}{\pi})^2})^2\cdot(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-n\frac{2\pi}{T}))$$

画图如下，其中蓝线为功率谱，红色点划线为线谱的包络。









3）发送 A 时，接收信号分布是 $P(x \mid a=A)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x-A)^2}$

发送-A 时，接收信号分布是 $P(x \mid a=-A)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x+A)^2}$

最佳判决门限 x_0 要求，$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x_0+A)^2}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x_0+A)^2}$

可得到 $x_0=\frac{-\sigma^2}{2A}\ln 3$

误码率为：

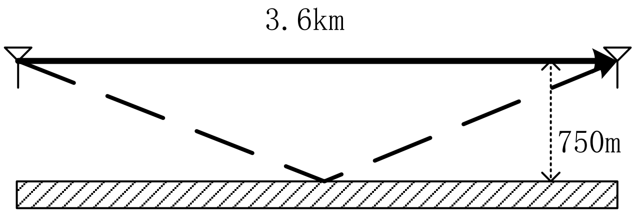
$$P_b=P(x>x_0\mid a=-A)\cdot P(a=-A)+P(x<x_0\mid a=A)\cdot P(a=A)$$

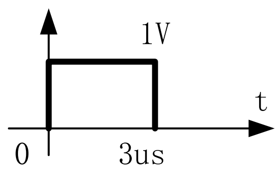
$$=\frac{3}{4}\int_{-\infty}^{x_0}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x-A)^2}dx+\frac{1}{4}\int_{x_0}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x+A)^2}dx$$

$$=\frac{3}{4}Q(\frac{A}{\sigma}+\frac{\sigma\ln 3}{2A})+\frac{1}{4}Q(\frac{A}{\sigma}-\frac{\sigma\ln 3}{2A})$$

第六题：

6、某个无线信道，由于反射路径的存在，接收到的信号是直达波和反射波的叠加，其中直达径的幅度增益为 1.5e-6，反射径的幅度增益为 1e-6，反射径的在通过镜面反射时，发生了相位反转。





（1） 求该信道的冲激响应；（2 分）

直射径的延时为：$\tau_1=\frac{3.6\times10^3}{3\times10^8}=12\mu s$

反射径的延时为：$\tau_2=\frac{\sqrt{\left(1.8\times10^3\right)^2+\left(0.75\times10^3\right)^2}}{3\times10^8}=13\mu s$

所以冲击响应函数为：
$$h(t)=1.5\times10^{-6}\delta(t-\tau_1)-1\times10^{-6}\delta(t-\tau_2)$$
$$=1.5\times10^{-6}\delta\left(t-12\times10^{-6}\right)-1\times10^{-6}\delta\left(t-13\times10^{-6}\right)$$

（2） 如果采用载波传输，载波频率为 6.125MHz，求等效基带信道的冲激响应（写出时域表达式）；（2 分）

$$h_B(t)=h(t)e^{-jw_ct}=1.5\times10^{-6}\delta(t-\tau_1)e^{-jw_c\tau_1}-1\times10^{-6}\delta(t-\tau_2)e^{-jw_c\tau_2}$$

$$=-1.5\times10^{-6}\delta\left(t-12\times10^{-6}\right)+1\times10^{-6}\delta\left(t-13\times10^{-6}\right)e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

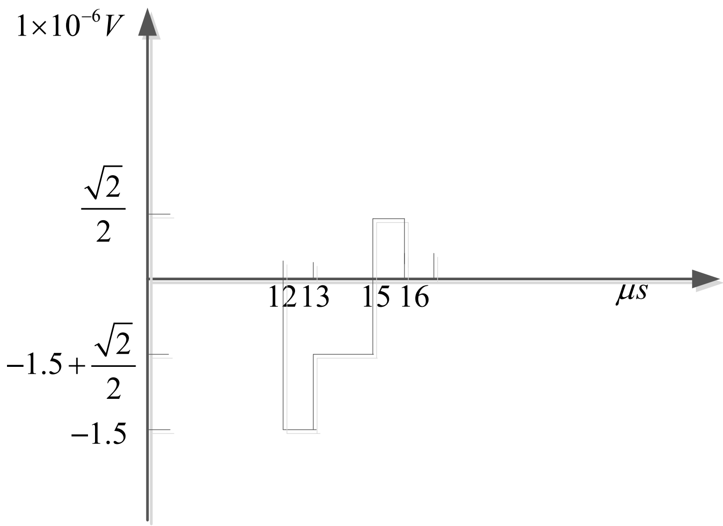
（3） 如果发端基带采用实数方波为基本脉冲波形，双极性调制，幅度为正负 1V。收发天线的阻抗均为 50 欧姆，画出发送正电平符号时，接收符号的

基带波形（时域，实部和虚部），并求接收天线处的接收符号能量；（4 分）

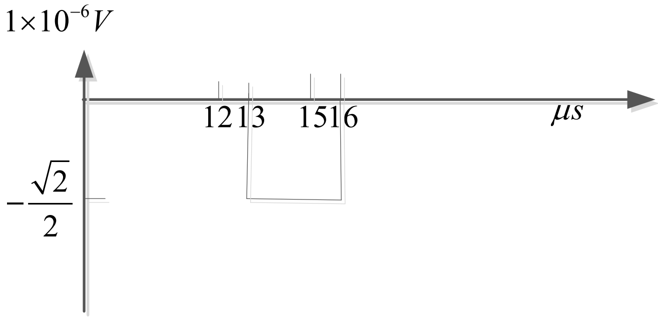
因此是阻抗匹配的。

接收信号为：$y(t)=h_B(t)*s_B(t)$ 因此可以得到如下波形

实部：



虚部：



接收到的能量：

我们可以先计算基带信号的能量，基带信号能量为载波信号能量的二倍

接收波形如上图所示，所以基带接收的能量为：

$$E_B=pT=\frac{v^2}{R}T$$

$$=\frac{\left(-1.5\times10^{-6}\right)^2}{50}\times1\times10^{-6}+\frac{\left(\left(-1.5+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times10^{-6}\right)^2}{50}\times2\times10^{-6}+\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times10^{-6}\right)^2}{50}\times1\times10^{-6}+\frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\times10^{-6}\right)^2}{50}\times3\times10^{-6}$$

$$=1.101\times10^{-19}J$$

因此接收天线处的载波符号能量为：

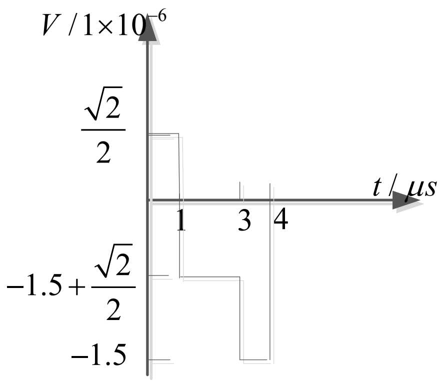
$$E=0.5E_B=5.5\times10^{-20}J$$

（4） 画出能使采样点信噪比最大的基带匹配滤波器冲激响应（实虚部，相对幅度）；（2 分）

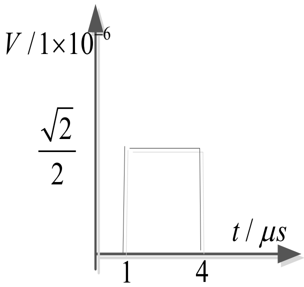
匹配滤波器为：$h_m(t)=K\mathrm{y}(T-t)^*$ 这里取K=1

因此可得波形为：

实部



虚部：



第七题：

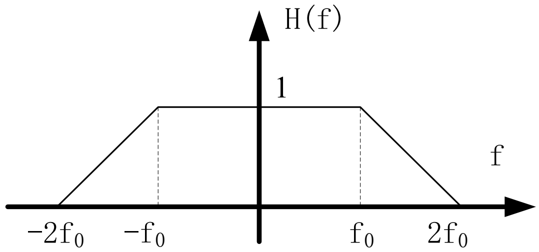
7、某基带传输系统，发送成形滤波、信道、接收滤波的总频响如下图所示（相频特性为线性）。

(1) 请问如下几种符号率中的采用哪些可以保证在采样点无失真？试用作图法说明。

(A) f_0 (B) $1.5f_0$ (C) $2f_0$ (D) $3f_0$ (E) $4f_0$

(2) 除了这些以外，还可以在哪些符号率情况下采样点无失真？

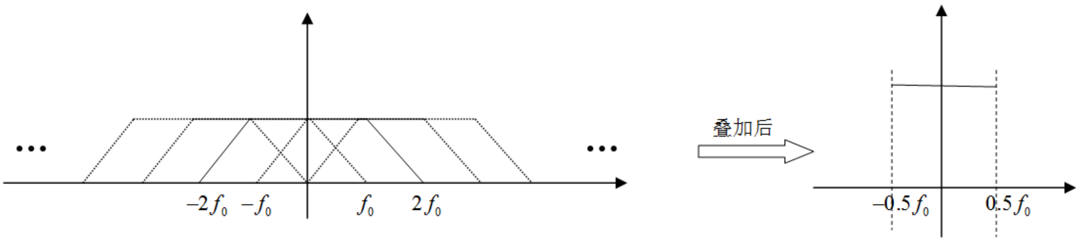
(3) 如果采用 4 电平传输，最高无失真传输比特率为多少？



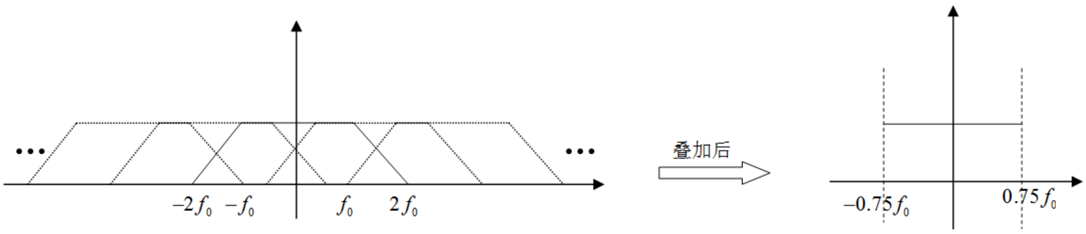
解答：

(1)

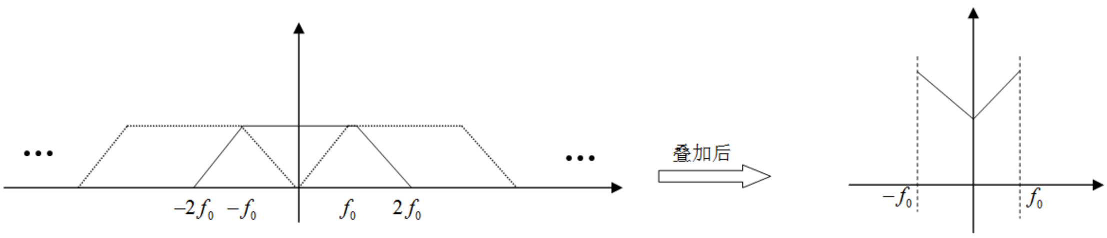
(A) f_0



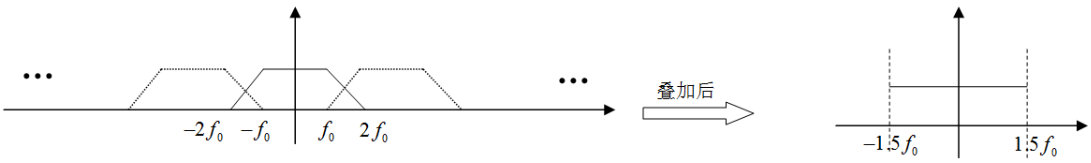
(B) $1.5f_0$



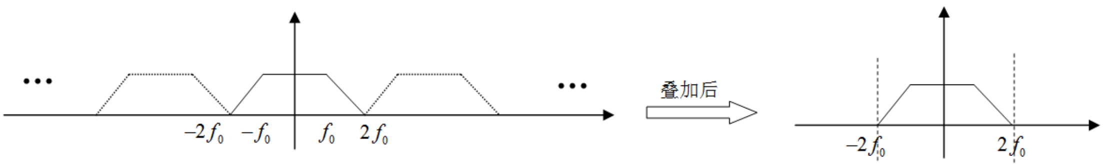
(C) $2f_0$



(D) $3f_0$



(E) $4f_0$



根据上面可得，当 $f_s = f_0, 1.5f_0, 3f_0$ 时，频域是平坦的，故此时可保证采用点无失真。

(2)对 H(f)做傅里叶逆变换得到时域，根据信号与系统的知识，H(f)可以看作两个矩形的卷积，即 $H(\mathrm{f}) = H_1(\mathrm{f}) * H_2(\mathrm{f})$， $H_1(\mathrm{f}), H_2(\mathrm{f})$ 表达式如下：

$$H_1(\mathrm{f}) = \begin{cases} 1 & |f| < 1.5f_0 \\ 0 & \text{other} \end{cases}, \quad H_2(\mathrm{f}) = \begin{cases} \dfrac{1}{f_0} & |f| < 0.5f_0 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

根据傅里叶的性质，时域乘积频域卷积，可得 H(f)对应的时域为

$h(t) = 3f_0^2 \mathrm{Sa}(\pi f_0 t)\mathrm{Sa}(3\pi f_0 t)$

若满足采用点无失真条件，则有 $h(nT_s) = \begin{cases} 常数 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$

所有要求 $f_s = \dfrac{1}{T_s} = \dfrac{3f_0}{k} (k \in N^*)$

(4) 根据上问可得，最大的符号采用率为 $3f_0$，所以最高比特率为 $6f_0$.

第八题：

8、某幅度均匀分布的实数信源，功率谱完全落在 3.2kHz-5kHz 内且平坦，采用带通采样，若想无失真重构，最低需要的采样率为多少？如需要重构波形 SNR 达到 55dB，最少需要多少比特均匀量化？

$f_L = 3.2kHz$，$f_H = 5kHz$，$B = 1.8kHz$

$N = 2$，$M = \dfrac{7}{9}$

最低采样率为：$f_s = 2(f_H - f_L)(1 + \dfrac{M}{N}) = 5kHz$

假设幅度是均匀分布的，$SNR = \dfrac{S}{\sigma_q^2} \cdot \dfrac{f_s}{2B}$

其中 $S = \dfrac{1}{3}V^2$，$\sigma_q^2 = \dfrac{V^2}{3L^2}$

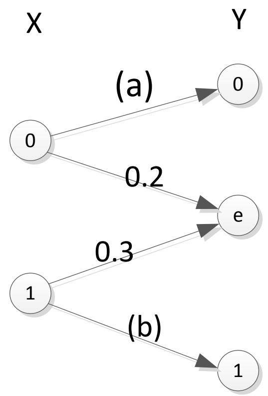
又 $SNR \geq 55dB = 10^{5.5}$

可得 $\log_2 L \geq 8.9$

故至少需要 9bit 的量化

第九题：

9、删除信道是一种比较常见的信道，下图是一种特殊信道的转移概率矩阵。请回答：



（A） 图中括号里 a，b 取值各应为多少？（2 分）

a=0.8，b=0.7

（B） X 的取值等概时，信道的可获得的互信息量为多少？（3 分）

$$
\begin{aligned}
&I(x,y)=H(y)-H(y|x)\\
&=-\sum_i p(y_i)\log(p(y_i))-\sum_i\sum_j p(x_i,y_i)\log(p(y_i|x_i))\\
&=0.757bit
\end{aligned}
$$

（C） X 的取值等概时，给出根据 Y 判决 X 的最佳策略，（2 分）

接收 y 为 0 时判断为 0，接收 y 为 1 时判断为 1，接收为 e 时判断为 1.
因为 x=1 时接收为 e 的概率更大

（D） C 中判决结果为 Z，这样从 X 到 Z 的互信息量为多少？（3 分）

首先计算由 x 到 z 的条件概率

$$P(\mathrm{z}=0|x=0)=0.8, P(\mathrm{z}=e|x=0)=0.2$$

$$P(\mathrm{z}=1|x=1)=0.7, P(\mathrm{z}=e|x=1)=0.3$$

转移概率为：

$$P(\mathrm{z}=0,x=0)=P(\mathrm{z}=0|x=0)P(x=0)=0.8\bullet 0.5=0.4$$

同理可得：

$$P(\mathrm{z}=e,x=0)=0.1，P(\mathrm{z}=1,x=1)=0.35，P(\mathrm{z}=e,x=1)=0.15$$

$$
\begin{aligned}
&I(x,\mathrm{z})=H(z)-H(\mathrm{z}|x)\\
&=\sum_i P(z_i)-\sum_i\sum_j P(x_i,\mathrm{z}_i)\log(P(z_i|x_i))\\
&=0.61bit
\end{aligned}
$$