

2009-2010 学年春季学期概率论与数理统计课程考试要求

2010 年 6 月 10 日

概率论部分

一、随机现象的数学描述和概率论的基本思想

1. 理解描述随机现象的各种概念（随机试验、样本、样本空间、事件及随机变量）以及这些概念之间的相互关系
2. 掌握事件关系和事件的基本运算，了解单调事件列的极限事件。【一般事件列的上下极限不作为考试要求。事件域（或 σ -代数）不作为考试要求。】
3. 掌握概率的基本性质，了解概率的连续性。
4. 理解条件概率的直观含义和数学定义，掌握条件概率在概率计算中的应用（乘法公式、全概率公式、Bayes 公式）。
5. 理解事件的独立性的定义和有关性质。
6. 理解古典概型、几何概型的基本原理。【复杂的排列组合技巧不做要求】

二、随机变量的概率分布

1. 理解随机变量及其概率分布函数的定义，理解随机变量概率分布函数的性质【证明不作为考试要求】，掌握概率分布函数的计算。
2. 理解离散型随机变量、连续型随机变量的定义，掌握概率分布列、概率密度函数及概率分布函数的关系，掌握有关的计算。
3. 理解多维随机变量的定义，理解联合概率分布（分布函数、分布列、概率密度）与边缘分布（分布函数、分布列、概率密度），掌握有关计算。
4. 理解随机变量的独立性的定义和性质，知道判断独立和不独立的方法。
5. 掌握计算随机变量的函数的概率分布的方法：
 - a) 利用概率分布函数；
 - b) 利用函数关系，直接计算概率密度的方法（Jacobi）：一对一（可逆变换）情形；多对一（分段可逆变换）情形。
 - c) 独立和的概率分布。
 - d) 最大值与最小值的概率分布。【其他次序统计量的概率分布不作为考试要求】。
6. 理解条件概率分布（分布函数、分布列、概率密度）的定义和相关计算。【随机和不作为考试要求】

三、随机变量的数字特征

1. 单个随机变量的数字特征
 - a) 数学期望和方差：
 - i. 理解数学期望的定义，理解数学期望的存在性，掌握数学期望的性质和计算。
 - ii. 方差：理解方差的定义和直观含义，掌握方差的性质和计算。
 - iii. 理解如何把随机变量进行标准化改造（期望=0，方差=1）。
 - iv. 理解数学期望和方差的最小二乘含义。
 - b) 原点矩和中心矩。
 - c) 分位数和中位数：理解分布的（下侧）分位数的定义，以及它们在概率分布函数和概率密度函数图像上的直观含义。
2. 涉及多个随机变量的数字特征
 - a) 协方差：理解协方差的定义和性质（对称、双线性、与独立性的关系），掌握协方差的计算

- b) 相关系数：理解相关系数的定义和性质，掌握有关计算。正确理解不相关和独立的联系与区别。知道线性相关系数为 1 或-1 时的含义。
- c) 条件数学期望：理解定义和有关计算，掌握全期望公式。
- d) 【最小二乘法和最佳预测不要求】

四、常见的概率分布

1. 离散型分布

- a) Bernoulli 分布、二项分布：分布列，两个分布之间的关系，期望、方差。
- b) 几何分布：分布列，期望、方差，无记忆性。
- c) Poisson 分布【Poisson 过程（又称 Poisson 流）不作为考试要求】：分布列，期望、方差，Poisson 定理（特殊二项分布的 Poisson 近似）
- d) 了解负二项分布：结合 Bernoulli 试验理解它和几何分布之间的关系，并利用这个关系计算期望和方差。
- e) 了解超几何分布的背景和基本性质。

2. 连续型分布

- a) 均匀分布：一维均匀分布的分布函数、概率密度、期望和方差；多维均匀分布与几何概型的关系。
- b) 指数分布：分布函数、概率密度、期望、方差，无记忆性。
- c) 正态分布：一维正态分布的概率密度、期望、方差、标准化；二维正态分布的概率密度及参数的统计含义。掌握可逆仿射变换下正态性的不变性，正态分布的独立可加性，正态分布随机变量独立性判断等有关结论。
- d) χ^2 分布、t 分布、F 分布：模式化定义（例如，n 个独立的一维标准正态随机

变量的平方和服从自由度为 n 的 χ^2 分布）【概率密度不作为考试要求】

五、极限定理

- 1. （Bernoulli、Chebyshev、Markov、辛钦的）（弱）大数定律，Chebyshev 不等式及其应用，依概率收敛的定义和验证。
- 2. 中心极限定理（独立同分布情形 De Moivre-Laplace, Lindeberg-Levy）及其应用。
【独立不同分布情形的中心极限定理不作为考试要求】

数理统计初步部分

六、数理统计的基本概念

- 1. 总体、抽样、样本、经验分布函数、统计量及其抽样分布、
- 2. 重要的统计量：次序统计量、样本均值、样本方差、样本标准差、样本矩
- 3. 正态总体的重要统计量及其性质，与正态总体有关的重要抽样分布： χ^2 分布，t-分布，F-分布。

七、参数的点估计

- 1. 点估计的常用方法：矩估计、极大似然估计（似然函数、对数似然函数）
- 2. 点估计优良性评判：无偏性，有偏估计的无偏化，无偏估计的有效性（比较方差大小）、相合性（又称一致性）、均方误差

八、参数的区间估计和假设检验不作考试要求