1 设(X_1,X_2)为服从联合高斯分布的随机变量，均值均为0，方差均为1，相关系数为ρ。如果

$$\max_{c_1^2+c_2^2=1} \mathbb{E}(c_1X_1+c_2X_2)^2=1,$$

其中c_1和c_2 为实数，试计算ρ以及$\mathbb{E}(X_1^2X_2^2)$。

2 设(X_1,X_2)为服从联合高斯分布的随机变量，均值均为0，方差均为1，相关系数为ρ。如果将X_1和X_2用极坐标进行表示

$$X_1=R\cos(\phi),\quad X_2=R\sin(\phi),$$

试计算ϕ的密度函数。并利用该密度，计算$\mathbb{P}(X_1X_2>0)$。

3 某台机器在运转，无故障持续时间服从参数为λ的指数分布；如果出现故障，即刻由修理工进行修理，修理时间也服从参数为λ的指数分布；修理好之后即刻重新开始运转，如此循环往复。设各段无故障工作时间与各段修理时间均独立，修理工每修好一台机器得到报酬1元，试计算$[0,t]$ 内该修理工所得报酬的均值。（这里假定机器从0时刻开始运转）。

4 设某起始车站有快、慢两种车，快车开车的间隔为参数为3的指数分布，慢车开车的间隔为参数为10的指数分布，到达该车站的乘客服从参数为1的Poisson流，且一旦来车，乘客无论车的快慢，全部上车。设快车从起始站到终点站的运行时间为T_1，慢车为T_2，T_1和T_2均为确定常数，且所有顾客均以终点站为目的地。试问：T_1和T_2的差为多大时，才能够使得乘坐快车的乘客的平均花费时间之和小于乘坐慢车的乘客的平均花费时间之和。这里花费时间包括等车时间和运行时间。

5 教师不断进行考试以督促学生学习，设考试有三种难度，易、中、难，学生在三种难度考核下答出好成绩的概率分别为0.9,α和0.1。如果学生答出好成绩，教师在下次考试中就会提高难度，反之，会降低难度。如难度无法提高（降低）即保持不变。试计算，充分长时间后，如果教师希望学生们所经历的考试中，中等难度所占的比例不小于70%，那么应该怎样设置其难度，即怎样设置α？

6 设三台机器组成串行系统，任何一台机器停止工作都会使得系统失效，但是

要等到三台机器都停止工作后，系统才开始进行维护修理。假设各台机器的无故障持续工作时间服从参数为λ的指数分布，且相互独立。设0时刻为起始时刻，三台机器同时启动开始正常工作。试计算：在某一指定时刻S，发现系统已经失效的条件下，系统开始进行维护修理的时刻T的分布函数。

7 设ω服从$N(\mu,\sigma^2)$，θ服从$[0,2\pi]$的均匀分布，两者相互独立。试计算随机过程$X(t)=\cos(\omega t+\theta)$的相关函数和功率谱。

8 设$X(t)$是零均值高斯白噪声，功率谱密度为$N_0/2$。试设计一款线性滤波器，使得$X(t)$通过该滤波器后的输出$Y(t)$满足

$$\mathbb{E}(Y(1)Y(3)|Y(2))=CY^2(2),$$

其中C是确定性常数。