

量子与统计期中考试（量子部分）

2007 年 4 月 27 日

整理 By Lester

一、填空，25 分：

- 1、已知电子能量为 $E = \frac{\hbar^2}{8\mu a^2}$ ，求电子德布罗意波长，4 分；
- 2、求一维自由粒子的动量和能量的共同本征函数，4 分；
- 3、氢原子 $n=1$ 时 L_z , L^2 的取值，以及 $n=2$ 时 L^2 的可能取值 4 分；
- 4、求处于本征值为 $p, -p$ 的两个交换反对称一维自由粒子的波函数（不必归一化）4 分；
- 5、波函数的线性叠加，判断谁和谁一样，有差常数倍的，也有差相因子的 4 分；
- 6、算符的对易，判断 5 个说法哪些是对的，5 分。
比如说 (1) S_x, S_y, S_z 一定没有共同的本征函数；(2) S_x, L_z 有共同的本征函数；(3) L_x, L_y, L_z 可以同时精确测量；(4) 有两个粒子处于同一能级，则该能级是简并的；等

注意，少选可得部分分，错选不得分。

二、计算题，75 分：

- 1、利用自旋矩阵写出自旋角动量 S 在任意方向 n (n 为单位向量，长度为 1) 的投影矩阵，计算在 $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ 态下测量 S 的平均值。10 分；
- 2、作业原题， $\Phi = \frac{1}{2} R_{21} Y_{10} + \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21} Y_{1-1}$ 那道，241 页 7.5；12 分；
- 3、给出氢原子的 Φ_{100} 态，求该态下氢原子的最可几半径，10 分；
- 4、一维无限深势阱求解（基态），归一化， $t=0$ 时势垒消失，求其后 t 时刻动量的平均值，20 分；
- 5、微扰理论，173 页 5.3，多一问，考虑 $E_{01}=E_{02}=E_0$ 时（即简并情况下）能量的一级修正。10 分；
- 6、还是微扰理论……还有跃迁几率，考虑一个二能级体系，Hamilton 量 H_0 表示为（能量表象） $H_0 = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{bmatrix}$ ， $E_1 < E_2$ ，设 $t=0$ 时刻体系处于基态，后受到微扰 H' 作用， $H' = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \cos \omega \\ \gamma \cos \omega & \beta \end{bmatrix}$ ，都为实数，求 t 时刻体系跃迁到激发态的概率，并由此证明共振条件。另外，对于 $\omega = \omega_{21}$ 的情况，直接列写薛定谔方程，并求解，与上面的概率相比较。13 分。

总之，杜老师还是比较厚道的。很注重作业和平时的例题，不过不知道明年他教不教了。