

数字信号处理 (A)

2014 年 1 月 17 日

一、简答如下各题 (每题 5 分, 共计 35 分)

- 1、已知一个 LTI 系统的冲激响应为双边序列, 其系统函数为 $H(z) = \frac{1}{(1+0.75z^{-1})(1+2z^{-1})}$, (1) 写出其收敛域并判断该系统是否稳定, (2) 写出一个与该系统具有相同幅频响应的因果系统的系统函数。
- 2、一个类型 2 型的实系数线性相位 FIR 滤波器, 已知其单位脉冲响应的长度为 8 且具有零点 $z_1 = 2$ 和 $z_2 = 1 + j$, (1) 写出该滤波器其他的零点; (2) 写出该滤波器的群延迟。
- 3、给定序列 $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - 4\delta[n-2] + 5\delta[n-3]$, $X(e^{j\omega})$ 为序列 $x[n]$ 的离散时间傅立叶变换, 计算 (1) $\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$, (2) $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \right|^2 d\omega$ 。
- 4、设连续系统的系统函数为 $H_a(s) = \frac{1}{s-s_p}$ 。(1) 利用冲激响应不变法和双线性变换法, 请分别写出其对应的数字滤波器的系统函数 (设 $T = 0.1$); (2) 如果要求变换后得到的数字滤波器是稳定的, 则对原连续系统的系统函数有何要求。
- 5、写出实序列 $x[n] = \sqrt{2} \sin\left(0.15\pi n + \frac{\pi}{4}\right)$ 的希尔伯特变换。
- 6、利用基 2 FFT 处理器来计算两个有限长序列的线性卷积, 其中第一个序列的长度为 54, 第二个序列的长度为 60。(1) 请写出完成上述计算的最合适的 FFT 点数 N ; (2) 按上述点数对序列 $\{x[n], 0 \leq n < N\}$ 进行按时间抽取的基 2 FFT 计算, 第一级蝶形计算中 $x[24]$ 与 $x[m]$ 组成同一个蝶形, 请写出 m 。
- 7、在用 DFT 进行频谱分析时会出现频率泄露和栅栏效应, 请简述产生上述两种效应的原因和相应的改善方法。

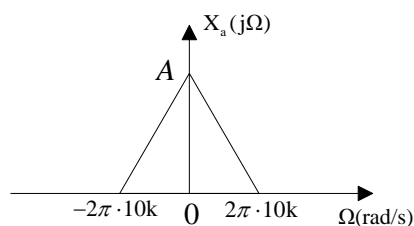
二、(10 分) 已知长度为 $2N$ 的序列 $x[n]$ ($n = 0, 1, \dots, 2N-1$) 的 $2N$ 点 DFT 为 $X[k]$ 。请证明以下 N 点序列:

$$y[r] = x[2r] + x[2r+1], \quad r = 0, 1, \dots, N-1$$

的 Z 变换为:

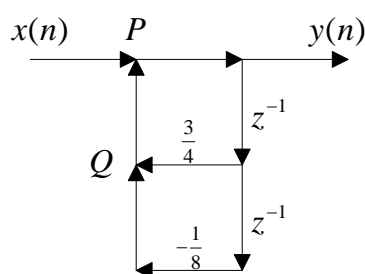
$$Y(z) = \frac{1-z^{-N}}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} X[k] \frac{1+W_{2N}^{-k}}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

三、(15 分) 已知模拟信号 $x_a(t)$ 的频谱 $X_a(j\Omega)$ 如下图所示，



- (1) 写出该模拟信号的 Nyquist 采样频率；
- (2) 以采样率 $f_s = 30\text{kHz}$ 对该信号进行采样得到离散序列 $x[n]$ ，请画出序列 $x[n]$ 的频谱；
- (3) 为降低后续处理的计算量，要求只用一个数字滤波器将序列 $x[n]$ 的采样率转变为 Nyquist 采样频率，请画出采样率转换系统的实现框图，并给出滤波器的设计指标。

四、(20 分) 已知因果稳定的 LTI 系统的信号流图如下所示



- (1) 写出该滤波器的系统函数，画出系统的零、极点分布，粗略画出系统的幅频特性并说明它具有什么滤波特性。
- (2) 如果系统用定点补码表数、乘法计算进行舍入处理，字长取 $(B+1)$ 位 (包括 1 位符号位)，求系统输出的运算量化噪声的功率。
- (3) 为防止溢出需要在 P 点引入压缩比例因子，试采用 l_2 准则计算相应的压缩比例因子。
- (4) 若已在 P 点引入压缩比例因子，是否还需要在 Q 点引入压缩比例因子？为什么？

五、(20 分) 设计一个低通滤波器，该滤波器的理想频率响应为

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \frac{\pi}{4} \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

- (1) 计算该滤波器的理想冲激响应表达式 $h_d[n]$ ；
- (2) 如果用窗函数法设计一个因果的、线性相位 FIR 滤波器来逼近如上的理想系统，请确定该滤波器是四种线性相位 FIR 类型中的哪一种；
- (3) 窗函数选择凯泽窗，要求过渡带宽度为 0.1π ，阻带衰减不小于 61dB，请确定 (a) 滤波器长度，(b) 凯泽窗参数；
- (4) 写出所设计的 FIR 滤波器冲激响应的表达式。