试题参考答案

（A、B 卷通用，注意 A、B 卷的题目标号的不同）

一：

1(A), 2(B).

(1) 非零范围 $0 \le n < 2K-1$　$[0, 2K-2]$

(2) 最大值 K

时刻：$n = K-1$

2(A), 1(B).

$$X\left(e^{j\frac{2\pi}{3N}\cdot 5}\right).$$

3(A), 4(B).

$$\frac{(1-0.5Z^{-1})(Z^{-1}+1.3)}{(1-0.8Z^{-1})(1+0.93Z^{-1})}$$

4(A), 3(B).

希尔伯特变换

$$x_h(n) = 2\sin(0.2\pi n) + \sin(0.7\pi n).$$

$\pm$

一.（续）.

5. $N = 97 + 132 - 1 = 228$.

(1). 为用FFT：选 $N = 256$.

(2). 用FFT的运算量为

$$\left(\frac{1}{2} \times 256 * \log_2 256\right) \times 2 + 256$$

$= \underline{2304}$ 复乘法.

实乘法： $4 \times 2304 = \underline{9216}$.

$\underline{3\times}$ $= 6912$

用直接方法：

$$2\sum_{n=1}^{96} n + (131 - 96 + 1) \times 97$$

$$= 2 \times 96 \times \frac{1+96}{2} + (132 - 96) \times 97$$

$= 132 \times 97 = \underline{12804}$.

FFT精优.

二 (A, B).

由DIF的按频率抽取

$$X(2r)=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1}\left[x(n)+x(n+\frac{N}{2})\right]W_{N/2}^{rn}$$

$$X(2r+1)=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1}\left[x(n)-x(n+\frac{N}{2})\right]W_N^{n}\cdot W_{N/2}^{rn}$$

答案是可以，用以上第二个式子，

$\frac{N}{2}$点DFT的输入表达式为:

$$\left(x(n)-x(n+\frac{N}{2})\right)\cdot W_N^{n}.$$

三(A), 四(B).

1. $$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H(e^{jw})e^{jwn}\,dw$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{3}{4}\pi}^{-\frac{\pi}{4}}(-j)e^{jwn}\,dw+\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi}j\,e^{jwn}\,dw$$

$$=\frac{1}{\pi n}\cos\frac{3}{4}\pi n-\frac{1}{\pi n}\cos\frac{\pi}{4}n$$

2. 凯泽窗.

$A=40$, $\Delta w=0.1\pi$.

$\beta=0.5842(A-21)^{0.4}+0.07886(A-21)$.

$=3.39532$.

(1). $N=(A-8)/(2.285\Delta w)+1$

$=45.5$

$N=46$.

(2): $\beta=3.39532$

(3). $\alpha = \frac{N-1}{2} = \frac{46-1}{2} = \frac{45}{2}$.

$$h(n) = h_d(n-\alpha) \cdot w(n)$$

$$= \left(\frac{\cos\frac{3}{4}\pi(n-\alpha)}{2\pi(n-\alpha)} - \frac{\cos\frac{\pi}{4}(n-\alpha)}{2\pi(n-\alpha)} \right) \frac{I_0\left[\beta\left(1-[(n-\alpha)/\alpha]^2\right)^{1/2}\right]}{I_0(\beta)}.$$

这里 $\beta = 3.39532$.

四(A)，三(B).

(1). $$H(z)=A\frac{1+z^{-1}}{(1-0.8e^{j\frac{\pi}{4}}z^{-1})(1-0.8e^{-j\frac{\pi}{4}}z^{-1})}$$

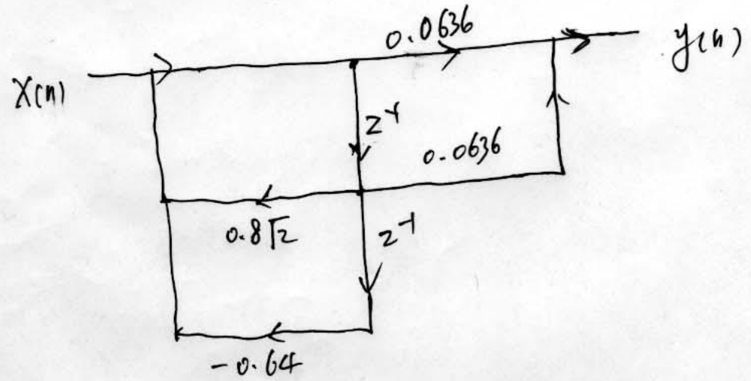
$$=A\frac{1+z^{-1}}{1-1.6\cos\frac{\pi}{4}z^{-1}+0.64z^{-2}}$$

$$=A\frac{1+z^{-1}}{1-0.8\sqrt{2}z^{-1}+0.64z^{-2}}$$

$$H(e^{j0})=A\frac{1+1}{1-0.8\sqrt{2}+0.64}=\frac{1}{4}$$

$$A=0.0636$$

$$H(z)=\frac{0.0636+0.0636z^{-1}}{1-0.8\sqrt{2}z^{-1}+0.64z^{-2}}$$



四(A)、三(B).

(2). 信号功率: $\sigma_x^2 = \frac{1}{2}$

干扰噪声功率 $\sigma_v^2 = \frac{1}{2}(0.12)^2 = 0.072$

量化误差功率 $\sigma_{A/D}^2 = \frac{1}{12}2^{-2B_1} = \frac{1}{12}2^{-22} = 1.9868\times10^{-8}$

信噪比: $= \frac{\sigma_x^2}{\sigma_v^2+\sigma_{A/D}^2} = \frac{0.5}{0.072+1.9868\times10^{-8}} = \underline{6.944}$

用dB表示: $10\log_{10}6.944 = 8.4\,\text{dB}$.

(3). $H(e^{j\frac{\pi}{4}}) = 0.0636\,\frac{1+e^{-j\frac{\pi}{4}}}{(1-0.8e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{4}})(1-0.8e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{4}})}$

$= 0.0636\,\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}-j\sin\frac{\pi}{4}}{(1-0.8)(1-0.8e^{j\frac{\pi}{2}})}$

$|H(e^{j\frac{\pi}{4}})|^2 = 0.21$

$H(e^{j\frac{3}{4}\pi}) = 0.0636\,\frac{1+e^{-j\frac{3}{4}\pi}}{(1-0.8e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{3}{4}\pi})(1-0.8e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{3}{4}\pi})}$

$= 0.0636\,\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}+j\frac{\sqrt{2}}{2}}{(1-0.8e^{-j\frac{\pi}{2}})(1-0.8e^{-j\pi})}$

$|H(e^{j\frac{3}{4}\pi})|^2 = 0.000446$

由于 $|H(e^{j\frac{\pi}{4}})|^2$ 是 $|H(e^{j\omega})|^2$ 的最大值点，

故 $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|H(e^{j\omega})|^2 d\omega \leq 0.21$

$$\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|H(e^{j\omega})|^2 d\omega \leq 0.21$$

因此，A/D 转换误差 $\sigma_{A/D}^2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|^2 < 10^{-8}$ 可忽略.

故：输出信噪比：
$$\frac{\sigma_x^2 \cdot |H(e^{j\frac{\pi}{4}})|^2}{\sigma_v^2 \cdot |H(e^{j\frac{\pi}{4}})|^2} = \frac{0.5\times 0.21}{0.072\times 0.000446}$$

$$= \cancel{1458.3}\ 3269.8$$

用dB表示： $10\log_{10}\cancel{1458.3}\,3269.8 \doteq \cancel{31.6\,dB}\ 35.15\,dB$

(4). 由于量化误差和舍入误差为：

$$\left(2\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|^2+2\right)\sigma_{舍}^2 = \left(2\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|^2+2\right)\frac{1}{12}2^{-2\times 15}$$

$$= \left(2\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|^2+2\right)7.76\times 10^{-11}$$ 可忽略.

故 输出信噪比仍近似为： $\cancel{31.6}$ 35 dB.