概率论 2013 年期末考试题

2017 年 6 月 10 日

1 X_1，X_2 为两个独立的随机变量，分别服从 e^{λ_1},e^{λ_2}, 求 $E(X1|X1 < X2)$。

2 抛一枚均匀的硬币 $n + m$ 次，至少出现一次正面，问第一次正面出现在第 n 次的概率。

3 从编号为 $1 \sim n$ 的卡片任抽一张，记为 k, 再从编号为 1 k 的卡片中任抽一张，记第二次抽出的卡片编号为 X。求 $E(X)$。

4 $X_1 \sim X_{n+1}$ 为 $n + 1$ 个独立同分布的随机变量，其中 $P(X_i = 1) = p;P(Xi = 0) = 1p;$

$$Yi = \begin{cases} 1, & \text{if } X_i + X_{i+1} = odd \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{1}$$

求 $\sum_{i=1}^{n} Y_i$ 的方差。

5 X,Y 独立且都满足 $N(0, 1)$，求 $E((X - 3Y)^2|2X + Y = 3)$。

6 司机在一年发生事故的次数满足参数为 λ 的泊松分布，而 λ 满足 μ 的指数分布，问某一司机上一年不发生事故，今年也不发生事故的概率。

7 有 n 枚硬币，他们正面朝上的概率分别为 $p_1, p_2, \cdots, p_n$。比较下面两种情况第一次出现正面抛掷次数的期望。

1）任选一枚连续抛掷

2）每次抛掷后重新选择硬币

8 联合分布的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ce^{-(x+y)}, & \text{if } 0 \le y < x, x + y < 2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{2}$$

求 C 与 $P(X + Y \ge 1)$。

9 已知

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{ye^{-y(\frac{x^2}{2}+1)}}{\sqrt{\frac{2\pi}{y}}}, & \text{if } x\in R, y>0\\ 0, & \text{elsewhere}\end{cases} \tag{3}$$

求 $Var(X)$。在 y 固定时 x 分布为均值为 0 方差为 $\frac{1}{y}$ 的正态分布；y 的边缘分布为 $\Gamma(2,1)$ 分布。

10 公交站起点站等可能发出 a,b 两班汽车，其中 a 停 m 站，b 停 n 站，车上人数服从参数为 λ 的泊松分布，每名乘客在各站下车的概率相同，如果该站没有乘客下车，则公交车不停站。求一辆从起点站开出的公交车停站的期望与方差。