

清华大学 2007 年信号与系统试题

一、证明解答下面各题

1: 已知系统冲激响应 $h(t)=u(t)-u(t-1)$, 在零状态下输入信号 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(t-n)e^{-3t}$, 求:

(1) 系统输出 $y(t)=?$ 并画出 $y(t)$ 的波形。

(2) $\mathbf{L}[y(t)]=?$

2: 求已调制电视测试信号 $f(t)$ 的傅立叶变换 $F(\omega)=?$ 其中 $f(t)=A\{1+m[(-1+u(t))]\}\cos 2\pi f_c t$, A 和 m 均为常数。

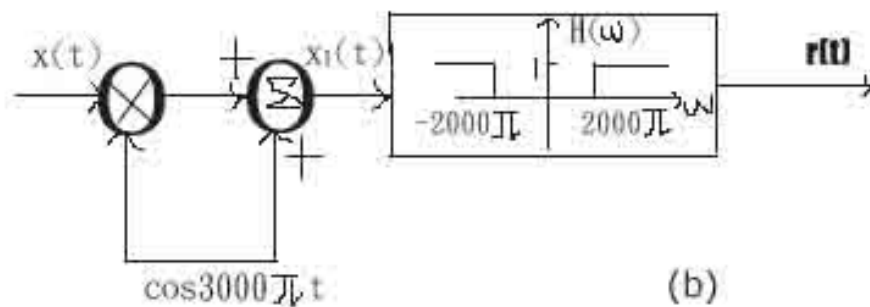
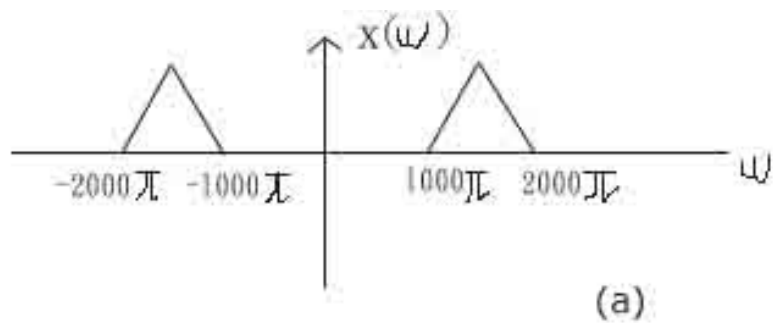
3 已知 $f_1(t)$ 的傅立叶变换为 $F_1(\omega)$, 求 $\int_{-\infty}^{\infty} f_1[2(\tau-1)]d\tau$ 的傅立叶变换 $F_2(\omega)=?$

4 求 $\frac{s+3}{s^2+2s+2}e^{-s}$ 的拉普拉斯变换。

5 已知 $X(Z)$ 为 $x(n)$ 的 Z 变换, 证明 $x^*(n)$ 的 Z 变换等于 $X^*(1/Z^*)$

6 已知 $X(Z)$ 为 $x(n)$ 的 Z 变换, $Y(Z)$ 为 $y(n)$ 的 Z 变换, $R_{xy}(n)$ 是 $x(n)$ 与 $y(n)$ 的互相关函数, $x(n)$ 和 $y(n)$ 为实序列。请证明: $R_{xy}(n)$ 的 Z 变换等于 $X(Z)Y^*(1/Z^*)$ 。

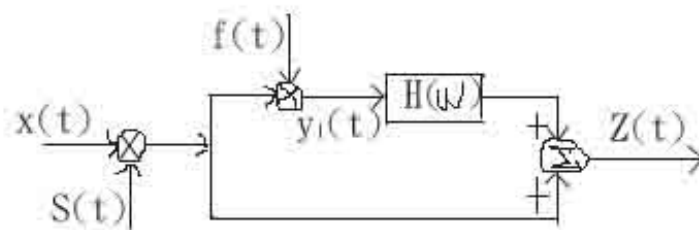
二、某已预调制带通信号频谱 $x(\omega)$ 如图(a)所示, 为传输此信号的发送系统框图如图(b)所示。



请解答：(1) 画出信号 $x_1(t)$ 的信号 $r(t)$ 的频谱 $X_1(\omega)$ 和 $R(\omega)$ 。

(2) 若欲获得预调制前的基带信号，试给出接收端解调方框图，并大致画出关键点信号的频谱。

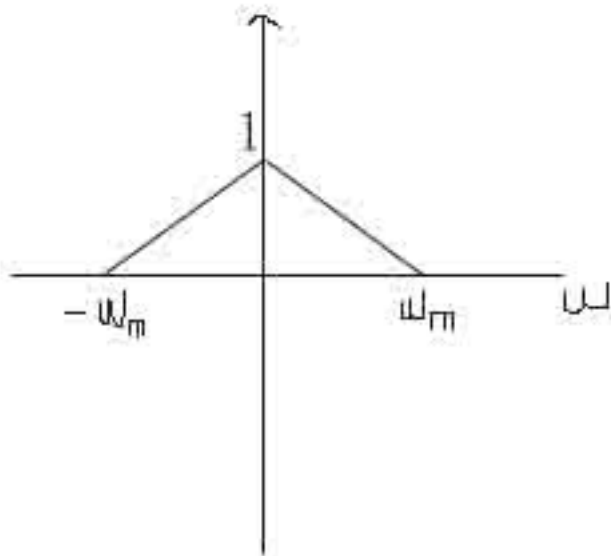
三、考察周期非均匀间隔抽样系统，如图 C 所示。



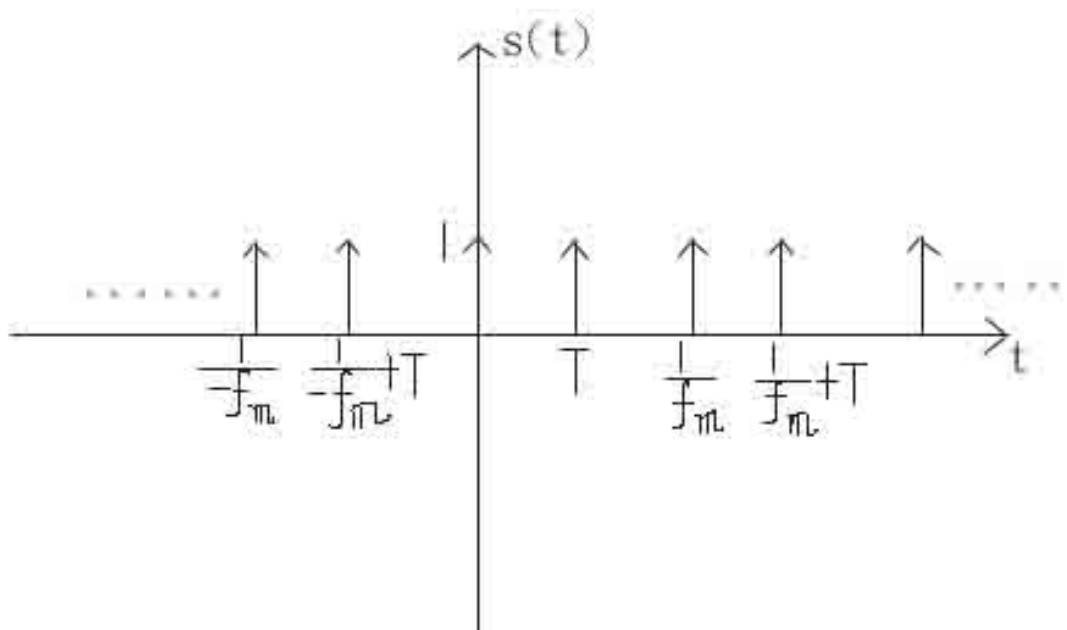
假设 (1) $x(t)$ 是带限的，截止角频率 $\omega_m = 2\pi f_m$ ，其频谱如图 d 所示。

(2) $s(t)$ 是周期非均匀间隔的单位冲激序列，如图 e 所示，其中 $T=1/(4f_m)$ 。

$$(3) \quad f(t)=\cos(\pi t/T), H(\omega)=\begin{cases} j & \omega > 0 \\ 0 & \omega = 0 \\ -j & \omega < 0 \end{cases}$$



(d)



请解答：

- (1) $s(t)$ 的傅立叶变换 $s(\omega)$ 。
- (2) $S(t)f(t)$ 的傅立叶变换。

(3) 试画出 $z(t)$ 在频率范围 $[-2\omega_m, 2\omega_m]$ 内的幅度谱 $|Z(\omega)|$ 。

四、已知时限信号 $x(t) = u(t + \tau) - u(t - \tau)$, $\tau > 0$, $X(\omega)$ 是 $x(t)$ 的傅立叶变换, 今以频域冲

激序列 $\sigma_\omega(\omega) = \omega_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sigma(\omega - n\omega_1)$ 对 $X(\omega)$ 采样, 得到 $X_p(\omega) = X(\omega)\sigma_\omega(\omega)$, 其中,

ω_1 是频域采样间隔。

令 $x_p(t)$ 为 $X_p(\omega)$ 的傅立叶逆变换, 再以时域冲激序列 $\sigma_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sigma(t - nT_s)$ 对

$x_p(t)$ 进行时域采样, 得到 $\hat{x}_p(t) = x_p(t)\sigma_T(t)$, 式中 $T_s \ll \tau$, $T_1 = NT_s$, (N 为正整数),

请回答:

(1) ω 的选择满足频域采样定理, 请确定 ω_1 的选择原则。

(2) 画出 $\hat{x}_p(t)$ 和其傅立叶变换 $\hat{X}_p(\omega)$ 的图象, 并请标明特征点

(3) 写出 $\hat{x}_p(t)$ 和 $\hat{X}_p(\omega)$ 的数学表达式

(4) 上述处理过程中对连续信号进行数值谱分析的基础, 在一般意义下, 若忽略度量化误差和运算舍入误差的影响, 我们能通过 DFT 准确得到原连续谱的等间隔样值吗? 为什么?

五、已知 n 点 DCT, IDCT 定义式

$$x(n) = \begin{cases} x(n) & 0 \leq n \leq N-1 \\ x(2N-1-n) & N \leq n \leq 2N-1 \end{cases}$$

1) 证明 $\hat{W}(k+1/2) \text{DFT}[y(n)] = \text{DCT}[x(n)]$ \hat{W} 下标是 $2N$

2) 证明 $X = (X_1, X_2, X_3 \dots X_N)$ $x = (x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$ X 为 x 的 DCT

$\langle X, X \rangle = K \langle x, x \rangle$ 其中 K 为一常数

六、1: 解释 gibbs 现象, 说明其产生条件, 以及消除该现象的方法。

2: 利用冲激不变法分析 S 平面和 Z 平面的映射关系。

3: 双线性变换是否为可逆变换? 为什么?

4: 阐述线性失真的原因以及消除线性失真的方法。