

# 数字信号处理试题 (A)

2009 秋季学期

## 一. 计算如下各题 (每题 6 分, 共计 30 分)

1. 有两个离散线性时不变 (LTI) 系统, 其冲激响应为  $h_1(n) = h_2(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n < K \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,

两个系统级联构成一个新系统,

- (1) 新系统冲激响应的非零范围?  
(2) 新系统冲激响应的最大值? 最大值对应的时刻? (直接回答, 不必计算)

2. 一个长度为  $N$  的有限长序列, 从 0 时刻起有连续  $N$  个非零值, 该序列的  $Z$  变换为  $X(z)$ ,

对该序列补  $2N$  个零, 做  $3N$  点长度的 DFT, 用  $X(\bullet)$  表示第  $k=5$  的 DFT 系数值。

3. 一个线性时不变的 LTI 系统的传输函数为  $H(z) = \frac{(1+1.3z^{-1})(1-0.5z^{-1})}{(1-0.8z^{-1})(1+0.93z^{-1})}$ , 写出与该

系统具有相同幅频响应的最小相位系统的传输函数。

4. 一个实信号  $x(n) = 2\cos(0.2\pi n) + \cos(0.7\pi n)$ , 为得到一个复解析信号, 求  $x(n)$  的希尔伯特变换。

5. 用基 2 的 FFT 处理器做线性卷积和运算, 参与运算的两个信号第一个长度 97, 第二个长度 132, 均为实信号, 对该问题, (1) 选择多长的 FFT 点数是合适的? (2) 统计实数乘法运算次数并与直接卷积求和比较运算量 (假设第一个信号的 DFT 预先做好, 不需要实际统计其运算次数)。

二. (10 分) 一个长度为  $N = 2^m$  的序列  $x(n)$ , 做  $N$  点 DFT, 如果我们只需要计算 DFT 的奇数序号值, 即  $X(1), X(3), \dots, X(N-1)$ , 能否用一个  $N/2$  点的 DFT 处理器进行计算? 如果可以, 请写出  $N/2$  点 DFT 处理器的输入序列的一般表达式。

三 (20 分). 设计一个带通希尔伯特滤波器, 该滤波器的理想频率响应为

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} j & \pi/4 \leq \omega \leq 3\pi/4 \\ -j & -3\pi/4 \leq \omega \leq -\pi/4 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

1. 计算该理想希尔伯特滤波器的冲激响应表达式  
2. 如果用窗函数法设计一个可实现的因果线性相位的 FIR 滤波器来逼近如上的理想系统, 选择凯泽窗, 使得过渡带的宽度为  $0.1\pi$ , 阻带衰减不小于 40dB, 求 (1) 滤波器长度, (2) 凯泽窗参数; (3) 写出设计的 FIR 滤波器冲激响应的表达式。

四. (20 分) 有一个输入信号为  $x(n) = \cos(\frac{1}{4}\pi n) + 0.12\cos(\frac{3}{4}\pi n)$ , 其中第一个余弦分量是有用信号, 第 2 个余弦分量是干扰噪声, 该信号经过一个 IIR 滤波器, 滤波器传输函数的两个极点分别是:  $z_{1,2} = 0.8e^{\pm j\pi/4}$ , 一阶零点位于  $z_o = -1$ , 且其频率响应在零频率点的取值  $H(e^{j0}) = 1/4$ ,

- (1) 求出系统的传输函数，用直接 II 型实现，画出其实现流程图；
- (2) 输入信号是由 12 位 AD 转换器转换而来，其中 1 位符号位，11 位有效位，采用二进制补码表示，求滤波器输入端的信噪比；
- (3) 假设不考虑系统实现的有限字长效应，求输出端的信噪比。
- (4) 假设系统用 16 位定点二进制补码表示和运算，其中 1 位符号位，15 位有效位，在考虑舍入误差的情况下，求输出信噪比（不考虑溢出和压缩比例因子）。

**五. (20 分)** 在通信和雷达系统中，经常需要将已调制的高频实信号采集为复信号，称为 I/Q 采样。图 1 是一种典型的实现方案，共有 6 个模块组成，模块序号从左向右。图中标出了模块 2—6 输出信号的表示符号，（题目后面需要表示频谱时，用相应大写字母表示）。图 2 是输入连续实信号的频谱示意图，其中  $\beta$  表示有效频带宽度。

6 个模块说明如下：

模块 1：连续域乘法器；

模块 2：连续信号的带通滤波器，中心频率分别为  $\pm 0.625\beta$ ，正负频带的通带宽度均为  $\beta$ ；

模块 3：用  $2.5\beta$  的采样率对连续信号采样，得到离散信号（不考虑量化误差）；

模块 4：离散域乘法器，用  $j^n$  与  $\tilde{x}(n)$  相乘；

模块 5：数字低通滤波器，通带频率  $-0.5\pi$  至  $0.5\pi$ ，假设通带内频谱无失真；

模块 6：降 2 倍采样率（实部、虚部均降采样率 2）。

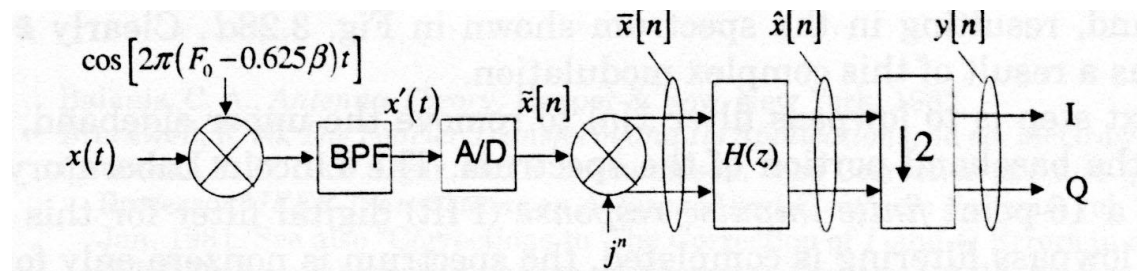


图 1

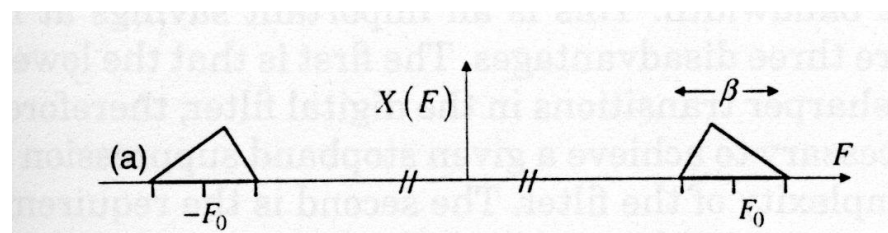


图 2

1. 求出模块 4 离散域乘法器（用  $j^n$  与  $\tilde{x}(n)$  相乘）输入输出之间的频域关系（用 DTFT 表示）
2. 按照题目各模块的说明，画出模块 2 至模块 6，各模块输出的频谱图，注明关键点的值（中心频率，端点频率）。

（注：该结构是由 MIT 林肯实验室于 1995 年提出的一种 I/Q 方案，图中，模块 4 至模块 6 的输出为复信号，只需画出复信号的频谱示意图，不需要分别考虑实部和虚部）