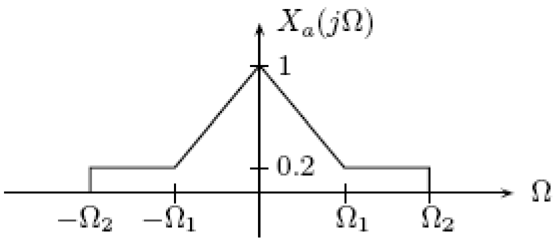
清华大学 2008 秋季学期

数字信号处理试题（A 卷）

1. 计算或回答以下各题（每题 6 分，总 24 分）

（1）已知连续信号 $x_a(t)$ 的傅立叶变换如下图所示



其中 $\Omega_1 = 2\pi \times 5000$,$\Omega_2 = 2\pi \times 10000$ ，现用 10kHz 对其进行采样，得到离散信号 $x[n]$，画出其离散信号傅立叶变换 DTFT 的图形，标出关键点的值（关键点的幅度值、角频率值）。

（2）已经设计的滤波器传输函数为 $H(z)$，单位抽样响应为 $h[n]$，进行 $z=-Z^2$ 变换，得到新的滤波器 $H_1(Z)$，单位抽样响应为 $h_1[n]$。用 $h[n]$ 表示 $h_1[n]$；若 $H(z)$ 是对应截止频率为 $\pi/3$ 的理想低通滤波器，画出新滤波器的幅频响应的图形（画出 $[-\pi,\pi]$ 之间的图形），标出关键频率点的值（即截止频率的位置）。

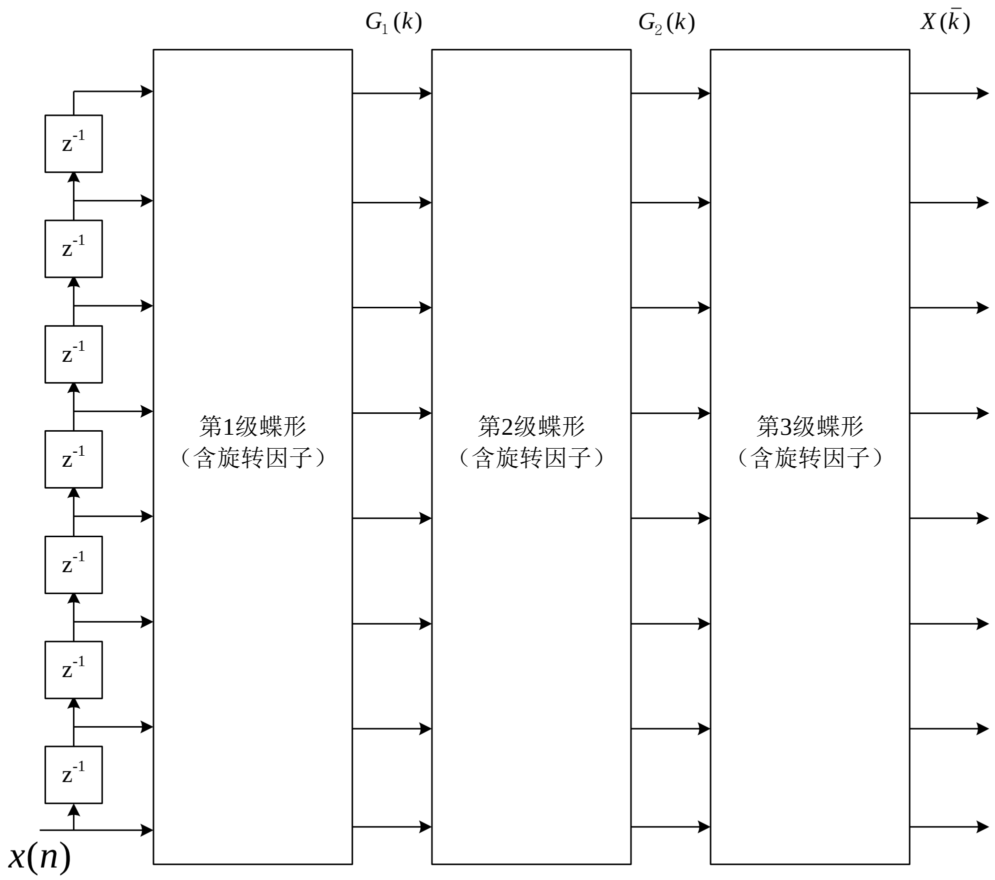
（3）已知一个系统的传输函数是 $H(z)=\dfrac{z^{-1}(1+5z^{-1})}{1-\dfrac{1}{3}z^{-1}}$，求一个传输函数形式为 $G(z)=\dfrac{d+cz^{-1}}{1+bz^{-1}}$，且与 $H(z)$ 有相同的幅频响应的最小相位系统的传输函数并画出系统流图。

（4）一个有五个非零系数的线性相位因果 LTI 数字 FIR 滤波器，已知其中一个零点是 $0.8e^{j\frac{3}{4}\pi}$，求其单位抽样响应。

2.（10 分）已知连续时间信号 $x_a(t)=e^{j\left(\sqrt{2}\pi t+\varphi_0\right)}$ 为复单频信号，现以 T 为周期对它进行采样得到离散序列 $x[n]=e^{j\left(\sqrt{2}\pi nT+\varphi_0\right)}$，对该序列作 N 点 DFT 得到 N 个变换系数。如果要使得 DFT 的 N 个变换系数只有一个不为零而其它全部为零，T 和 N 应满足什么条件？为什么？

3.（10 分）有一个 FIR 滤波器，冲激响应长度为 56，均为实数值，该滤波器过滤一个实值长信号，用 256 点按基 2 分解的 FFT 程序做处理（W_N^0 等旋转因子都计入乘法次数），采用重叠保留法。给出长信号的分段方法，和结果的拼接方法。假设用 DSP 处理器处理该任务，处理器完成一次乘法需要一个时钟周期，假设编程技巧足够好，数据存取和加法均不需要额外指令，只需考虑乘法次数。若信号是按 1MHz 采样获得的，为完成实时处理，需要处理器 MIPS 值至少多大？并与直接卷积方法需要的 MIPS 数进行比较。（注：MIPS 指处理器每秒执行的兆时钟周期数）

4.（12 分）一个 8 点的 FFT 处理器，采用标准基 2 按频率抽取的蝶形结构，输入信号按下图最左侧第一列的方式通过滑动网络输入信号到 FFT 处理器输入端后，由处理器进行 FFT 运算，输入信号可以为任意复数值，输入按顺序，输出按逆序排序，输出序号 $\bar{k}$ 表示逆序。为了使得处理器能够判断可能的故障，从中间蝶形中，抽出一些端子用于芯片测试，假设第一级蝶形的输出按从上到下顺序记为 $G_1(k), k=0,1,\cdots,7$，第二级蝶形按同样顺序记为：$G_2(k), k=0,1,\cdots,7$，将 $G_2(3), G_2(6)$ 抽出，



（1）输入信号用 $x(n), n=0,1,\cdots,7$ 表示，写出 $G_2(3), G_2(6)$ 的表达式。

（2）假设有错误发生在输入信号的接入端，这里“输入信号接入端”指的是由延迟单元输

出接入到第 1 级蝶形输入端的通道，需判断是哪个输入信号的接入端发生错误。假设该系统是这样工作的：由 FFT 的时钟电路，控制外部采集信号以数据流的形式从外部进入滑动输入网络，从 $x(0)$ 开始，连续滑动 8 次，由 $x(0), x(1), \cdots, x(7)$ 形成第 1 组输入，然后进行一次完整的 FFT 运算，得到 8 个 DFT 变换系数。然后，外部信号继续由时钟控制向上滑动 K 次，形成第 2 组输入信号，再进行第 2 次完整 FFT 运算。系统工作过程依次方式重复进行。本题中，假设 K＝8，即进行 FFT 运算的相邻两组输入没有重叠。试说明通过 $G_2(3), G_2(6)$ 端子测试，用至多两组输入一定可以找出哪条接入端发生了错误，并给出一种能够完成这种测试的输入信号的例子。（为使问题简单，假如某一接入端发生错误，则其实部和虚部均出错，因此，只要判断出哪个接入通道的实部或虚部发生错误，即可完成判断）

5. （20 分）有一实离散时间信号 $x(n)$，其 DTFT 在 $[\frac{\pi}{3}, \pi]$ 区间为零，该离散时间信号有若干点因存储器损坏而被破坏，但发现 $n = 3m$ 的点都保持正确值，这里 m 是任意整数。

（1）设计一个用多采样方法实现已毁坏信号重构的方法。画出实现该功能的系统结构框图，说明其中理想滤波器的技术指标。写出从输入到输出的时域表达式。

（2）如果采用 FIR 结构因果线性相位滤波器逼近理想滤波器，要求在相应于理想滤波器的截止频率点上，幅度衰减不高于 1%，过渡带不大于 0.05π，阻带内衰减达到 40dB，用 Kaiser 窗方法设计该滤波器，确定

（a）滤波器冲激响应非零值长度

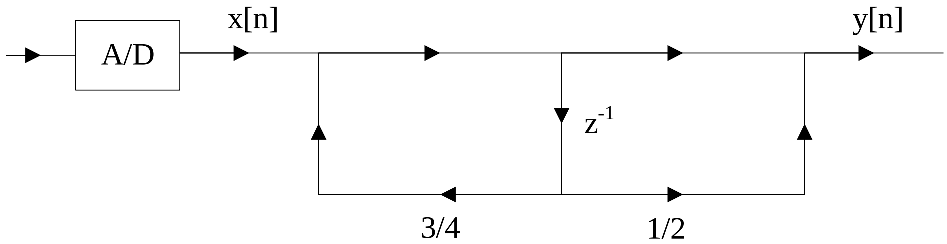
(b) 写出冲激响应表达式

（3）用多相结构实现系统中的插值部分，画出多相结构实现的框图，若原信号是用每秒 1MHz 采样所得，比较直接实现和多相实现对处理器每秒处理的乘法次数和加法次数的要求。

6.（18 分） 如下图所示系统，AD 转换器输出送入数字滤波器，已知 AD 转换的有效位是 12 位（1 个符号位，11 位数据位），AD 输出端信号与量化噪声比为 60dB，信号经过数字滤波器，数字滤波器是 16 位运算（1 位符号位，15 位数据位），

（1）考虑数字滤波计算的舍入误差后，求输出信噪比。（假设信号与量化噪声有类似统计特性，相邻取值不相关，是白化的）

（2）为了不使得系统运算过程产生溢出，给出 AD 变换器输出端 $AD_0 \sim AD_{11}$ 与系统输入端数据总线 $D_0 \sim D_{15}$ 的合理的连接方式。（注意，为了符合总线表示的规范，设最高位为符号位，D_{15} 和 AD_{11} 是符号位，D_0 和 AD_0 是最低有效位，数据总线和 AD 转换器表示的数据都是归一化的，即均表示 $[-1, 1)$ 范围内的数值。）



7.（6 分）开放性叙述题

把数字系统嵌入到模拟信号的通路中完成信号处理任务引入了哪些问题？为什么尽管存在这些问题，数字信号处理技术还是得到了广泛应用？

数字信号处理试题（A 卷）

姓名________________学号_______________成绩__________

一.（15 分）回答如下问题

1．用 FFT 方法测量信号频率（有按时间抽取的基 2FFT 处理器模块），设采集到 150 个数据，希望频率测量精度达到至少千分之一，如何做？

2．用 FFT 对连续信号做谱分析，要求频率分辨率 △F≤5Hz，如果采用的采样间隔 T_s=1ms

试确定：① 最小信号采集持续时间；② 允许处理信号的最高频率；

③ 在一个记录中的最少点数。

二. (15 分)已知 x(n)是 N（N=偶数）点的有限长序列，它的 DFT 是 X(k),

1．如果由 X(k)中所有奇次谐波组合成新的 $\frac{N}{2}$ 点频谱 $X_1(r)$(即 $X_1(r)=X(2r+1)$，$0\leq r\leq \frac{N}{2}-1$)，试推导：

$x_1(n)$= IDFT[$X_1(r)$]（$0\leq n\leq \frac{N}{2}-1$）与原序列 x(n)的关系？

2．根据以上的推导，问对 x(n)经过怎样的预处理，就可以用 $\frac{N}{2}$ 点的复数 FFT 模块得到 X(k)中全部的奇次谐波频谱，画出处理的流程框图（以 N=8 为例画图）。

三.（15 分） 一个长度为 9 的序列，按 3*3 的时间抽取进行 FFT，推导它的按时间抽取方式分解的原理表达式，画出完整的蝶形图，分析其乘法运算量（其中，乘以 $\pm 1, \pm j$ 不计作一次乘法），比较它与直接补零用 16 点分裂基的运算量（使用分裂基算法时，不考虑一些输入信号是否是由补零产生）。

四.（15 分）证明题

1. 对巴特沃思滤波器，试证明：在滤波器的阻带内（$\Omega \gg \Omega_c$）幅频特性的下降速度近似是 －20N（dB/十倍频程），其中 N 是滤波器的阶数；
2. 对线性相位 FIR 滤波器，试证明：若 h(n)满足奇对称条件(即 h(n)=－h(N-1-n))，且 N=奇数，则 H(z)在 z=±1 处必为零点。

五.（20 分）如果一个滤波器的冲激响应是 $h(n)=\begin{cases}1 & ,0\le n\le 15\\ 0 & ,others\end{cases}$，

1．求它的频率响应 $H(e^{j\omega})$，大致画出频率响应的草图，如果定义频率响应的峰值到第一个零值点的距离为带宽，该滤波器的带宽为多大？

2．要求以 $H(e^{j\omega})$ 为基础，设计多通带滤波器，在 $[0,2\pi]$ 范围内，各通带中心为 $\omega_i=\frac{\pi}{3}k \quad k=0,1,\cdots,6$，每个通带形状与 $H(e^{j\omega})$ 一致，但带宽是 $H(e^{j\omega})$ 的约六分之一，求该滤波器的冲激响应 $h_1(n)$。

3．在 2 中滤波器的基础上，求一个新的滤波器，频率中心比 2 中滤波器向右平移 $\pi/12$，求该滤波器的冲激响应 $h_2(n)$。

（2、3 的滤波器称为梳状滤波器）

六．(20 分) 已知一数字系统用差分方程：y(n)=x(n)－x(n-1)+0.64y(n-2)描述

1. 画出系统的零、极点分布，粗略画出系统的幅频特性；说明它具有什么滤波特性？
2. 画出系统直接形式Ⅱ型结构流图，回答下列各问：
   (1) 如果系统用定点补码表数、舍入处理，字长取（B+1）位（包括 1 位符号位），求系统输出的运算量化噪声；
   (2) 如果系统输入信号为：$x(n)=2\cos\frac{\pi}{6}n$，求系统输出端的信号功率与量化噪声功率之比（即 $\frac{S}{N}$）；