第一章

1、时域离散信号

- 因果序列和稳定序列

2、z 变换

- z 变换的收敛域：有限长序列、右边序列、左边序列
  因果序列和稳定序列
- z 变换的性质：移位性质、初值/终值定理（因果序列才有意义）
- 同学们经常写错的 z 变换：$x^*(n)\leftrightarrow X^*(z^*)$，$a^n u[-n-1]\leftrightarrow -\dfrac{1}{1-az^{-1}}$

3、DTFT

- 单位圆上的 z 变换；时域 n <—> 频域ω，以2π为周期的函数，主要考虑区间$[-\pi,\pi)$；
- 性质：卷积定理中的积分区间$[-\pi,\pi)$（作业题 1.21(4)、1.26）
- 共轭对称分量和共轭反对称分量，及其与变换域实、虚分量的关系。DTFT 的对称性质。表 1.4.1；

  例如：$x(-n)\leftrightarrow X(e^{-j\omega}),x^*(-n)\leftrightarrow X^*(e^{-j\omega})$
- 周期函数的 DTFT 及几个重要的关系

  $$\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{-j\omega n}=\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} 2\pi\delta(\omega-2\pi k)$$

  公式（1.4.45）、（1.4.48）、（1.4.58）

  $$x(n)=x_1(n)*\sum_{r=-\infty}^{r=\infty}\delta(n-rN)$$
  $$\leftrightarrow\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}X_1(e^{j\omega})\delta\left(\omega-\frac{2\pi}{N}k\right)$$

  时域连续信号进行周期化对应频谱的离散化。傅里叶级数，用无限个频率表征时域连续的周期信号。
- DTFT 的重要意义在于导出 DFS，即利用频域中有限的 N 个系数来表征时域离散的周期信号。
- 因果序列的偶/奇对称分量，公式（1.4.56）、（1.4.57）

4、时域离散系统

- 线性、时不变系统（$-n_0$ 运算作用于$x(\bullet)$上，而不是自变量 n 上）。
- 系统的因果性与序列的因果性
- 时域离散系统的表示
  - 时域表示：差分方程
  - 变换域表示：z 变换、DTFT。常用 z 变换表示和分析离散系统。
- 两类重要的系统：全通系统与最小相位系统（作业 1.35、1.37）
  - 全通系统：$\dfrac{z^{-1}-z_p^*}{1-z_p z^{-1}}$，注意其零点必在单位圆的外面

■ 最小相位系统：所有零点在单位圆内

■ $H(z)=H_{min}(z)\bullet H_{ap}(z)$的证明过程

➢ 离散系统的零/极点：有限长、实、因果系统的零点为实数或共轭复数（结合后面的 FIR 滤波器）

5、时域连续信号的采样（连续信号的时域离散化）

➢ $x(n)=x_a(t)\big|_{t=nT}$ 对应的 DTFT

$$X(e^{j\omega})=\frac{1}{T}\sum_{r=-\infty}^{r=\infty}X_a\left(j\frac{\omega}{T}+j\frac{2\pi}{T}r\right)$$（时域连续信号的离散化对应频域的周期化）

➢ 数字频率与模拟频率：用采样频率对模拟频率做归一化

$\omega=\Omega T$，$\omega\in[-\pi,\pi)$

$f=\dfrac{F}{F_s}$，$f\in\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$

➢ 防止混叠：提高采样频率、低通滤波（截止频率）

➢ 公式（1.6.9）给出了对模拟信号进行数字处理的条件

第八章

1、 三种序列的频谱

（1）$x_1(n)=\begin{cases}x(n) & ,n=Mk,k=0,\pm1,\pm2,\cdots\\ 0 & ,n\neq Mk\end{cases}$

$$\begin{aligned}X_1(e^{j\omega})&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_1(n)e^{-j\omega n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\left[\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}e^{j\frac{2\pi}{M}mn}\right]e^{-j\omega n}\\&=\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\left(\omega-\frac{2\pi}{M}m\right)n}\right]\\&=\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}X\left(e^{j\left(\omega-\frac{2\pi}{M}m\right)}\right)\end{aligned}$$

当前信号频谱相当于原信号频谱的移位相加（可以看做以$\dfrac{2\pi}{M}$为周期进行了周期化），频谱可能会出现混叠。

（2）$x_2(n)=x(Mn)$

$$\begin{aligned}X_2\left(e^{j\omega}\right)&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_2\left(n\right)e^{-j\omega n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x\left(Mn\right)e^{-j\omega n}\\&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_1\left(Mn\right)e^{-j\omega n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_1\left(n\right)e^{-j\frac{\omega}{M}n}\\&=X_1\left(e^{j\left(\frac{\omega}{M}\right)}\right)\\&=X\left(e^{j\left(\frac{\omega}{M}-\frac{2\pi}{M}m\right)}\right)\end{aligned}$$

抽取后信号频谱宽度增加，频谱之间可能会出现混叠。

注意：不能直接对 $x\left(n\right)$ 求和，这会增加求和的项目，而只能在整数倍上求和。

（3） $x_1\left(n\right)=\begin{cases}x\left(\dfrac{n}{M}\right) & ,n=Mk,k=0,\pm1,\pm2,\cdots\\ 0 & ,n\neq Mk\end{cases}$

$$\begin{aligned}X_3\left(e^{j\omega}\right)&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_3\left(n\right)e^{-j\omega n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x\left(\frac{n}{M}\right)e^{-j\omega n}\\&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x\left(n\right)e^{-jM\omega n}\\&=X\left(e^{j(M\omega)}\right)\end{aligned}$$

内插后信号频谱宽度减小。（在 $\left[-\pi,\pi\right)$ 区间内出现更多的频谱，1 个变为 M 个）

上面三个推导看多少遍都不觉得少啊☺

2、在抽取和内插中，如果使用滤波器做预处理（注意 8.2 节、8.3 节的推导）

- 需要注意其截止频率

  公式（8.2.16）$\left|\omega\right|<\dfrac{\pi}{M}$ 为了防止混叠，变换之前滤波

  公式（8.3.5） $\left|\omega'\right|<\dfrac{\pi}{L}$ 为了压缩频谱，滤去带外干扰，变换之后滤波，这里是 ω'

3、采样率变换后，各级之间数字频率之间的关系（习题 8.4）

- 抽取 $\omega'=\omega M$ 、内插 $\omega'=\dfrac{\omega}{L}$
- 抽取、内插和 DTFT 的移位、调制性质的结合

第二章

1、时域离散、周期对应频率周期、离散-->从 DTFT 到 DFS/DFT

- DFS：周期离散序列，N（一个周期内）长的序列利用 N 个频域系数来表示

2、 从 DFS 到 DFT：

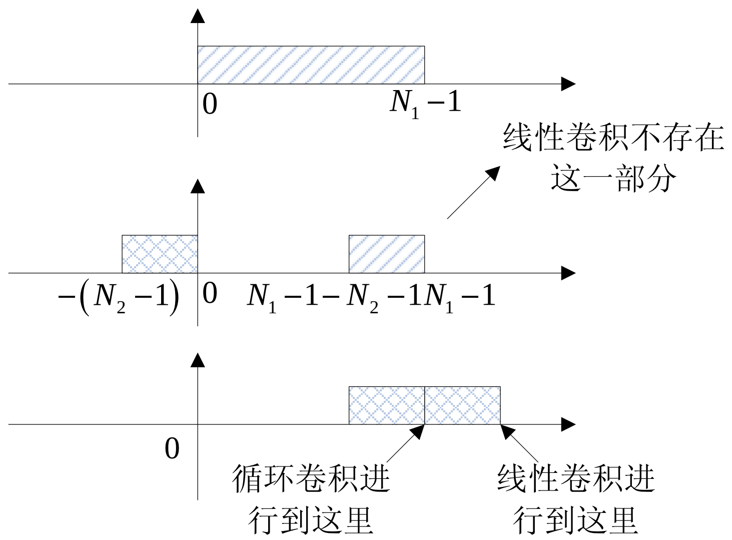
- 时域一个周期，频域一个周期，两者存在对应关系（时域中任何一个点可以用 N

个频域分量表示，频域中任何一个点可以用 N 个时域分量表示，公式（2.2.5）、（2.2.6））

- 在频域$\left[0,N-1\right]$（序号）范围内，DFS 和 DFT 具有相同的频域系数，公式（2.4.4）、（2.4.5）
- 有限长序列的 DFT 可以看成是对 DTFT 频谱的有限点采样，公式（2.4.3）。既然是采样，DFT 频谱就只能反映 DTFT 的谱一部分信息。

3、 循环卷积与线性卷积

- 循环卷积：有限长序列作用一个周期序列；线性卷积：有限长序列作用一个有限长序列
- 循环卷积结果的长度 $N=max\left[N_1,N_2\right]$，考虑一个主值区间内的结果
- 线性卷积结果的长度 $N=N_1+N_2-1$
- 掌握利用作图的方法来分析循环卷积和线性卷积的关系（习题 2.17）
- 滤波不等价于线性卷积（习题 2.18）



4、 共轭对称分量和共轭反对称分量：

- 和 DTFT 的对比
- 实序列的性质表 2.5.2
- 利用一个复序列的 DFT 计算两个实序列的 DFT

5、 利用 DFT 作频谱分析

- 可以看成是先对序列做 DTFT，再对 DTFT 的进行频域采样
- 频谱混叠。解释：DTFT 的采样（1.6 节）
- 频谱泄漏：时域有限长度截断，相当于乘以一个函数。对应频域卷积了一个函数，卷积一个窗函数相当于对信号原有的谱做了展宽和平滑（类比，FIR 滤波器的窗函数）。时域有限阶段造成 DTFT 的频谱发生畸变，再做频域采样得到 DFT，实际上是对畸变后的谱进行采样。（特例，频谱在 $\omega=\dfrac{2\pi}{N}k$ 上取值为零或最大值）。
- 栅栏现象：DFT 是 DTFT 频谱的采样，只能得到有限频点的值，无法获取其它频率点处的信息。补“0”只能使频谱变的光滑，新增加了频谱是已有频谱的线性组

合，并没有提供新的信息、不能提高分辨率。

第三章

1、 基 2 FFT 的基本推导和原理

- 以 8 点为例，时间抽选和频率抽选的数学推导过程、中间步骤（例如，公式（3.2.1）～（3.2.4），（3.5.1）～（3.5.4））以及蝶形图表示。

2、 组合数和基 4 的基本推导和原理

3、 利用 FFT 实现线性卷积：

- 重叠相加（线性卷积）
- 重叠保留（循环卷积）

第四、五章

1、 数字滤波器的几个问题

- 分类：IIR 与 FIR，$h(n)$是否为无限长的序列。
- 表示：时域表示，差分方程或$h(n)$。频域表示，$H(z)$或$H\left(e^{j\omega}\right)$
- 实现结构：IIR 的几种结构、FIR 的几种结构
- 设计：IIR 的设计方法、FIR 的设计方法

2、 IIR 滤波器的实现结构

- 以时域表示为基础（$h(n)$）：直接 I 、II 型
- 以频域表示为基础（$H(z)$）：级联、并联型
- 各种实现结构的出发点、特点。和有限字长效应的结合。
- IIR 滤波器的设计：5.3 节，频率变换法。

3、 FIR 滤波器的一般实现结构

- 直接形式、级联形式、基于 FFT 的形式（和 DFT 卷积的结合）

4、 线性相位的 FIR 滤波器

- 偶对称、奇对称的条件、时域表示（$h(n)$）、频域表示（$H(z)$）、零点、极点的关系（例如，公式（4.4.12）下面的讨论）
- 对称结构 FIR 滤波器的实现（图 4.4.1）
- 频率特性的讨论：5.5.1 节中所有的数学推导和图 5.5.1
- 窗函数加权设计法

5、 FIR 滤波器的频率取样结构实现

第七章

1、 一些基本概念

- 量化误差的功率（方差）：公式（7.2.36）
- AD 输出信噪比：公式（7.3.1），注意选取正确的计算变量
- AD 量化噪声通过线性系统后的功率：公式（7.3.6）

2、 数字滤波器量化噪声的计算（主要关注乘法器的舍入量化误差）

- IIR 滤波器量化噪声的计算

计算的基础为公式（7.2.36）和（7.3.6）

1、确定滤波器中的乘法器（“误差源”）

2、求解每个乘法器到输出端的传输函数

3、分别计算各个乘法器经过各自的传输函数到达输出端的量化误差功率

4、对上式进行求和

一般不会涉及太复杂的滤波器，因此直接求解就足够了，尽量避免矢量状态方程的方法。“误差源”及其对应的“传输函数”是求解的关键所在！

- 串联和并联系统的量化噪声计算

  计算的基础为公式（7.2.36）和（7.3.6）

  并联系统：公式（7.4.19）

  串联系统：公式（7.4.20），该公式比较复杂，要从物理含义上理解：串联系统中传递函数之间相互卷积！

  例题 7.4.3

- FIR 滤波器中量化噪声的计算

3、 数字滤波器压缩因子的计算（主要关注加法器引起的溢出）

- 压缩处理的准则：L1（公式 7.5.4）、L2（公式 7.5.8）
- 压缩比例因子的计算：关键在于求解输入到被考虑节点之间的传输函数。
- 压缩因子和量化噪声的结合计算：分别计算压缩因子、量化噪声（细心＋耐心=成功！）（例题 7.5.2）

4、 请同学们**务必**、**一定**、**千万**要掌握本章所布置的作业题！一定要看懂，看不懂的也要背会！