第一部分：选择正确的答案（在各题的(A)，(B)，(C)，(D)中选择一个写在答卷纸上，表明你认为该项的答案是正确的，共3题）  
  
1 (20分) 波函数的"箱归一化"通常是采用"周期性边界条件"。在一维情形中这就是：任取两点比如x=0和x=L>>0，要求波函数ψ(x)满足ψ(0)=ψ(L)。现在考虑在一维空间中自由运动的粒子，它的薛定谔方程是d^2ψ/dx^2 + k^2ψ=0 （其中k=sqrt(2μE)/h拔 ，μ是粒子质量，E>=0是粒  
子能量）。  
  
(i) (5分) 对于k!=0，方程的线性无关解是什么？ B  
(A) exp(kx),exp(-kx)  
(B) exp(ikx),exp(-ikx)  
(C) cos(ikx),sin(-ikx)  
(D) 以上结果都不对。  
  
(ii) (5分) 如果要求ψ(x)满足ψ(0)=ψ(L)，那么k都可以取哪些值？ A  
(A) kn=2nπ/L (n=0,1,2,…)  
(B) kn=nπ/L (n=1,2,3,…)  
(C) kn=nπ/2L (n=1,2,3,…)  
(D) 以上结果都不对。  
  
(iii) (5分) 这时对应的能量En取哪些值？ C  
(A) En=(n^2)(π^2)(h拔^2)/(8μL^2)，(n=1,2,3,…)  
(B) En=(n^2)(π^2)(h拔^2)/(2μL^2)，(n=1,2,3,…)   
(C) En=2(n^2)(π^2)(h拔^2)/(μL^2)，(n=0,1,2,…)   
(D) 以上结果都不对。  
  
(iv) (5分) 各个能级的简并度是多大？ C  
(A) 所有的能级都不简并  
(B) 所有的能级都是二重简并  
(C) 只有E0不简并，其它的能级都是二重简并  
(D) 以上结果都不对。  
  
2 (20分) 氢原子的哈密顿算符也可以写为：H=-(h拔^2)/μ\*(倒三角^2/2+1/ar)，  
其中μ是电子的约化质量，a是玻尔半径。  
又，在球坐标中拉普拉斯算符是  
倒三角^2=1/r^2\*偏r(r^2\*偏r)+1/r^2sinθ\*偏θ(sinθ\*偏θ)+1/r^2sinθ^2\*(偏φ)^2  
现在给出一个如下的电子波函数：ψ(r,θ,φ)=Ccosθexp(-r/2a)  
  
(i) (5分) 归一化常数C可以取为什么值？ D  
(A) 1/sqrt(48πa^5)  
(B) 1/sqrt(16a^5)  
(C) -i/sqrt(32πa^5)  
(D) 以上结果都不对。  
  
(ii) (5分) 这个波函数是不是算符Lz的本征函数？ A  
(A) 是  
(B) 不是  
(C) 无法判断。  
  
(iii) (5分) 这个波函数是不是算符L^2的本征函数？ A  
(A) 是  
(B) 不是  
(C) 无法判断。  
  
(iv) (5分) 这个波函数是不是氢原子的能量本征函数？ B  
(A) 是  
(B) 不是  
(C) 无法判断。  
  
3 (20分) 某个一维运动粒子的波函数是：ψ(x)=A(sinkx)^3，A是常数。  
  
(i) (5分) 测量这个粒子的动量可能得到的测量值是哪些？ D  
(A) k,k^3  
(B) k,3k  
(C) 0,正负h拔k,正负3h拔k  
(D) 以上的结果都不对。  
  
(ii) (5分) 这个粒子的动量为h拔k的归一化几率是： B  
(A) 3/8  
(B) 9/20  
(C) 9/64  
(D) 以上的结果都不对。  
  
(iii) (5分) 这个粒子的动量为2h拔k的归一化几率是： C  
(A) 1/8  
(B) 1/64  
(C) 0  
(D) 以上的结果都不对。  
  
(iv) (5分) 这个波函数满足一维自由粒子的定态薛定谔方程吗？ B  
(A)满足  
(B)不满足  
(C)无法判断。  
  
第二部分：计算题（写在答卷纸上，共2题）  
  
4 (20分) 质量为μ的粒子在重力作用下从高度为L的地方自由下落，和地面发生完全弹性碰撞后又跳回原来的高度，如此不断地做周期运动。在第一个周期中，粒子离地面的高度z随时间的变化为  
z(t)= L-gt^2/2 (0<=t<=T/2)  
      sqrt(2gL)(t-T/2)-g(t-T/2)^2/2 (T/2<=t<=T)  
其中g是重力加速度，t=sqrt(8L/g)是周期。  
求证：索末菲量子化条件给出的粒子能量En正比于n^(2/3)（提示：重力势能是U(z)=μgz）。  
  
5 (20分) 已知一个一维运动粒子的归一化波函数是：ψ(x)=sqrt(α)exp(-α|x|)  
(i)(3分) 这个状态是不是束缚态？  
(ii)(14分) 粒子在这个状态下的动量测量几率密度w(p)=?  
(iii)(3分) 粒子的动量平均值p拔=?