

## 加测 5 答案

成绩\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

### 一、选择题（本小题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 函数  $y = \arcsin \frac{x-2}{2} + \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  定义域为 ( D )  
 A.  $(-\infty, 3)$       B.  $(0, 4)$       C.  $[0, 4]$       D.  $[0, 3)$
2. 以下函数在定义域上是奇函数的是 ( D )  
 A.  $y = x \sin x$       B.  $y = f(x^3)$       C.  $y = f(|x|)$       D.  $y = x \cos x$
3. 当  $x \rightarrow +\infty$  时，下列不是无穷小量的是 ( C )  
 A.  $\frac{\cos x}{x}$       B.  $\frac{1}{2^x+1}$       C.  $\frac{1}{x^2} + \sin x$       D.  $\frac{2x+1}{x^3-1}$
4. 当  $x \rightarrow 0$  时， $\ln(1+x^2)$  是  $1-\cos x$  的 ( C )  
 A. 低阶无穷小      B. 高阶无穷小      C. 同阶但不等价无穷小      D. 等价无穷小
5. 函数  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$  有 ( B )  
 A. 一个可去间断点，一个跳跃间断点  
 B. 一个可去间断点，一个无穷间断点  
 C. 两个可去间断点  
 D. 一个无穷间断点，一个跳跃间断点

### 二、填空题（本题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 若函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \geq 1 \\ \frac{1}{x}, & |x| < 1 \end{cases}$ ，则  $f[f(e^{-1})] = \underline{e^2}$ .
2. 已知  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{3x+2}{x}\right)^2$ ，则  $f(x) = \underline{(3+2x)^2}$ .
3. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ ，则  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n^2 - b_n) = \underline{7}$ .
4. 已知  $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$ ，则它的反函数  $f^{-1}(x) = \underline{\frac{x}{3x-2}}$ .
5. 极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{3}{x} = \underline{0}$ .
6. 极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}} = \underline{2}$ .

### 三、解答题（本题 6 个小题，每小题 8 分，共 48 分）

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = 4.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{3})(\sqrt{x+2} + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+2} + \sqrt{3})}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x+2} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - (x+1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x^2 - 1} = -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x(e^{x^2} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x(1 - \cos x)}{x(e^{x^2} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \frac{x^2}{2}}{x \cdot x^2} = \frac{1}{2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+1} \right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}} = \frac{e^6}{e^2} = e^4 = e^{2k}, \text{ 所以 } 2k = 4, \text{ 所以 } k = 2$$

$$6. \text{ 已知 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \arctan \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 2b, & x = 0 \\ e^{\frac{1}{x}} + a, & x < 0 \end{cases} \quad \text{在 } x = 0 \text{ 连续, 求常数 } a, b.$$

$$\text{解: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (e^{\frac{1}{x}} + a) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi} \arctan \frac{1}{x} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{因为 } f(x) \text{ 在 } x = 0 \text{ 连续, 所以 } a = \frac{1}{2}$$

四、应用题 (8 分) 求曲线  $f(x) = \ln(3x^2 - 2)$  在 (1,0) 处的切线和法线方程.

$$\text{解: } f'(1) = \frac{6x}{3x^2 - 2} \Big|_{x=1} = 6$$

$$\text{所以切线方程为: } y - 0 = 6(x - 1), \text{ 即 } y = 6x - 6$$

$$\text{法线方程为: } y - 0 = -\frac{1}{6}(x - 1), \text{ 即 } y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{6}$$