三期加测 2 函数的极限答案

（考试时间 45 钟，满分 80 分）

姓名_____成绩_____

一、极限的四则运算（每题 3 分，共 15 分）

1. （2024 数三）已知 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2,\ \lim\limits_{n\to\infty} b_n = -3$，则 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n(b_n+1) = \underline{-4}$.

2. （2022 数三）已知 $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1,\ \lim\limits_{x\to 1} g(x) = -2$，则 $\lim\limits_{x\to 1}[2f(x)\cdot g(x)] = \underline{4}$.

3. （2021 数二）已知 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1,\ \lim\limits_{n\to\infty} b_n = 2$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(a_n^2 + 2b_n\right) = \underline{5}$.

4. （2021 数三）设 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2, \lim\limits_{n\to\infty} b_n = 3$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}(3a_n + 2b_n) = \underline{12}$.

5. （2025 数三）已知 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(a_n + 2b_n\right) = 5, \lim\limits_{n\to\infty}(a_n - b_n) = 8$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n = \underline{-7}$

二、极限计算(每题 5 分，共 65 分)

1. （2024 数二） $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+3x}-\sqrt{4-3x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\sqrt{4+3x}-\sqrt{4-3x})(\sqrt{4+3x}+\sqrt{4-3x})}{x(\sqrt{4+3x}+\sqrt{4-3x})}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{6x}{x(\sqrt{4+3x}+\sqrt{4-3x})} = \lim_{x\to 0}\frac{6}{\sqrt{4+3x}+\sqrt{4-3x}} = \frac{3}{2}$$

2. （2022 数一） $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x-3}-1} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}{2x-4} = \dfrac{1}{2}\lim\limits_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1) = 1.$

3. （2022 数二） $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}(\sqrt{x+3}+2) = 4$

4. （2021 数三）已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{2x} = 1$，则 $a =$（ C ）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5. （2020 数三） $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{2x-3} = 1.$

6. （2025 数一） $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+x-3}-x} = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(\sqrt{x^2+x-3}+x)}{(\sqrt{x^2+x-3}-x)(\sqrt{x^2+x-3}+x)}$

$$= \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(\sqrt{x^2+x-3}+x)}{x-3} = \lim_{x\to 3}(\sqrt{x^2+x-3}+x) = 6$$

7. （2025 数三）已知极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin kx}{3x} = 2+k$，则 $k = \underline{-3}$

8. （2025 数三）

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(\sqrt{x^2+5}-3)(\sqrt{x^2+5}+3)}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}=\frac{2}{3}$$

9. （2020 数二）$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x^2-3x+2}-\dfrac{1}{x-2}\right)=\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}-\dfrac{1}{x-2}\right)$

$$=\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{(x-1)(x-2)}-\frac{x-1}{(x-1)(x-2)}\right)=\lim_{x\to 2}\frac{2-x}{(x-1)(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{-1}{x-1}=-$$

10. （2020 数一）

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3+3x^2}{x^2+x+2}-x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+3x^2-x^3-x^2-2x}{x^2+x+2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-2x}{x^2+x+2}=2$$

11.（2020 数三）$\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{x^2+2}{x^2+2x}-\dfrac{1}{x})=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+2-(x+2)}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-x}{x(x+2)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-1}{x+2}=-\dfrac{1}{2}$

12. （2021 数二）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+2}{x-1}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\left(x^2+2\right)-x\left(x-1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+2}{x-1}=1$

13.（2021 数三）$\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{x^2+2}{x^2+2x}-\dfrac{1}{x})=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+2-(x+2)}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-x}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-1}{x+2}=-\dfrac{1}{2}$