加测 8（真题加测）答案

姓名______________成绩______________

填空选择题每题 3 分，大题每题 6 分，共 81 分

一、导数的几何意义

1. （2020 数二）曲线 $y=2x+\ln x$ 在点 $(1,2)$ 处的切线的斜率 $\underline{k=3}$.

2. （2020 数三）曲线 $y=2\ln x+1$ 在点 $(1,1)$ 处的切线的斜率 $\underline{k=2}$.

3. （2023 数二）曲线 $y=\ln\left(x^2+2\right)$ 在点 $(1,\ln 3)$ 处的切线斜率是 $\underline{\frac{2}{3}}$

4. （2024 数三）曲线 $y=\mathrm{e}^{2x-1}+x^2$ 在点 $\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$ 处的法线斜率是 $\underline{-\frac{1}{3}}$

5. （2020 数一）曲线 $y=\frac{1}{x}+2\ln x$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为 $\underline{y=x}$.

【解析】$y'=-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}$，所以切线斜率为 $y'(1)=1$，所以切线方程为：$y-1=x-1$，即 $y=x$

6. （2021 数二）曲线 $xy+\ln y-1=0$ 在点 $(1,1)$ 处的法线方程是 $y=2x-1$.

【解析】$xy+\ln y-1=0$ 两边分别对 x 求导得：$y+xy'+\frac{y'}{y}=0$

将 $x=1,y=1$ 带入上式得：$y'(1,1)=-\frac{1}{2}$，所以法线斜率为 2

所以法线方程为：$y-1=2(x-1)$，即 $y=2x-1$

7. （2021 数三）求曲线 $y=\arctan(1+x)$ 在点 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 处的切线方程和法线方程.

【解析】$y'=\frac{1}{1+(1+x)^2}$，所以 $y'(0)=\frac{1}{2}$

所以切线方程为：$y-\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}(x-0)$，即 $y=\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4}$

切线方程为：$y-\frac{\pi}{4}=-2(x-0)$，即 $y=-2x+\frac{\pi}{4}$

8. （2022 数二）求曲线 $y=e^{x^2}+x$ 在 $(0,1)$ 处的切线方程.

【解析】$y'=2xe^{x^2}+1$，所以 $y'(0)=1$

所以切线方程为：$y-1=x-0$，即 $y=x+1$

9. （2022 数三）求曲线 $2x^2+y^2=3$ 在 $(1,1)$ 处的切线方程.

【解析】方程 $2x^2+y^2=3$ 两边分别对 x 求导得：$4x+2y\cdot y'=0$，所以 $y'=-\dfrac{2x}{y}$

所以 $y'(1,1)=-2$，所以切线方程为：$y-1=-2(x-1)$，即 $y=-2x+3$

10. （2023 数三）求曲线 $y=x\mathrm{e}^{2x}+1$ 在点 $(0,1)$ 处的法线方程.

【解析】$y'=e^{2x}+2xe^{2x}$，所以 $y'(0,1)=1$

所以法线方程为：$y-1=-(x-0)$，即 $y=-x+1$

11. （2024 数一）求曲线 $\mathrm{e}^{x-y}+x^2-y=1$ 在 $(1,1)$ 处的切线方程.

【解析】方程 $\mathrm{e}^{x-y}+x^2-y=1$ 两边分别对 x 求导得：$e^{x-y}(1-y')+2x-y'=0$，

将 $x=1, y=1$ 带入上式得：$y'(1,1)=\dfrac{3}{2}$

所以切线方程为：$y-1=\dfrac{3}{2}(x-1)$，即 $y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2}$

12. （2024 数二）求曲线 $y=2^x+x^2-2x$ 在 $(1,1)$ 处的切线方程.

【解析】$y'=2^x\ln 2+2x-2$，所以 $y'(1,1)=2\ln 2$

所以切线方程为：$y-1=2\ln 2(x-1)$，即 $y=2\ln 2\cdot x+1-2\ln2$

13. （2024 数三）求曲线 $y\ln y-\sin(xy)-x=0$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程.

【解析】方程 $y\ln y-\sin(xy)-x=0$ 两边分别对 x 求导得：

$$y'\ln y+y\frac{y'}{y}-\cos(xy)(y+xy')-1=0,$$

将 $x=0, y=1$ 带入上式得：$y'(0,1)=2$

所以切线方程为：$y-1=2(x-0)$，即 $y=2x+1$

二、求函数的微分

1. （2021 数三）函数 $y=\tan(3x)$ 的微分 $\mathrm{d}y=$（ A ）

A. $3\sec^2(3x)\mathrm{d}x$ B. $3\tan(3x)\sec(3x)\mathrm{d}x$ C. $\sec^2(3x)\mathrm{d}x$ D. $\tan(3x)\sec(3x)\mathrm{d}x$

2. （2022 数二） 已知 $y=e^{2x}+\cos(x+1)$，则 $\mathrm{d}y=\left[2\mathrm{e}^{2x}-\sin(x+1)\right]\mathrm{d}x$.

3. （2022 数三）已知 $y=\cos 3x$，则 $\mathrm{d}y=-3\sin 3xdx$.

4. （2023 数三）函数 $y=\sqrt{2x^2+3}$，则 $\mathrm{d}y=$（　B　）

A. $\frac{4x}{\sqrt{2x^2+3}}\mathrm{d}x$　　B. $\frac{2x}{\sqrt{2x^2+3}}\mathrm{d}x$　　C. $\frac{x}{\sqrt{2x^2+3}}\mathrm{d}x$　　D. $\frac{x}{2\sqrt{2x^2+3}}\mathrm{d}x$

5. （2025 数三） 函数 $y=f(x)$ 由方程 $e^y=\ln x-xy$ 确定，则 $dy=$（ A　）

A. $\frac{1-xy}{x\left(e^y+x\right)}dx$　　B. $\frac{1+xy}{x\left(e^y+x\right)}dx$　　C. $\frac{1-xy}{x\left(e^y-x\right)}dx$　　D. $\frac{1+xy}{x\left(e^y-x\right)}dx$

6. （2024 数三）已知函数 $y=f^2(5x)$，则 $\mathrm{d}y=$（　A　）

A. $10f(5x)f'(5x)\mathrm{d}x$　　B. $10f'(5x)\mathrm{d}x$　　C. $2f(5x)f'(5x)\mathrm{d}x$　　D. $2f'(5x)\mathrm{d}x$

7. （2020 数三）函数 $y=x^3+\sqrt{x}$ 的微分 $\mathrm{d}y=$（ B　）

A. $\left(3x^2+\frac{\sqrt{x}}{2}\right)\mathrm{d}x$　　B. $\left(3x^2+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\mathrm{d}x$　　C. $\left(x^2+\frac{\sqrt{x}}{2}\right)\mathrm{d}x$　　D. $\left(x^2+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\mathrm{d}x$