极限竞赛题

（每小题 5 分，共 100 分，考试时间 120 分钟）

（1—18 题每小题 4 分，19—23 每小题 7 分，共 100 分）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x\sin x}{2x^2+x\sin x}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3}{2x+1}\sin\dfrac{2}{x}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(4x)}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

4. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sin(x^2-4)}{x^2+x-6}$

5. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-2x^2-1}{\arcsin(x^2-1)}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-xe^x}{\sin^2 x}$

7. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+5x}-\sqrt{1-3x}}{x^2+2x}$

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1+\tan x}}{x(1-\cos x)}$

9. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e-e^{\cos x}}{\sqrt[3]{x^2+1}-1}$

10. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x-1}+x+3}{\sqrt{x^2+\sin x}}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x\ln(1+\sin^2 x)}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$

13. $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(1+\dfrac{1}{x})\cdot\ln x$

14. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$

15. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x-\sqrt{ax^2-x+1}\right)=\dfrac{1}{6}$，求 a.

16. $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\ln(x-2)-\ln(x+1)\right)$

17. $\lim\limits_{x\to 0}\cot x(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x})$

18. $\lim\limits_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$

19. 已知 $f(x)=2^x$，求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\ln[f(1)\cdot f(2)\cdots f(n)]$

20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\ln(a+x)}(\cos x-b)=4$，求 a,b

21. $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x+\sqrt{ax^2-bx-1})=1$，$a>0$，求 a,b

22. 已知极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\dfrac{x^2}{x+1}-x-a)=2$，求 a.

23. 若 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 存在，且 $f(x)=x^3+\dfrac{2x^2+1}{x+1}+2\lim\limits_{x\to 1}f(x)$，求 $f(x)$