第四章测试答案

一、选择题（本题 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．D　2．D　3．D　4．D　5．B

二、填空题（本题 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．$f(x)dx$　2．$\frac{2^x}{\ln 2}-\frac{3^x}{\ln 3}+C$　3．$x\sin x+\cos x+C$　4．$\frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}}+C$　5．$\frac{1}{2}e^{2x}+\frac{1}{2}$

三、解答题（本题 7 个小题，每小题 10 分，共 70 分）

1．解：$\int \sin^2 x\cos^2 x\cdot\cos x dx=\int \sin^2 x\left(1-\sin^2 x\right)d(\sin x)=\frac{1}{3}\sin^3 x-\frac{1}{5}\sin^5 x+C$ ．

2．解：$\int x^2\ln(x-2)dx=\int \ln(x-2)d\left(\frac{1}{3}x^3\right)=\frac{1}{3}x^3\ln(x-2)-\frac{1}{3}\int\frac{x^3-8+8}{x-2}dx$

$$=\frac{1}{3}x^3\ln(x-2)-\frac{1}{3}\int\left(x^2+2x+4+\frac{8}{x-2}\right)dx$$

$$=\frac{1}{3}x^3\ln(x-2)-\frac{1}{9}x^3-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}\ln|x-2|+C$$

3．解：$\int\cos^2 x dx=\int\frac{1+\cos 2x}{2}dx=\frac{1}{2}\left(\int dx+\int\cos 2x dx\right)$

$$=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\int\cos 2x d(2x)=\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}C.$$

4．解：$\int\frac{3x^2+x+\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx=\int(3+\frac{1}{x}+\frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2})dx=3x+\ln|x|-\int\sin\frac{1}{x}d\frac{1}{x}$

$$=3x+\ln|x|+\cos\frac{1}{x}+C$$

5．解：令 $\sqrt{3x-1}=t$ ，则 $x=\frac{t^2+1}{3},dx=\frac{2t}{3}dt$ ，

$$\int\cos\sqrt{3x-1}dx=\frac{2}{3}\int\cos t\cdot tdt=\frac{2}{3}\int td\sin t$$

$$=\frac{2}{3}t\sin t-\frac{2}{3}\int\sin tdt=\frac{2}{3}t\sin t+\frac{2}{3}\cos t+C=\frac{2}{3}\sqrt{3x-1}\sin\sqrt{3x-1}+\frac{2}{3}\cos\sqrt{3x-1}+C$$

6．解：令 $x=2\sin t,dx=2\cos tdt$ ，

原式=

$$\int\frac{2\cdot 2\sin t+1}{2\cos t}\cdot 2\cos tdt=\int(4\sin t+1)dt=-4\cos t+t+C=-2\sqrt{4-x^2}+\arcsin\frac{x}{2}+C.$$

或者 $\int\frac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}dx=\int(\frac{2x}{\sqrt{4-x^2}}+\frac{1}{\sqrt{4-x^2}})dx=\int\frac{2x}{\sqrt{4-x^2}}dx+\int\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$

$$=-\int\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}d(4-x^2)+\int\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}}d\frac{x}{2}=-2\sqrt{4-x^2}+\arcsin\frac{x}{2}+C$$

7．解：$\int\frac{x+1}{x^2-2x+5}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x+2}{x^2-2x+5}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x-2+4}{x^2-2x+5}dx$

$$=\frac{1}{2}\int\frac{2x-2}{x^2-2x+5}dx+2\int\frac{1}{x^2-2x+5}dx=\frac{1}{2}\int\frac{1}{x^2-2x+5}d(x^2-2x+5)+2\int\frac{dx}{4+(x-1)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\ln\left|x^2-2x+5\right|+\int\frac{1}{1+(\frac{x-1}{2})^2}d\frac{x-1}{2}=\frac{1}{2}\ln\left|x^2-2x+5\right|+\arctan\frac{x-1}{2}+C$$