二期加测 10

1．已知 $f'\left(x_0\right)=-3$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{2h}{f\left(x_0\right)-f\left(x_0-5h\right)}=-\dfrac{2}{15}$.

2．已知 $y=x\mathrm{e}^{2x}+\sin x^2$，则 $y''=\ 4\mathrm{e}^{2x}+4xe^{2x}+2\cos x^2-4x^2\sin x^2$.

3．已知参数方程 $\begin{cases}x=\ln\left(1+t^2\right)\\ y=t+\arctan t\end{cases}$ 确定的函数 $y=f(x)$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big|_{t=1}=\dfrac{3}{2}$.

4．已知函数 $y=\left(1+x^2\right)^{\sin x}$，则 $dy=\left(1+x^2\right)^{\sin x}(\cos x\cdot\ln(1+x^2)+\dfrac{2x\sin x}{1+x^2})dx$.

5．曲线 $y-2e^{xy}-x-3x^2=0$ 点 $x=0$ 处的切线方程为 $y=5x+2$.

6．曲线 $y=\dfrac{3x-5\cos x}{2x+\sin x}$ 的水平渐近线是 $y=\dfrac{3}{2}$；曲线 $y=\dfrac{x+3}{x^2-9}$ 的垂直渐近线是 $x=3$.

7.已知函数 $f(x)=\begin{cases}b+\ln(1+2x), & x\ge 0\\ ax, & x<0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，求实数 a 与 b 的值.

解：$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}[b+\ln(1+2x)]=b$，$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}ax=0$，所以 b=0

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{ax-b}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{ax}{x}=a$$

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{b+\ln(1+2x)}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\ln(1+2x)}{x}=2$$，所以 a=2

所以 a=2，b=0

8.已知 $f(x)=\begin{cases}\ln(1+x), & x\ge 0\\ x, & x<0\end{cases}$，求 $f'(x)$

解：$x<0$ 时 $f'(x)=1$，$x>0$ 时 $f'(x)=\dfrac{1}{1+x}$，

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{x}=1,\quad f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

所以 $f'(0)=1$

所以 $f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+x}, & x>0\\ 1, & x\le 0\end{cases}$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\ln(1+x)}{\mathrm{e}^x-x-1}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x-x-1}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{\mathrm{e}^x-1}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{x}=2$.

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\tan x}{x^2\arcsin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\tan x}{x^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sec^2 x}{3x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\tan^2 x}{3x^2}=-\dfrac{1}{3}$