

### 基础练习题

1. 化简表达式  $\frac{x^2-9}{x^3+27} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x^2-3x+9)} = \frac{x-3}{x^2-3x+9}$

2. 将表达式  $(1-x)^3$  展开.  $(1-x)^3 = 1 - 3x + 3x^2 - x^3$ , 公式  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

3. 求  $x^2 + 2x - 3 = 0$  的根

$$x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 1.$$

4. 将下列代数式因式分解:

$$(1) \quad x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \quad (2) \quad 2x^2 - 3x + 1 = (2x-1)(x-1)$$

$$(3) \quad 2x^2 - 5x - 3 = (2x+1)(x-3)$$

5. 对  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$  进行分母有理化.  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x} = \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)} = \sqrt{x^2+1}+x$

6. 将  $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$  通分.  $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2-(x+1)}{x^2-1} = \frac{1-x}{x^2-1}$

7. 化简表达式  $\frac{(x^2y^{-1})^3 \cdot y^2}{x\sqrt{y}} = \frac{x^6 \cdot y^{-3} \cdot y^2}{x \cdot y^{\frac{1}{2}}} = x^5 y^{-\frac{3}{2}}$

8. 解不等式  $|x-3| \leq 1$ .

$$-1 \leq x-3 \leq 1 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

9. 解一元二次不等式  $-x^2 + x + 6 \geq 0$ .  $-2 \leq x \leq 3$

10. 将圆  $x^2 + y^2 = 2y$  化为标准形式.  $x^2 + (y-1)^2 = 1$

11. 求下列函数的定义域:

$$(1) \quad y = \sqrt{x-2} + \arcsin \frac{x-1}{2}, \quad 2 \leq x \leq 3$$

$$(2) \quad \text{已知函数 } f(x) \text{ 的定义域为 } [0,1], \text{ 求函数 } f(3x-1) \text{ 的定义域. } \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

12. 求下列函数的值

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x \geq 0 \\ 2x - 1, & x < 0 \end{cases}, \quad \text{求 } f(f(1)) = f(-4) = -9$$

$$(2) \quad f(x) = e^{2x} - 1, g(x) = |\sin x - 1|, \quad \text{求 } f\left(g\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = e - 1$$

13. 判断下列每组函数是否为同一个函数

(1)  $f(x) = \frac{x}{x}$ ,  $g(x) = 1$  ; 否

(2)  $f(x) = \sqrt[3]{x^3}$ ,  $g(x) = \sqrt[2]{x^2}$  否

14. 讨论  $f(x) = \frac{1}{x}$  在区间  $(0,1), (1,2), (2,+\infty), (0,+\infty)$  上的有界性

无界, 有界, 有界, 无界

15. 判断下列函数的奇偶性:

(1)  $f(x) = x^2 \sin x$  ; 奇函数

(2)  $f(x) = 2^x + 2^{-x}$  : 偶函数

16. 求下列函数的周期 (10 分):

(1)  $f(x) = \sin 3x$  ;  $\frac{2\pi}{3}$

(2)  $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}$ ,  $12\pi$

17. 求下列函数的反函数:

(1)  $y = 3x - 1$  ;  $y = \frac{x+1}{3}$

(2)  $y = 3^x + 2$ ,  $y = \log_3(x-2)$

18. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , 求 (1)  $f(2x)$  : (2)  $f(f(x))$

$$f(2x) = \frac{1}{2x+1}, f(f(x)) = \frac{1}{f(x)+1} = \frac{1}{\frac{1}{x+1}+1} = \frac{x+1}{1+x+1} = \frac{x+1}{x+2}$$

19. 已知  $f(\ln x) = 2x - 1$ , 求  $f(x)$ .  $f(x) = 2e^x - 1$