

Topological Optimization of Fault-Tolerant Networks meeting Reliability Constraints

Sebastián Laborde

Tutor de Tesis

Dr. Ing. Franco Robledo

Director Académico

Prof. Ing. Omar Viera

Tesis de Maestría - Programa de Posgrado PEDECIBA Informática
Instituto de Computación - Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

18 de enero de 2021

Motivación

- Los servicios de fibra al hogar (Fiber-To-The-Home - FTTH) tienen una gran penetración mundial brindando a los clientes finales transferencias de datos a altas velocidades.
- La cantidad de aplicaciones y servicios sobre internet ha crecido exponencialmente.
- Es mandatorio escalar de forma inteligente la infraestructura de red.
- Dado que el despliegue de la fibra optica es una importante inversión económica, el diseño topologico de las redes FTTH debe continuar considerandose.

Objetivos 1

- Problema de optimización combinatoria motivado por el diseño topológico de redes de comunicaciones de sistemas, con restricciones de confiabilidad.
- El objetivo es interconectar nodos distinguidos, llamados terminales, utilizando un nivel adecuado de redundancia y de forma simultanea, satisfacer las restricciones de confiabilidad.
- En el análisis de confiabilidad nos enfrentamos a fallas aleatorias en los componentes del sistema. Es precisamente la probabilidad del correcto funcionamiento del sistema completo, sujeto a fallas aleatorias. Aquí se considera el modelo realista hostil, donde tanto nodos como aristas pueden fallar.

Objetivos 2

- Find a minimum-cost solution, meeting a reliability threshold, where both nodes and links may fail with given probabilities.
- Entender el trade-off entre costo-confiabilidad, y como la confiabilidad aumenta naturalmente agregando niveles de redundancia entre los nodos terminales.
- Pertenece a la clase de problemas NP-Hard.
- Como consecuencia, desarrolle una solución que resuelve de forma aproximada con una metodología GRASP/VNS la parte de optimización y para el análisis de la confiabilidad el método RVR.

Generalized Steiner Problem with Node-Connectivity Constraints and Hostile Reliability (GSPNCHR)

Definition (GSPNCHR)

Consider a simple undirected graph $G = (V, E)$, terminal-set $T \subseteq V$, link-costs $\{c_{i,j}\}_{(i,j) \in E}$ and connectivity requirements $R = \{r_{i,j}\}_{i,j \in T}$. Further, we assume that both links and non-terminal (Steiner) nodes fail with respective probabilities $P_E = \{p_e\}_{e \in E}$ and $P_{V-T} = \{p_v\}_{v \in V-T}$. Given a reliability threshold p_{min} , the goal is to build a minimum-cost topology $G_S \subseteq G$ meeting both the connectivity requirements R and the reliability threshold: $R_K(G_S) \geq p_{min}$, being $K = T$ the terminal-set.

Publicaciones

Publicaciones

- 1 Martins, P.(2012). **Cliques with maximum/minimum edge neighborhood and neighborhood density**. Computers And Operations Research, 39(3):594-608.
- 2 Martins, P., Ladrón, A. and Ramalhinho, H. (2014). **Maximun cut-clique problem: ILS heuristics and a data analysis application**. International Transactions in Operational Research, 22(5):775-809.
- 3 Gouveia, L. and Martins, P.(2015). **Solving the maximum edge-weigth clique problem in sparse graphs with compact formulation**. Journal on Computational Optimization, 3(1):1-30.

Publicaciones

Publicaciones Locales

- 1 Bourel, M., Canale, E., Robledo, F., Romero, P., and Stábile, L. (2018a). **Complexity and Heuristics for the Max Cut-Clique Problem**. In International Conference on Variable Neighborhood Search. ICVNS 2018. Lecture Notes in Computer Science, vol. 11328. Springer, pages 28-40.
- 2 Bourel, M., Canale, E., Robledo, F., Romero, P., and Stábile, L. (2018b). **A GRASP/VND Heuristic for the Max Cut-Clique problem**. In International Conference on Machine Learning, Optimization, and Data Science. Lecture Notes in Computer Science, vol. 11331. Springer, pages 357-367.
- 3 Bourel, M., Canale, E., Robledo, F., Romero, P., and Stábile, L. (2019). **Complexity and Heuristics for the Weighted Max Cut-Clique Problem**. International Transactions in Operational Research. Under revision to be published.

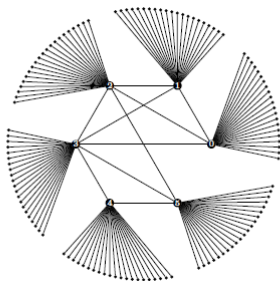
Complejidad

Proposition

El problema MCC pertenece al conjunto de problemas \mathcal{NP} -Completos.

Demostración.

Reducción desde *MAX - CLIQUE*.



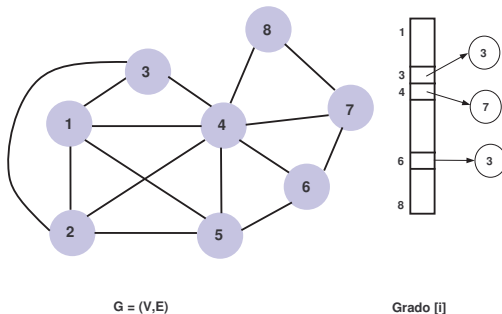
Algoritmo Genético

Por la complejidad inherente al problema, se presenta una solución basada en Algoritmos Genéticos.

Algoritmos Genéticos

```
1 - Initialize( $P_0$ );  
2 - generation = 0;  
3 - While (notstopCriteria);  
4 -   evaluate( $P(\text{generation})$ );  
5 -   parents  $\leftarrow$  selection( $P(\text{generation})$ );  
6 -   offspring  $\leftarrow$  evolutiveOperators(parents);  
7 -   newpop  $\leftarrow$  replacement(offspring,  $P(\text{generation})$ );  
8 -   generation ++;  
9 -    $P(\text{generation}) \leftarrow$  newpop;  
Return BestSolutionEverFound;
```

Diseño de la solución



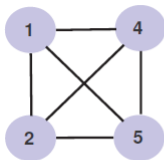
- Implementado en C++, biblioteca MALVA.
- Énfasis en la performance del algoritmo.

Representación de la solución

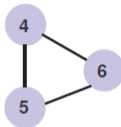
Las soluciones factibles del problema, son todos los cliques que se encuentren en $\mathcal{G} = (V, E)$.

Para representar un clique se define una tupla binaria de largo $n = |V|$, como:

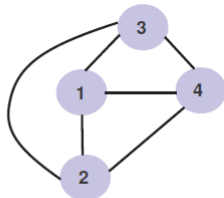
$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si nodo } i \in \mathcal{C} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \forall i \in V$$



(1,1,0,1,1,0,0,0)



(0,0,0,1,1,1,0,0)



(1,1,1,1,0,0,0,0)

Función de Adecuación

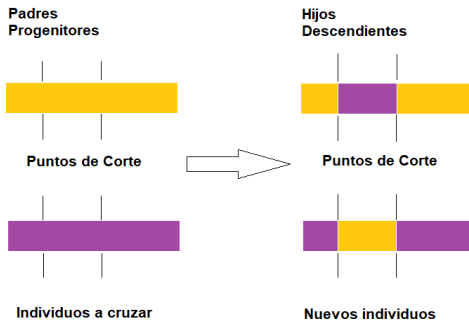
- Coincide con la función objetivo
- Busca maximizar la cantidad de aristas en el corte generado por el clique \mathcal{C}

Función de Fitness

$$|\delta(\mathcal{C})| = \sum_{v \in \mathcal{C}} \deg(v) - |\mathcal{C}| \times |\mathcal{C} - 1|$$

Cruzamiento

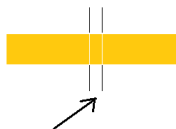
Cruzamiento de 2 puntos



Mutación

Mutación Simple

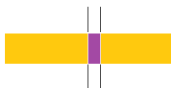
Individuo ANTES



Alelo a mutar



Individuo DESPUÉS



Individuo con alelo mutado

Tratamiento

Se utiliza algoritmo de corrección basado en la etapa de construcción del GRASP/VND, luego de las siguiente etapas.

- inicialización la población
- aplicación del operador de Cruzamiento
- aplicación del operador de Mutación

Ajuste de Parámetros

- Algoritmos genéticos son NO deterministas
- Test estadísticos para reportar: calidad y eficiencia computacional.

Instancias utilizadas

| Instancia | $ V $ | $ E $ | Densidad | $ E(C) $ |
|------------|-------|-------|----------|----------|
| p_hat300-1 | 300 | 10933 | 0.244 | 789 |
| MANN_a9 | 45 | 918 | 0.9273 | 412 |
| keller4 | 171 | 9435 | 0.649 | 1140 |

Resultado de la calibración

| Parámetro | Valor |
|-------------------|-------|
| tamaño población | 200 |
| prob. cruzamiento | 0.8 |
| prob. mutación | 0.1 |

Instancias de prueba

Caracterización instancias

| Instancias | Características de las instancias | | | |
|-------------|-----------------------------------|--------|----------|----------|
| | $ V $ | $ E $ | Densidad | $ E(C) $ |
| c-fat200-1 | 200 | 1534 | 0.071 | 81 |
| c-fat200-2 | 200 | 3235 | 0.163 | 306 |
| c-fat200-5 | 200 | 8473 | 0.426 | 1892 |
| c-fat500-1 | 500 | 4459 | 0.036 | 110 |
| c-fat500-2 | 500 | 9139 | 0.073 | 380 |
| c-fat500-5 | 500 | 23191 | 0.186 | 2304 |
| c-fat500-10 | 500 | 46627 | 0.374 | 8930 |
| p_hat300-2 | 300 | 21928 | 0.489 | 4637 |
| p_hat300-3 | 300 | 33390 | 0.744 | 7740 |
| keller5 | 776 | 225990 | 0.752 | 15184 |
| MANN_a27 | 378 | 70551 | 0.990 | 31284 |
| c125_9 | 125 | 69632 | 0.899 | 236406 |

Resultados obtenidos

| Instancias | GRASP/VND | | Algoritmo Genético | | GAP (%) |
|-------------|----------------|--------------|--------------------|--------------|---------|
| | $ E(C) $ prom. | $T(s)$ prom. | $ E(C) $ prom. | $T(s)$ prom. | |
| c-fat200-1 | 81 | 0.37 | 81 | 6.4 | 0.0 |
| c-fat200-2 | 306 | 0.81 | 306 | 7.5 | 0.0 |
| c-fat200-5 | 1892 | 4.94 | 1892 | 12.5 | 0.0 |
| c-fat500-1 | 110 | 2.46 | 110 | 16.15 | 0.0 |
| c-fat500-2 | 380 | 5.83 | 380 | 14.3 | 0.0 |
| c-fat500-5 | 2304 | 10.85 | 2304 | 20.36 | 0.0 |
| c-fat500-10 | 8930 | 65.74 | 8930 | 32.59 | 0.0 |
| p_hat300-2 | 4636.2 | 3659.39 | 4633.40 | 171.9 | ≈0.0 |
| p_hat300-3 | 7726.8 | 3992.42 | 7387.27 | 279.8 | 0.04 |
| c125_9 | 2766 | 253.25 | 2737.2 | 5.0 | 0.01 |
| keller5 | 15183.24 | 1167.64 | 12382 | 50.57 | 0.18 |
| MANN_a27 | 31244.10 | 548.54 | 30405 | 46.49 | 0.03 |

Conclusiones

Conclusiones

- Aplicaciones diversas en diferentes áreas.
- Se demuestra la \mathcal{NP} -Compleitud.
- Solución competitiva con las existentes y con tiempos de ejecución muy buenos.

Trabajo Futuro

Trabajo Futuro

- Aplicaciones reales en grandes superficies.
- Explorar la versión con pesos en las aristas, (WMCC).

Gracias

Fin

Gracias por su atención.