



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, Decana de América

Atmósferas Estelares
Práctica N° 1

Problema 1

Determine la *longitud de onda equivalente* para cada una de las curvas de sensibilidad dadas en la tabla 1.

$\lambda(\mu m)$	U_{λ}	B_{λ}	V_{λ}	$O_{día}$	O_{noche}
0.28	0.00				
0.30	0.13				
0.32	0.60				
0.34	0.92				
0.36	1.00	0.00			
0.38	0.72	0.13			0.00
0.40	0.09	0.92			0.02
0.42	0.00	1.00		0.00	0.08
0.44		0.92		0.02	0.21
0.46		0.76	0.00	0.06	0.41
0.48		0.56	0.01	0.14	0.65
0.50		0.39	0.36	0.32	0.90
0.52		0.20	0.91	0.71	0.96
0.54		0.07	0.98	0.95	0.68
0.56		0.00	0.80	1.00	0.35
0.58			0.59	0.87	0.14
0.60			0.39	0.63	0.05
0.62			0.22	0.38	0.02
0.64			0.09	0.18	0.01
0.66			0.03	0.06	0.00
0.68			0.01	0.02	
0.70			0.00	0.00	

Tabla 1: Curvas de sensibilidad de los filtros U , B y V del sistema fotométrico UBV , y del ojo humano para el día y la noche.

Solución

Para una curva de sensibilidad $s(\lambda)$, la longitud de onda equivalente λ_{eq} viene dada por la fórmula

$$\lambda_{eq} = \frac{\int_0^{\infty} \lambda s(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} s(\lambda) d\lambda}. \quad (1)$$

Con los datos proporcionados en la tabla 1, calculamos las integrales en la ecuación 1 usando el método del trapecio

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{f(x_{n+1}) + f(x_n)}{2} \times (x_{n+1} - x_n), \quad a = x_0 \wedge b = x_N.$$

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla siguiente:

	$\lambda_{eq} (\mu m)$
U_λ	0.35
B_λ	0.44
V_λ	0.55
$O_{día}$	0.56
O_{noche}	0.51

Problema 2

Empleando los datos de la tabla 1, calcular la *longitud de onda efectiva* del filtro V para el flujo de un cuerpo negro con las siguientes temperaturas: $T = 25000K$, $T = 10000K$, $T = 5000K$.

Solución

Para una curva de sensibilidad $s(\lambda)$ y una fuente con irradiancia $f(T, \lambda)$, la longitud de onda efectiva λ_{eff} viene dada por la fórmula

$$\lambda_{eff} = \frac{\int_0^{\infty} \lambda f(T, \lambda) s(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} f(T, \lambda) s(\lambda) d\lambda}. \quad (2)$$

Para el cuerpo negro tenemos que la irradiancia está dada por la función de Planck

$$f(T, \lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT}) - 1}. \quad (3)$$

Empleando el método del trapecio nuevamente, tabulamos el valor de λ_{eff} para las temperaturas $T = 25000K$, $T = 10000K$, $T = 5000K$ para el filtro V en la tabla siguiente.

$T (K)$	$\lambda_{eff} (\mu m)$
25000	0.547
10000	0.549
5000	0.554

Problema 3

Se tiene el flujo de cuerpo negro observado con un receptor cuya curva de sensibilidad es la curva de sensibilidad del filtro V del sistema fotométrico UBV. Determine la longitud de onda del flujo monocromático efectivo para las temperaturas $T = 25000K$, $10000K$ y $5000K$.

Recomendación: Considerando que el flujo monocromático efectivo está dado por

$$\langle B \rangle = \frac{\int_0^\infty V_\lambda B_\lambda(T) d\lambda}{\int_0^\infty V_\lambda d\lambda},$$

determine para que valores de λ se da la igualdad $\langle B \rangle = B_\lambda(T)$.

Problema 4

¿Cuál es el cambio δV en la magnitud V del sistema fotométrico UBV que produce un cambio $\delta \lambda$ en la longitud de onda efectiva calculada en 2?

Calcular $\delta \lambda = \lambda_{eq} - \lambda_{eff}$.

Recomendación: Si $V = -2,5 \log f_V + C$ tomar $f_V \simeq B(T)$, $T = T(\lambda_{eff})$; suponer $B_\lambda \propto \lambda^{-5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$ (Ley de Wien); calcular $(\frac{d \ln f_\lambda}{d \lambda})_{\lambda=\lambda_{eq}}$

Problema 5

¿Cuál es el cambio porcentual en f_V que representa el cambio δV calculado en 4?

Problema 6

Usando las tablas adjuntas (Referencia del COX) y considerando los tipos espectrales $O9$, $B0$, $B2$, $B5$, $A0$, $A5$, $F0$, $F5$, $G0$, $G5$, $K0$, $K5$ y $M0$.

- Graficar M_V vs. $(B - V)_0$ para cada clase de luminosidad V, III y I.
- Calcular la temperatura de color T_{BV} para los tipos espectrales de la secuencia principal.
- Usando los datos de la tabla 2 de colores intrínsecos $(U - B)_0$, calcular las temperaturas de color T_{UB} .

T. Sp.	$(U - B)_0$
BO V	-1.06
B5 V	-0.55
A0 V	-0.02
A5 V	0.10
F0 V	0.07
F5 V	0.03
G0 V	0.05
G5 V	0.19
K0 V	0.47
K5 V	1.10
M0 V	1.28

Tabla 2: Colores intrínsecos $(U - B)_0$

- Comparar los tipos de colores T_{UV} y T_{VB} de los tipos espectrales dados en 6c.
- Comparar las temperaturas de color T_{BV} y T_{UV} de los espectrales dados en 6b con las temperaturas espectrales de la tabla adjuntada.
 - ¿Cuál de las temperaturas de color parece aproximarse mejor desde un punto de vista cuantitativo a la temperatura efectiva?
 - ¿Cuál de las temperaturas de color parece aproximarse mejor desde un punto de vista cualitativo a la temperatura efectiva?

Problema 7

Dibuja un diagrama $(V - B)_O$ vs. $(B - V)_O$ pero los tipos espectrales del ejercicio 6b. Superponer en el mismo diagrama la relación color-color del cuerpo negro. El cuerpo negro ajusta bien las observaciones.

Problema 8

Para los tipos espectrales de la tabla 2

- Calcular el coeficiente Q .
- Calcular Q suponiendo $T_{BV} = T_{UB} = T_{EH}$.
- Calcular Q usando sólo T_{BV} .
- Calcular Q usando sólo T_{UB} .

Problema 9

Calcular un diagrama $\log L/L_\odot$ vs $\log T_{EH}$ para $\log (R/R_\odot) = -3, -2, -1, 0, +1, +2$.

- Mostrar que la corrección bolométrica entre magnitudes NO SE QUE DICE es igual a la corrección bolométrica entre magnitudes absolutas.

Problema 10

Discutir porque la corrección bolométrica es función principalmente de la temperatura efectiva y no del sodio.

En esas condiciones la corrección bolométrica depende de la clase de luminosidad? ¿Porque?

Problema 11

Si $\log f_\lambda = a \log \lambda + b$ en un intervalo (*NO SE QUE DICE*) donde f_λ y el flujo monocromático NO SE QUE DICE de una estrella, mientras que el gradiente de color en ese intervalo es $Q_{v1d2} = (5 + a)$.

Problema 12

- Mostrar que el gradiente de color de una radiación de cuerpo negro está dado por

$$\Phi = \frac{c_2}{T} \left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \right)$$

$$c_2 = \frac{hc}{k} \approx 1,43883 \text{ cm} \cdot \text{K}$$

b) ¿En que region $\Phi = \frac{c_2}{\lambda T}$?

c) Calcular Φ usando $\lambda = \frac{1}{2} (\lambda_B + \lambda_V)_{eq}$ y $T = T_{BV}$ para los tipos espectrales de **6d**.

Problema 13

Transformar

- M_V en M_{bol} .
- M_V en T_{BV} .

Para los tipos espectrales de la tabla **2** para las claves de luminosidad V , IV , III , II , I_b , I_a .

Usar para V , IV , III los $(B - V)$ de las clase de luminosidad V . Para los supergigantes III , I_b , I_a usar los datos de la tabla **3**.

Problema 14

Grafica los potenciales de ionización Ξ de los elementos “enrarecidos?” como fuente para tipo espectral en función del logaritmo de la temperatura efectiva. Comentar.

Problema 15

a) Graficar $\log \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right)$ vs T_{BV} e interpretar, usando para ello el diagrama calculado en el ejercicio **4**.

T. Sp.	$(B - V)_o$
BO	-0.25
A0	0.00
F0	0.25
G0	0.70
G5	1.06
K0	1.39
K5	1.70
MO	1.94

Tabla 3: Colores intrínsecos $(U - B)_o$