

El examen contiene 2 páginas (incluyendo esta) y 6 preguntas. El total de puntaje es 20.

Tabla de puntaje (uso del profesor)

Question	Points	Score
1	2	
2	4	
3	4	
4	4	
5	3	
6	3	
Total:	20	

1. (2 points) Dada las variables aleatorias continuas y y x demostrar que

$$P(y|x) = \frac{P(x|y)P(y)}{\int_y P(x|y)P(y)}$$

2. (4 points) Los doctores encuentran que la gente con la enfermedad Kreuzfeld-Jacob (KJ) casi invariablemente comía hamburguesas, tal que $P(Hamburguesa|KJ) = 0.9$, donde la variable *Hamburguesa* representa al comedor de hamburguesas. Además la probabilidad de que un individuo tenga KJ es actualmente bastante baja, aprox. 1 en 100000.
1. Cuál es la probabilidad de que un comedor de hamburguesas tendrá la enfermedad KJ (es decir, $P(KJ|Hamburguesa)$) dado que $P(Hambuerguesa) = 0.5$.
 2. Si $P(Hambuerguesa) = 0.001$ ¿Cuál sería el resultado? Concluya la variación que observa respecto a las variables aleatorias y al caso de estudio.
3. (4 points) Sean f y g que perteneces a \mathbb{H} (EHKR) y sean (f_n) y (g_n) dos sucesiones de Cauchy en \mathbb{H}_0 (cualquier subespacio de \mathbb{C}^E , E abstracto) que converge puntualmente a f y g respectivamente. Entonces la sucesión $\langle f_n, g_n \rangle_{\mathbb{H}_0}$ es convergente y su límite solo depende f y g .

* Tomar en cuenta que para cualquier función $f \in \mathbb{H}_0$ y cualquier sucesión de Cauchy $(f_n) \in \mathbb{H}_0$, puntualmente convergente a f , (f_n) converge también a f en el sentido de norma.

4. (4 points) Sea $\mathbb{H} = L_2([0, 1])$, con la métrica

$$\|f_1 - f_2\|_{L_2([0,1])} = \left(\int_0^1 |f_1(x) - f_2(x)|^2 \right)^{1/2}$$

y considerando la sucesión de funciones $\{q_n\}_{n=1}^\infty$ donde $q_n = x^n$. Demostrar que las evaluaciones funcionales no son continuas en todos los casos respecto de q_n .

5. (3 points) Considere $E = \mathbb{R}^2$ y $k(x, y) = \langle x, y \rangle^2$. Demostrar que existen al menos dos representaciones de $\phi(x)$ asociados a diferentes espacios característicos. Explicar que pasa con la unicidad del EHKR en este caso.
6. (3 points) Explicar la relación subyacente a los problemas (1) y (2)

$$\inf_{f \in \mathbb{H}} \lambda \|f\|_{\mathbb{H}}^2 + R_{L,D}(f) \quad \text{y} \quad (1)$$

$$\min_{(w,b) \in \mathbb{H}_0 \times \mathbb{R}} \lambda \langle w, w \rangle + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L(y_i, f_{(w,b)}(x_i)) \quad (2)$$

donde $L(y_i, f_{(w,b)}(x_i)) = \max\{0, 1 - y_i(\langle w, \phi(x_i) \rangle + b)\} = \xi_i$ y $f_{(w,b)}(x_i) = \langle w, \phi(x_i) \rangle + b$.