

Примерни решения и критерии за оценяване на контролната работа върху ирационални уравнения с два радикала (3П)

Предоставям примерни решения на задачите от ВАРИАНТ Е, както и критериите за оценка. Другите варианти са аналогични на този, както стъпки на решение, така и на брой отговори. Следователно и оценяването се прави по същите критерии.

1. $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+3} = 3$ (16 т.)

а) Задачата започва с определяне на допустими стойности, които са

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-3; 2] \quad (2 \text{ т.})$$

б) Оставяме единия корен от едната страна и прехвърляме всичко друго – от другата страна: (1 т.)

$$\sqrt{2-x} = 3 - \sqrt{x+3}$$

в) Повдигаме двете страни на уравнението на втора степен: (1 т.)

$$(\sqrt{2-x})^2 = (3 - \sqrt{x+3})^2$$

г) Разкриваме скобите: (1 т.)

$$2-x = 9 - 6\sqrt{x+3} + x+3$$

д) Оставяме корена от едната страна и прехвърляме всичко друго – от другата страна: (1 т.)

$$-2x-10 = -6\sqrt{x+3} \quad /:(-2)$$

$$x+5 = 3\sqrt{x+3}$$

е) Повдигаме двете страни на уравнението на втора степен: (1 т.)

$$(x+5)^2 = (3\sqrt{x+3})^2$$

ж) Разкриваме скобите: (1 т.)

$$x^2 + 10x + 25 = 9(x+3)$$

з) Прехвърляме всичко от едната страна и получаваме следното квадратно уравнение: (1 т.)

$$x^2 + x - 2 = 0$$

и) Намираме дискриминантата на квадратното уравнение: (1 т.)

$$D = 1^2 - 4 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 = 3^2$$

й) Намираме корените на квадратното уравнение: (2 т.)

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad (1 \text{ т.})$$

$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ (1 т.)}$$

к) Проверяваме дали получените решения са решение и на дадената задача, като проверката правим в началното условие на задачата: **(3 т.)**

Проверка за $x=1$: **(1 т.)**

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1+3} \stackrel{?}{=} 3$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{4} \stackrel{?}{=} 3$$

$$1 + 2 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 \equiv 3$$

Следователно правим извод, че $x=1$ е едно решение на задачата. **(0,5 т.)**

Проверка за $x=-2$: **(1 т.)**

$$\sqrt{2-(-2)} + \sqrt{-2+3} \stackrel{?}{=} 3$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{1} \stackrel{?}{=} 3$$

$$2 + 1 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 \equiv 3$$

Следователно правим извод, че $x=-2$ е друго решение на задачата. **(0,5 т.)**

л) Записваме отговор $x=1$ и $x=-2$ са решение на задачата. **(1 т.)**

Общият брой на точките от контролната работа е 16. Оценката се изчислява по формулата $2 + 0,25 * n$, където n е броят получени точни.