

Примерни решения и критерии за оценяване на контролната работа върху ирационални уравнения с един радикал (3П)

Предоставям примерни решения на задачите от ВАРИАНТ Θ, както и критериите за оценка. Другите варианти са аналогични на този, както стъпки на решение, така и на брой отговори. Следователно и оценяването се прави по същите критерии.

1. $5 + \sqrt{x+7} = x$ (12 т.)

а) Задачата започва с определяне на допустими стойности, които са $x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -7$ (1 т.)

б) Оставяме корена от едната страна и прехвърляме всичко друго – от другата страна: (1 т.)

$$\sqrt{x+7} = x-5$$

в) Повдигаме двете страни на уравнението на втора степен: (1 т.)

$$(\sqrt{x+7})^2 = (x-5)^2$$

г) Разкриваме скобите: (1 т.)

$$x+7 = x^2 - 10x + 25$$

д) Прехвърляме от всичко от едната страна и получаваме следното квадратно уравнение: (1 т.)

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$

е) Намираме дискриминантата на квадратното уравнение: (1 т.)

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 18 = 121 - 72 = 49 = 7^2$$

ж) Намираме корените на квадратното уравнение: (2 т.)

$$x_1 = \frac{11+7}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ (1 т.)}$$

$$x_2 = \frac{11-7}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (1 т.)}$$

з) Проверяваме дали получените решения са решение и на дадената задача, като проверката правим в началното условие на задачата: (3 т.)

Проверка за $x=9$: (1 т.)

$$5 + \sqrt{9+7} \stackrel{?}{=} 9$$

$$5 + \sqrt{16} \stackrel{?}{=} 9$$

$$5 + 4 \stackrel{?}{=} 9$$

$$9 \equiv 9$$

Следователно правим извод, че $x=9$ е едно решение на задачата.
(0,5 т.)

Проверка за $x=2$: **(1 т.)**

$$5 + \sqrt{2+7} \stackrel{?}{=} 2$$

$$5 + \sqrt{9} \stackrel{?}{=} 2$$

$$5 + 3 \stackrel{?}{=} 2$$

$$8 \neq 2$$

Следователно правим извод, че $x=2$ не е решение на задачата.
(0,5 т.)

и) Записваме отговор $x=9$ е решение на задачата. **(1 т.)**

2. $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$ **(8 т.)**

а) Задачата започва с определяне на допустими стойности, които са
 $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ **(1 т.)**

б) Едно произведение е 0, когато един от множителите в това произведение е 0. Следователно разглеждаме 2 случая: **(1 т.)**

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ или } \sqrt{x-2} = 0$$

в) Намираме дискриминантата на квадратното уравнение: **(0,5 т.)**

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 = 2^2$$

г) Намираме корените на уравненията, а те са: **(3 т.)**

$$x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (1 т.)}$$

$$x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (1 т.)}$$

$$x_3 = 2 \text{ (1 т.)}$$

д) Проверяваме дали получените корени принадлежат на допустимите стойности. След това съставяме извод за всеки един от тях (*Проверката може да се извърши и в началното условие на задачата!*): **(1,5 т.)**

$x_1 = 3 \in DC$ **(0,25 т.)** $\Rightarrow x_1 = 3$ е едно решение на задачата; **(0,25 т.)**

$x_2 = 1 \notin DC$ **(0,25 т.)** $\Rightarrow x_2 = 1$ не е решение на задачата; **(0,25 т.)**

$x_3 = 2 \in DC$ **(0,25 т.)** $\Rightarrow x_3 = 2$ е едно решение на задачата. **(0,25 т.)**

е) Записваме отговор $x_1 = 3$ и $x_3 = 2$ са решение на задачата. **(1 т.)**

Общият брой на точките от контролната работа е 20. Оценката се изчислява по формулата $2 + 0,2 \cdot n$, където n е броят получени точни.