Примерни решения и критерии за оценяване на контролната работа върху ирационални уравнения с два радикала (ЗП)

Предоставям примерни решения на задачите от ВАРИАНТ Е, както и критериите за оценка. Другите варианти са аналогични на този, както стъпки на решение, така и на брой отговори. Следователно и оценяването се прави по същите критерии.

1.
$$\sqrt{2-x} + \sqrt{x+3} = 3$$
 (16 T.)

- а) Задачата започва с определяне на допустими стойности, които са $\begin{vmatrix} 2-x \ge 0 \\ x+3 \ge 0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x \le 2 \\ x \ge -3 \end{vmatrix} \Leftrightarrow x \in [-3;2]$ (2 т.)
- б) Оставяме единия корен от едната страна и прехвърляме всичко друго от другата страна: (1 т.)

$$\sqrt{2-x} = 3 - \sqrt{x+3}$$

в) Повдигаме двете страни на уравнението на втора степен: (1 т.)

$$\left(\sqrt{2-x}\right)^2 = \left(3 - \sqrt{x+3}\right)^2$$

г) Разкриваме скобите: (1 т.)

$$2 - x = 9 - 6\sqrt{x+3} + x + 3$$

д) Оставяме корена от едната страна и прехвърляме всичко друго – от другата страна: (1 т.)

$$-2x-10 = -6\sqrt{x+3} /: (-2)$$
$$x+5 = 3\sqrt{x+3}$$

е) Повдигаме двете страни на уравнението на втора степен: (1 т.)

$$\left(x+5\right)^2 = \left(3\sqrt{x+3}\right)^2$$

ж) Разкриваме скобите: (1 т.)

$$x^2 + 10x + 25 = 9(x+3)$$

з) Прехвърляме всичко от едната страна и получаваме следното квадратно уравнение: (1 т.)

$$x^2 + x - 2 = 0$$

и) Намираме дискриминантата на квадратното уравнение: (1 т.)

$$D=1^2-4.(-2)=1+8=9=3^2$$

й) Намираме корените на квадратното уравнение: (2 т.)

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$
 (1 T.)

$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$
 (1 T.)

к) Проверяваме дали получените решения са решение и на дадената задача, като проверката правим в началното условие на задачата: (3 т.)

Проверка за x=1: (1 т.)

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1+3} \stackrel{?}{=} 3$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{4} \stackrel{?}{=} 3$$

$$1 + 2 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 = 3$$

Следователно правим извод, че x=1 е едно решение на задачата. **(0,5 т.)**

Проверка за x = -2: (1 т.)

$$\sqrt{2 - (-2)} + \sqrt{-2 + 3} \stackrel{?}{=} 3$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{1} \stackrel{?}{=} 3$$

$$2 + 1 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 = 3$$

Следователно правим извод, че x = -2 е друго решение на задачата. **(0,5 т.)**

л) Записваме отговор x=1 и x=-2 са решение на задачата. (1 т.)

Общият брой на точките от контролната работа е 16. Оценката се изчислява по формулата 2 + 0,25 * n, където n е броят получени точни.