Методика на преподаване и познавателната страна на ирационалните уравнения

1. Методика на преподаване на ирационалните уравнения

Методиката на преподаване на този раздел от математиката преминава през следните етапи:

а) Припомняне на необходимите знания за този раздел – припомняне на действието коренуване, какво представляват ирационалните числа и изрази, допустими стойности на променлива;
б) На базата на тези знания се дефинира термина на новото понятие ирационално уравнение;
в) Посочват се различни примери – такива, които са от обема на понятието и такива, които не са;
г) Започваме с решаване на ирационални уравнения с един радикал;
д) Решават се примери, които целят да изяснят основните стъпки, през които преминава решаването на този тип задачи – т.е. определяне на допустими стойности, оставяне на един от корените от едната страна и пращане на всичко друго – от другата страна, повдигане двете страни на равенството на такава степен, че да се освободим от корена, решаване на полученото рационално уравнение, проверяваме дали получените от рационалното уравнения корени са „истински“ или „чужди“ за даденото ирационално уравнение, записване на отговор;
е) Задава се алгоритъмът за решаване на ирационални уравнения;
ж) Затвърждава се алгоритъмът чрез различни примери;
з) Конструират се различни дидактически системи от задачи, които целят да покажат всевъзможните ситуации, в които може „да попаднем“, когато решаваме задачи от този тип задачи;
и) Отделя се и внимание на някои забележителни ирационални уравнения – такива, които нямат стойност, за която има смисъл уравнението; ирационално уравнение, което в лявата си част има радикал, а в дясната – отрицателно число; ирационално уравнение, при което един радикал съдържа в себе си друг радикал; ирационално уравнение, което се решава чрез полагане и др.;
й) Въвеждат се ирационалните уравнения с два корена, като се следват подточки от д) до з) от настоящата точка;
к) Въвежда се теоремата за еквивалентност и разглеждане на преобразуването на ирационалното уравнение в еквивалентна система неравенства (ПП);
л) Въвеждат се ирационални уравнения с повече от два радикала (ПП)
м) Обобщава се разделът и се затвърждават знанията от него;

н) Провежда се контролна работа и се оценяват знанията на учениците;
о) Нанасят се корекции на контролните работи и се набляга на основни типове грешки, които учениците са допуснали при решаването на този тип задачи.

2. Познавателната страна на ирационалните уравнения

Когато говорим за познавателната страна на ирационалните уравнения трябва да споменем различните видове подходи, чрез които могат да се решат, а именно – аналитичен, графичен и евристичен подход.

При аналитичното решение трябва да знам, че като следваме алгоритъма за решаване на ирационални уравнение ние повдигаме двете страни на уравнението на степен, подходяща за освобождаване от корена (най-често втора степен). Това преобразование обаче не винаги е еквивалентно, т.е. ние трябва да подсигурим област, където тези преобразования ще се еквивалентни. Тази област се нарича област на еквивалентните преобразования. Преобразованията на еквивалентност може да ги интерпретираме по два начина:

- Еквивалентните преобразования са тези, които се случват в дефиниционната област.
- Еквивалентните преобразования са такива преобразования, които не променят стойностите.

При графичния подход използваме визуално представяне на данните чрез графики на функции, като лявата страна на уравнението присвояваме на една функция, а дясната страна – на друго уравнение. След като начертаем графиките на функциите, ние може да анализираме ситуацията, в която се намираме т.е. да определим допустимите стойности за задачата, да видим броя на решенията, като при този подход решение на задачата съществува, ако има пресичане на графиките на функциите. За допълнително онагледяване може да построим графиката на функцията на уравнението, до което е сведено даденото. От тук може пък да извлечем информация кой корен е „истински“ и кой корен е „чужд“ за даденото ирационално уравнение.

Забележка: *В много случаи графичният подход е много мощно средство за решаване на алгебрични задачи, затова не бива да се подценява.*

В голяма част от задачите се използват различни евристики. При ирационалните уравнения евристичният подход намира също приложение. Ако имаме уравнение от вида $\sqrt{f(x)}-\sqrt{g(x)}=a$, $(a\in R)$ по-подходящо е да прехвърлим от другата страна на уравнението $-\sqrt{g(x)}$, защото е със знак минус, а след като се прехвърли от другата страна на уравнението изразът ще промени знака си на положителен. Ако имаме ситуация като тази

$a\sqrt{f(x)}+a\sqrt{g(x)}=ab$, където $(a\in R, b\in R)$, то най-добре е да разделим двете страните на уравнението на a. Ако имаме ситуация като тази $-a\sqrt{f(x)}-b\sqrt{g(x)}=-c$, където $(a\in R, b\in R, c\in R)$, то най-добре е да умножим двете страни на равенството с -1. Евристичният подход е също мощен и не бива да се пренебрегва, защото той значително улеснява условно казано нашите „сметките“ в задачата.