

CALENDARIO

NOTAS

PARTICIPANTES

OTROS

Navegación por el cuestionario

1 2 3 4

Mostrar una página cada vez

Finalizar revisión

Comenzado el sábado, 24 de abril de 2021, 08:00

Estado Finalizado

Finalizado en sábado, 24 de abril de 2021, 10:37

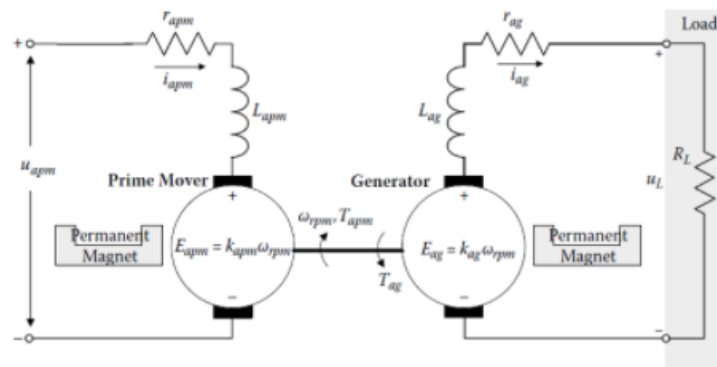
Tiempo empleado 2 horas 36 minutos

Calificación 20,00 de 20,00 (100%)

## Pregunta 1

Finalizado  
Puntúa 5,00 sobre 5,00  
Marcar pregunta

La figura muestra dos máquinas eléctricas DC integradas para formar un sistema motor-generator:



Modele el sistema en forma de espacio de estados considerando lo siguiente:

Entrada: Alimentación ( $u_{apm}$ )

Estados: Corrientes de armadura ( $i_{apm}$ ,  $i_{ag}$ ) y velocidad angular ( $\omega_{rpm}$ )

Salida: Voltaje ( $u_L$ )

Parámetros del sistema:

Prime Mover		Generator	
$r_{apm}$	0.4 $\Omega$	$r_{ag}$	0.3 $\Omega$
$L_{apm}$	0.05 H	$L_{ag}$	0.06 H
$k_{apm}$	0.3 V-s/rad	$k_{ag}$	0.25 V-s/rad
$kT_{apm}$	0.3 N-m/A	$kT_{ag}$	0.25 N-m/A
$f_{apm}$	0.0007 N-m-s/rad	$f_{ag}$	0.0008 N-m-s/rad
$J_{apm}$	0.04 kg-m <sup>2</sup>	$J_g$	0.05 kg-m <sup>2</sup>
		$R_L$	5 $\Omega$

(5.0 puntos)

Preg1.docx

Preg1.pdf

Comentario:

01

## Estados

$$\begin{aligned} x_1 &= i_{apm} & y &= u_L \\ x_2 &= i_{ag} & u &= u_{apm} \\ x_3 &= \omega_{rpm} \end{aligned}$$

$$u_L = R_L \cdot i_{ag}$$

## Ecuaciones:

$$(1) \quad u_{apm} = i_{apm} \cdot r_{apm} + L_{apm} \frac{di_{apm}}{dt} + K_{apm} \omega_{rpm}$$

$$(2) \quad \underbrace{K_{T_{apm}} \cdot i_{apm}}_{T_{apm}} - \underbrace{f_{apm} \cdot \omega_{rpm}}_{T_c} - T_c = J_{pm} \dot{\omega}_{rpm}$$

Torque carga

$$(3) \quad K_{T_{ag}} \cdot i_{ag} - f_{ag} \omega_{rpm} - T_c = J_g \dot{\omega}_{rpm}$$

$$(4) \quad K_{ag} \cdot \omega_{rpm} = L_{ag} \frac{d i_{ag}}{dt} + r_{ag} i_{ag} + r_L i_{ag}$$

→ En estados

$$u = x_1 \cdot r_{apm} + L_{apm} \dot{x}_1 + K_{apm} x_3 \quad \dots (1)$$

$$(J_{pm} - J_g) \dot{x}_3 = K_{T_{apm}} \cdot x_1 - (f_{apm} - f_{ag}) x_3 - K_{T_{ag}} \cdot x_2 \quad \dots (2 \text{ y } 3)$$

$$K_{ag} x_3 = L_{ag} \dot{x}_2 + r_{ag} \cdot x_2 + r_L \cdot x_2 \quad \dots (4)$$

Reordenando

$$(1) \quad \dot{x}_1 = -\frac{r_{apm}}{L_{apm}} x_1 - \frac{K_{apm}}{L_{apm}} x_3 + \frac{1}{L_{apm}} u$$

$$(4) \quad \dot{x}_2 = -\frac{(r_{ag} + r_L)}{L_{ag}} x_2 + \frac{K_{ag}}{L_{ag}} x_3$$

$$(2) \quad \dot{x}_3 = \frac{K_{T_{apm}}}{(J_{pm} - J_g)} x_1 - \frac{K_{T_{ag}}}{(J_{pm} - J_g)} x_2 - \frac{(f_{apm} - f_{ag})}{(J_{pm} - J_g)} x_3$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r_{apm}}{L_{apm}} & 0 & \frac{-K_{apm}}{L_{apm}} \\ 0 & \frac{-(f_{ag} + R_L)}{L_{ag}} & \frac{K_{ag}}{L_{ag}} \\ \frac{K_{T_{apm}}}{(J_{pm} - J_{ag})} & \frac{K_{T_{ag}}}{(J_{pm} - J_{ag})} & \frac{-(f_{apm} - f_{ag})}{(J_{pm} - J_{ag})} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{apm}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

↖ A
↖ B

$$y = \begin{bmatrix} 0 & R_L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + 0$$

↖ C
↖ D

Donde:

Parámetros del sistema:

Prime Mover		Generator	
$r_{apm}$	0.4 $\Omega$	$r_{ag}$	0.3 $\Omega$
$L_{apm}$	0.05 H	$L_{ag}$	0.06 H
$K_{apm}$	0.3 V-s/rad	$K_{ag}$	0.25 V-s/rad
$K_{T_{apm}}$	0.3 N-m/A	$K_{T_{ag}}$	0.25 N-m/A
$f_{apm}$	0.0007 N-m-s/rad	$f_{ag}$	0.0008 N-m-s/rad
$J_{pm}$	0.04 kg-m <sup>2</sup>	$J_g$	0.05 kg-m <sup>2</sup>
		$R_L$	5 $\Omega$

## Pregunta 2

Finalizado  
Puntúa 5,00  
sobre 5,00

🚩 Marcar  
pregunta

El siguiente diagrama bloques representa un sistema de posicionamiento mecánico:

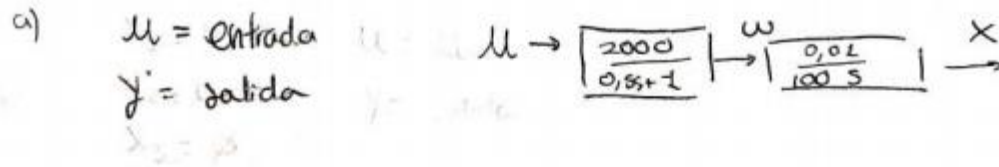


- a) Obtenga el modelo de espacio de estados del sistema dado. (2 puntos)
- b) Respuesta de  $\omega$  y  $x$  a las condiciones iniciales:  $\omega_0 = 1$ ,  $x_0 = 0$  y entrada tipo escalón unitario (sin utilizar MatLab o similar). (3 puntos)

Preg2.pdf

Comentario:

021



$$\frac{W(s)}{u(s)} = \frac{2000}{0.5s+1} = 0.5s W(s) + W(s) = 2000 u(s)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 0.5 \dot{w} + w &= 2000 u \\ x_1 = w &\Rightarrow \dot{x}_1 = -2x_1 + 4000 u \\ \dot{x}_1 &= -2x_1 + 4000 u \end{aligned}$$

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{0.01}{100s} = 100s Y(s) = 0.01 W(s)$$

$$\begin{aligned} x_2 = y &\Rightarrow 100 \dot{y} = 0.01 w \\ 100 \dot{x}_2 &= 0.01 x_1 \\ \dot{x}_2 &= 10^{-4} x_1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 10^{-4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4000 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0$$

b) Condiciones iniciales:

$$x_1 = w_0 = 1 \quad u = 1, \quad 0 \leq t$$

$$x_2 = x_0 = 0$$

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ -10^{-4} & s \end{bmatrix} \rightarrow \det(sI - A) = s^2 + 2s$$

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s^2+2s} & 0 \\ \frac{10^{-4}}{s^2+2s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 \\ -10^{-4} \left( \frac{1/2}{s} - \frac{1/2}{s+2} \right) & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$$

$$e^{At} = L^{-1} \left\{ (sI - A)^{-1} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0,5 \times 10^{-4} - 0,5 \times 10^{-4} e^{-2t} & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$u(t) = 1, \quad t \geq 0$$

$$\int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau = \int_0^t \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0,5 \times 10^{-4} - 0,5 \times 10^{-4} e^{-2(t-\tau)} & e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4000 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 1 d\tau$$

$$\begin{aligned} \int_0^t \begin{bmatrix} 4000 \\ -0,2 - 0,2 e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} d\tau &= \begin{bmatrix} 4000t \\ -0,2 + 0,1 e^{-2t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -0,2 + 0,1 e^{-2t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4000t \\ -0,3 + 0,1 e^{-2t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0,5 \times 10^{-4} - 0,5 \times 10^{-4} e^{-2t} & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4000t \\ -0,3 + 0,1 e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \times 10^{-4} - 0,5 \times 10^{-4} e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4000t \\ -0,3 + 0,1 e^{-2t} \end{bmatrix}$$

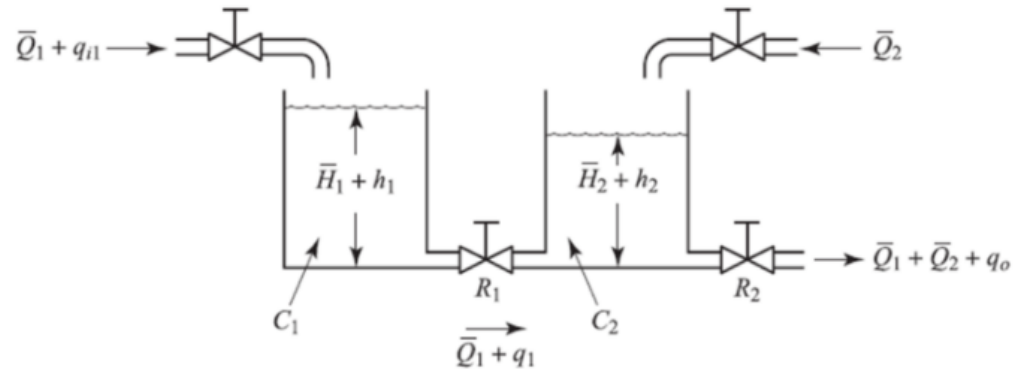
### Pregunta 3

Finalizado

Puntúa 5,00 sobre 5,00

🚩 Marcar pregunta

Para el siguiente sistema.



Donde:  $q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1}$ ;  $q_0 = \frac{h_2}{R_2}$ ;  $C_1 \dot{h}_1 = q_{i1} - q_1$ ;  $C_2 \dot{h}_2 = q_1 - q_0$

- Hallar el modelo en espacio estados si la entrada es  $q_{i1}$  y la salida es  $h_2$ . (3 p)
- Hallar la función de transferencia (sin utilizar MatLab o similar) a partir del modelo en espacio estados. (2 p)

Preg3.pdf

Comentario:

- Muy bien se obtuvo de forma adecuada el modelo de espacio de estados, 3pts.
- Muy bien se obtuvo la función de transferencia de forma adecuada, 2pts.

$$\begin{aligned}
 3) \quad q_1 &= \frac{h_1 - h_2}{R_1} & C_1 \dot{h}_1 &= q_{i1} - q_1 & x_1 &= h_1 \\
 a) \quad q_0 &= \frac{h_2}{R_2} & C_2 \dot{h}_2 &= q_1 - q_0 & x_2 &= h_2 \\
 & & & & y &= x_2 \quad u = q_{i1}
 \end{aligned}$$

• Ecuaciones espacio estado

$$C_1 \dot{h}_1 = u - \frac{h_1}{R_1} - \frac{h_2}{R_1} \rightarrow \dot{x}_1 = -\frac{1}{C_1 R_1} x_1 - \frac{1}{C_1 R_1} x_2 + u$$

$$C_2 \dot{h}_2 = \frac{h_1}{R_1} - \frac{h_2}{R_1} - \frac{h_2}{R_2} \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{x_1}{R_1 C_2} - \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} \right) x_2$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R_1} & -\frac{1}{C_1 R_1} \\ \frac{1}{R_1 C_2} & -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$Y = [0 \quad 1] X$$

$$b) \text{adj}(sI - A) = \begin{bmatrix} s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} & -\frac{1}{C_1 R_1} \\ \frac{1}{R_1 C_2} & s + \frac{1}{C_1 R_1} \end{bmatrix} \quad Y(s) = C(sI - A)^{-1} \cdot B$$

$$\det(sI - A) = s^2 + \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} + \frac{1}{C_1 R_1} \right) s + \frac{R_1 + R_2}{R_1^2 R_2 C_1 C_2}$$

$$Y(s) = [0 \quad 1] \frac{1}{s^2 + \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} + \frac{1}{C_1 R_1} \right) s + \frac{R_1 + R_2}{R_1^2 R_2 C_1 C_2}} \begin{bmatrix} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} & -\frac{1}{C_1 R_1} \\ \frac{1}{R_1 C_2} & s + \frac{1}{C_1 R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$Y(s) = \frac{1}{(s^2 + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_1 C_2} s + \frac{1}{R_1 C_2})}$$

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{R_1 C_2}}{s^2 + \left( \frac{C_1 R_1 + C_1 R_2 + R_1 R_2 C_2}{R_1^2 R_2 C_1 C_2} \right) s + \frac{R_1 + R_2}{R_1^2 R_2 C_1 C_2}}$$

## Pregunta

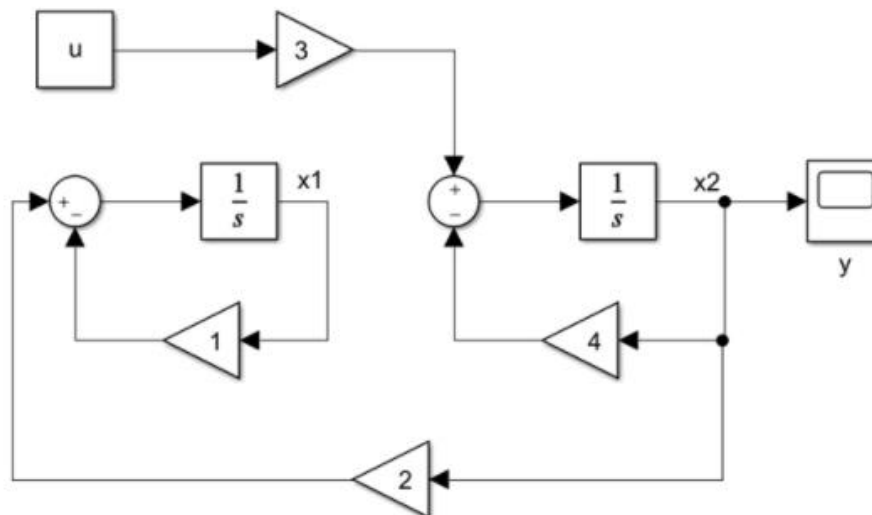
4

Finalizado

Puntúa 5,00  
sobre 5,00

🚩 Marcar  
pregunta

Considere el diagrama mostrado en la figura:



- Obtenga la representación del sistema en espacio de estados. (2.0 p)
- Verifique si el sistema es estable, controlable y observable (sin utilizar MatLab o similar, puede utilizar calculadora). (2.0 p)
- Simular el sistema utilizando MatLab o Simulink con:  $u=0$ ,  $x_1(0)=0.1$ ,  $x_2(0)=0.3$ . Mostrar la gráfica de la salida. (1.0 p)

Preg4.pdf

Comentario:

- Muy bien se obtuvo de forma adecuada el modelo de espacio de estados, 2pts.
- Muy bien se determinó la estabilidad, controlabilidad y observabilidad, 2pts.
- Se mostró los gráficos de MATLAB obtenido así como su código. 1pt

Q11

a)  $3u - 4x_2 = \dot{x}_2$

$u = \text{entrada}$

$y = x_2 = \text{salida}$

$\dot{x}_1 = -x_1 + 2x_2$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

b) autovalores

$$(\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda + 1 & -2 \\ 0 & \lambda + 4 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = \lambda^2 + 5\lambda + 4 \rightarrow \lambda_1 = -1$$

$$\lambda_2 = -4$$

$$P_{\alpha}^{(1)} \Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_1 + 1 & -2 \\ 0 & \lambda_1 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad P_{\alpha}^{(1)} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$P_{\alpha}^{(2)} \Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_2 + 1 & -2 \\ 0 & \lambda_2 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P_{\alpha}^{(2)} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

estable (autovalores)

$$C_0 = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 3 & -12 \end{bmatrix} \leftarrow \text{Rango} = 2 = n \rightarrow \text{es controlable}$$

$$O_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$$

$$O_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \leftarrow \text{rango} = 1 \leq 2 = n \rightarrow \text{no es observable}$$

## CÓDIGO EN MATLAB

```
clc;
clear;
close all;

A = [-1 2; 0 -4];
B = [0; 3];
C = [0 1];
D = [0];

figure(1)
hold on;

t = 0:0.01:10;
u = 0*ones(size(t));
x0 = [0.1 0.3]';
[T xt] = lsim(A,B,C,D,u,t,x0);

x1t = xt(:,1);
x2t = xt(:,2);

plot(t,x1t,t,x2t);
title("Respuesta Completa (u => 0, c.i. => [0.1 0.3]')");
legend('x1(t)', 'x2(t)');
```

