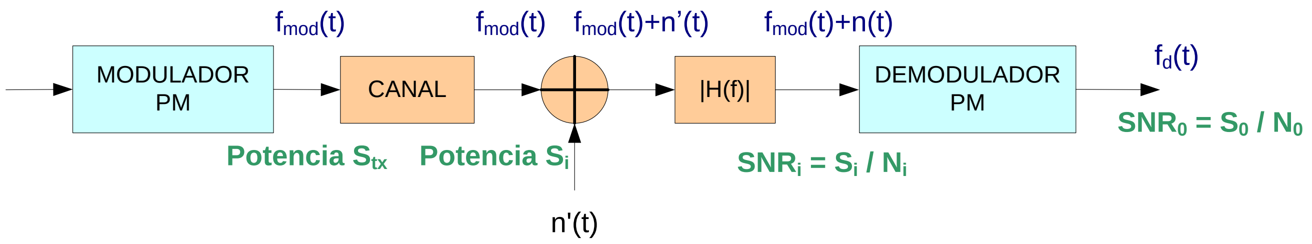
RUIDO EN PM/FM

1.1.1 PM

El esquema del modulador PM será:



Sea entonces la señal modulada más el ruido:

$$\begin{aligned} f_{PM}(t)+n(t) &= A\cos(2\pi f_c t)+n(t) \\ &= A\cos(2\pi f_c t)+n_c(t)\cos(2\pi f_c t)+n_s(t)\sin(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

Vamos a trabajar como en el caso de la DSB-LC, sin embargo vamos a determinar en vez de la envolvente, la componente de fase generada por el ruido. Utilizaremos para esto el mismo triángulo de antes pero con algunas modificaciones.

La función que debemos formar es:

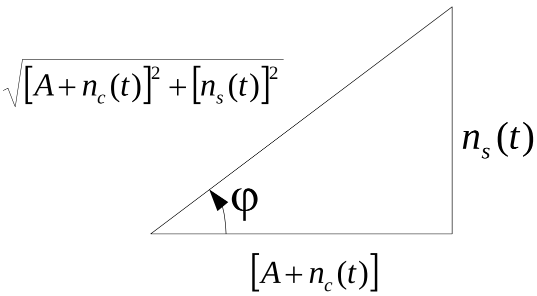
$$E(t)\cos\left[2\pi f_c t+\varphi(t)\right] \quad \textbf{(*)}$$

Fase

Redefinamos la función:

$$\begin{aligned} f_{PM}(t)+n(t) &= A\cos(2\pi f_c t)+n_c(t)\cos(2\pi f_c t)+n_s(t)\sin(2\pi f_c t) \\ &= \underbrace{\left[A+n_c(t)\right]}_{\text{Sería un cos }(\varphi)}\cdot\cos(2\pi f_c t)+\underbrace{n_s(t)}_{\text{Sería un sin }(\varphi)}\sin(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

En el triángulo rectángulo tendremos:



En este caso definiremos completamente la función aunque la envolvente no es de nuestro interés:

$$f_{PM}(t)+n(t)=\frac{\sqrt{[A+n_c(t)]^2+[n_s(t)]^2}}{\sqrt{[A+n_c(t)]^2+[n_s(t)]^2}}\times\{[A+n_c(t)]\cdot\cos(2\pi f_c t)+n_s(t)\sin(2\pi f_c t)\}$$

$$=\sqrt{[A+n_c(t)]^2+[n_s(t)]^2}\times\left\{\frac{[A+n_c(t)]}{\sqrt{[A+n_c(t)]^2+[n_s(t)]^2}}\cdot\cos(2\pi f_c t)+\frac{n_s(t)}{\sqrt{[A+n_c(t)]^2+[n_s(t)]^2}}\sin(2\pi f_c t)\right\}$$

En esta expresión el valor de $\varphi(t)$ está dado por:

$$\varphi(t)=\tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A+n_c(t)}\right)$$

Nuevamente recurriremos al análisis del ruido en 2 casos:

a) Ruido Pequeño: $A>>n(t)$

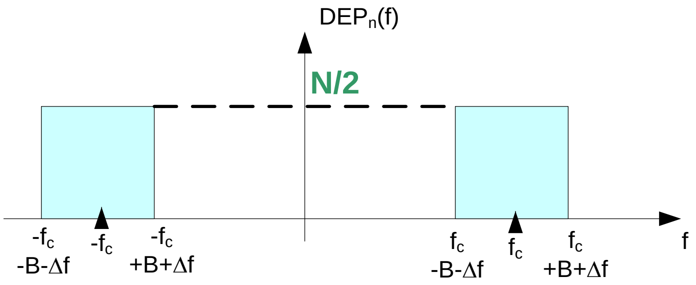
En este caso la función se aproximará a:

$$\varphi(t)=\tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A+n_c(t)}\right)$$
$$=\tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A}\right)$$

Como este valor es muy pequeño entonces el arco tangente se podrá aproximar a:

$$\varphi(t)=\tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A}\right)$$
$$\approx\frac{n_s(t)}{A}$$

Por lo que ahora falta determinar el valor de la potencia de esta componente de cuadratura del ruido. En este caso el que el ruido se encuentre dividido entre A implica que la DEP ha cambiado también. Primero averigüemos la potencia del ruido de n(t) en la entrada del demodulador, para lo cual vamos a considerar que la señal PM al ser de Banda Ancha (el caso de Banda Angosta es trivial al ser similar a AM-DSB-LC) tiene un ancho de banda modulado de $2(\Delta f+B)$ donde $\Delta f>>B$.

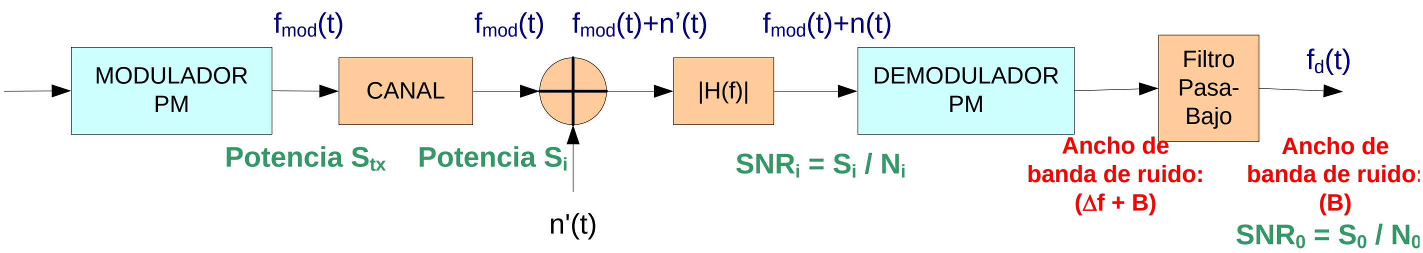


$$Ni = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N}{2} df = 2 \int_{f_c - B - \Delta f}^{f_c + B + \Delta f} \frac{N}{2} df = 2N(\Delta f + B)$$

Y si el cálculo que hemos hecho arroja la porción de ruido que se encuentra en la fase, entonces esta valdrá:

$$No = \frac{2N(\Delta f + B)}{A^2}$$

Este valor implica que el ruido a la salida del demodulador aún cubre un ancho de banda de $(\Delta f + B)$. En nuestro caso incluiremos un filtro pasa bajos a la salida del demodulador PM que nos permita obtener solamente ruido en la banda base de la señal, es decir B.



Esto nos llevará a obtener un valor de potencia ruido a la salida de:

$$No = \frac{2NB}{A^2}$$

Para que esto sea cierto en la banda de análisis debe ocurrir que:

Bueno, aún faltan Si y So pero son fáciles de obtener:

$Si = \dfrac{A^2}{2}$; Es sólo el valor de la potencia de la portadora.

$So = k_p{}^2 \, \overline{f(t)^2}$; Es porque a la salida encontramos k_p y a $f(t)$.

Para el cálculo de la relación señal a ruido a la entrada del demodulador no será tomado en cuenta debido a que debemos incluir las características de ancho de banda real de la señal PM de Banda Ancha

Para el cálculo de la relación señal a ruido a la salida del demodulador tendríamos: $\Rightarrow SNRo = \dfrac{So}{No} = \dfrac{k_p^{\,2}\,\overline{f(t)^2}\,A^2}{2NB}$

Ahora para comparar calculemos la relación entre SNRo y γ:

$$\gamma = \frac{Si}{NB} = \frac{A^2}{2NB}$$

$$\Rightarrow SNRo = \frac{So}{No} = \frac{k_p^{\,2}\,\overline{f(t)^2}\,A^2}{2NB} = \gamma\left[k_p^{\,2}\,\overline{f(t)^2}\right]$$

b) Ruido Grande: $A >> n(t)$

En este caso existe también un efecto umbral a partir del cual la relación señal a ruido se considera tan baja que el ruido se hace grande respecto a la información.

TAREA 3.4: Comparar la SNRi con la SNRo y con el valor de γ; ¿La relación señal a ruido mejora? ¿Cuánto mejora o no mejora?¿Cómo se modifica la expresión colocada si incluyo a Δω y m'^2_p ? ¿Qué cambios hay que hacer para obtener la relación señal a ruido en FM?