LABORATORIO DE TEORÍA DE COMUNICACIONES 1 – PARTE TEÓRICA

TEMA: ANÁLISIS Y TRANSMISIÓN DE SEÑALES

2024

LABORATORIO DE TEORÍA DE COMUNICACIONES 1 – TEL133

LABORATORIO NÚMERO:	3	SEMESTRE:	2024 – 1

TEMA: ANÁLISIS Y TRANSMISIÓN DE SEÑALES

Objetivos de aprendizaje:

- Verificar las características de las señales determinísticas a partir de la medición de los parámetros que la definen.
- Analizar señales periódicas en el dominio del tiempo y la frecuencia mediante la Transformada de Fourier.
- Analizar el resultado de la operación de señales.
- Analizar el resultado de sintetizar una señal cuadrada a partir de la suma de tres señales sinusoidales correspondientes a los tres primeros armónicos.

Actividades	Descripción	Duración	Puntaje
1	Prueba de entrada	10 min.	6
2	Desarrollo de la guía	95 min.	8
3	Evaluación oral	15 min.	6

El contenido de esta guía es de carácter estrictamente personal y aplicable solo para el curso de **Teoría de Comunicaciones 1 (TEL133).** Cualquier tipo de plagio será sancionado de acuerdo con el reglamento disciplinario de la

ANÁLISIS DE SEÑALES

1. INTRODUCCION A LAS SEÑALES Y SISTEMAS

El hombre siempre ha requerido intercambiar información. En un principio lo logró usando señales de humo, tambores, palomas mensajeras, etc. Sin embargo, su desarrollo y expansión en todo el mundo, lo obligó a desarrollar métodos tecnológicos para la comunicación a distancia.

Un sistema de comunicaciones se encarga de la transmisión de las señales entre el emisor y el receptor. En ese sentido, actualmente el método más rápido, eficiente y de mayor cobertura es la transmisión de mensajes (señales) mediante sistemas electrónicos desarrollados en los últimos 150 años. Para el estudio de estos sistemas es necesario conocer:

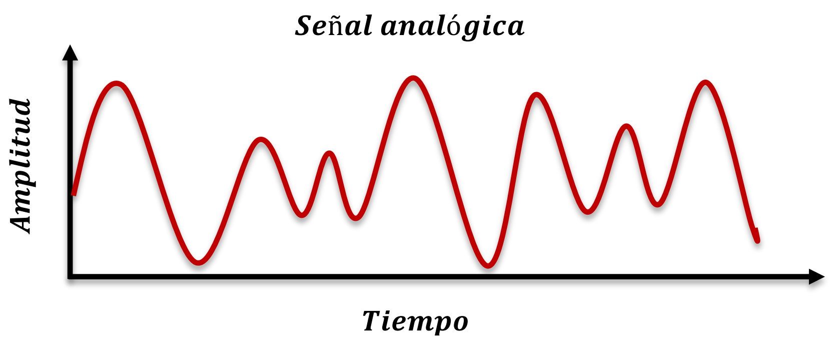
- La descripción de los mensajes como señales eléctricas: clasificación (periódica, no periódica), análisis (estadístico, en frecuencia), etc.
- Las modificaciones que sufren estas señales durante su transmisión.
- Los posibles medios de transmisión.
- Los problemas básicos de estos sistemas, tales como el ruido, la interferencia y otros disturbios.

2. SEÑALES

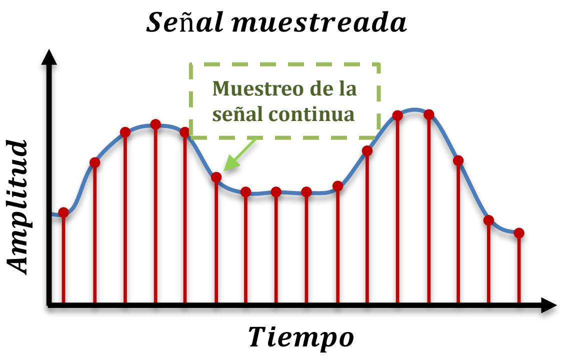
Las señales son cantidades físicas detectables y cuantificables, por medio de las cuales se puede transmitir información. Generalmente, las señales dependen de una o varias variables, las cuales pueden ser descritas en el tiempo y la frecuencia, como por ejemplo la voz humana. Además, las señales se clasifican en:

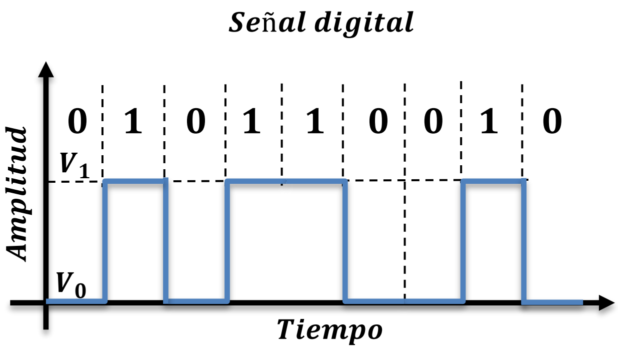
2.1. Señales de tiempo Continuo y de tiempo Discreto

Las señales de tiempo continuo están definidas para un intervalo continuo de valores en el tiempo. Dentro de esta clasificación se encuentran las señales analógicas.



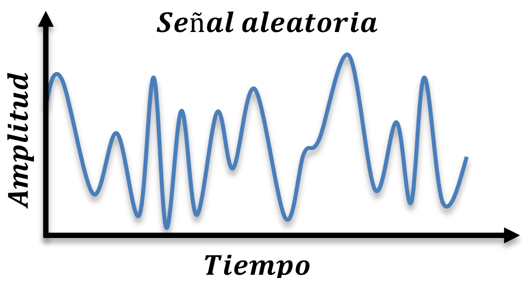
Las señales de tiempo discreto son aquellas que están definidas para un conjunto de valores discretos en el tiempo. Dentro de esta clasificación se encuentran las señales muestreadas y las señales digitales.



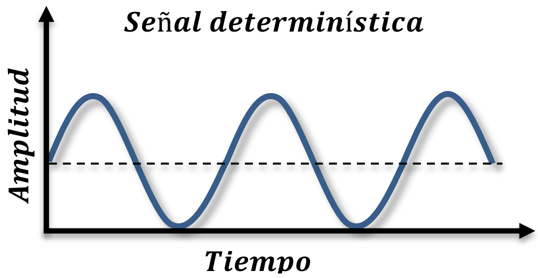


2.2. Señales Aleatorias y Determinísticas

Una señal aleatoria es aquella en la cual no se pueden predecir los valores que tomará dicha señal. Un ejemplo de señal aleatoria es la salida de una señal de voz por radio (locución), ya que no es posible saber qué es lo que dirá el locutor.



Una señal determinística o no aleatoria es aquella en cuyos valores no existe incertidumbre. Basta saber el tipo de señal para predecir sus valores. Un ejemplo de ella es una señal sinusoidal.



2.3. Señales periódicas y no periódicas de tiempo continuo

Una señal $f(t)$ es periódica si cumple la siguiente relación:

$$f(t) = f(t+T) \qquad \forall\, t$$

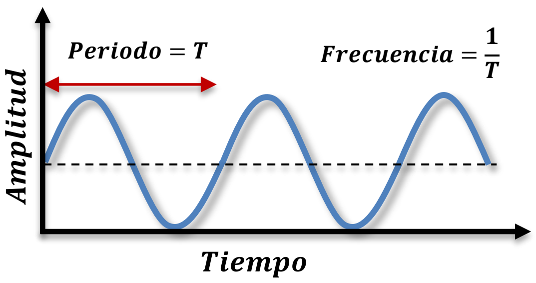
Donde T es el periodo.

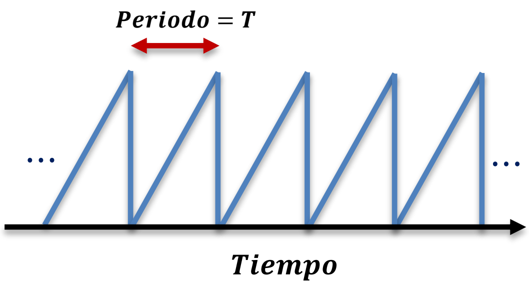
En otro caso, se dice que la señal es no periódica. Además, la suma de 2 señales periódicas con periodos T_1 y T_2 dará como resultado una señal periódica solo si se cumple la siguiente relación:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n}{m} \qquad donde\ n, m\ \in Z$$

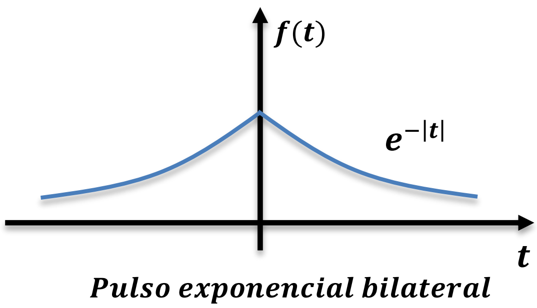
Por lo que, no siempre la suma de señales periódicas da una señal periódica.

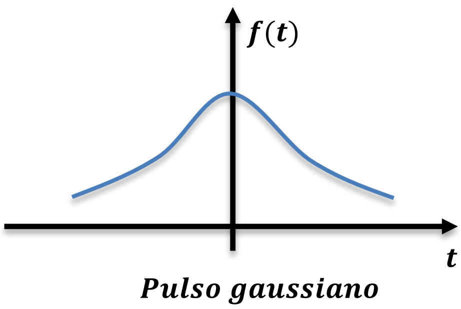
a. Ejemplo de señales periódicas:





b. Ejemplo de señales no periódicas:





3. SERIES DE FOURIER

Para analizar señales $f(t)$ periódicas, es necesario utilizar la Serie de Fourier desarrollada en 1826 por el físico y matemático francés, Barón Jean Baptiste Joseph Fourier. En ella se representan las componentes de frecuencia senoidal de cualquier señal $f(t)$ periódica mediante la siguiente expresión:

$$f(t) = A_0 + A_1\cos(\omega_0 t) + A_2\cos(2\omega_0 t) + A_3\cos(3\omega_0 t) + \cdots + A_n\cos(n\omega_0 t)$$
$$+B_1\sin(\omega_0 t) + B_2\,\mathrm{sen}(2\omega_0 t) + B_3\,\mathrm{sen}(3\omega_0 t) + \cdots + B_n\,\mathrm{sen}(n\omega_0 t)$$

La expresión anterior se interpreta de la siguiente manera: una señal $f(t)$ periódica consiste en una componente de nivel DC o promedio A_0 y una serie de armónicas de ondas seno y coseno que están relacionadas. Una armónica es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental ω_0. La primera armónica es la frecuencia fundamental $\omega_0 = 2\pi f_0$, donde f_0 es la frecuencia con que se repite la señal $f(t)$ y por lo tanto la mínima cantidad de frecuencia necesaria para representar $f(t)$. El segundo múltiplo de la frecuencia fundamental se llama la segunda armónica, el tercer múltiplo la tercera armónica y así sucesivamente.

Hay 3 formas diferentes de representar una Serie de Fourier para el análisis de señales periódicas:

3.1. Forma Trigonométrica o Rectangular

La señal $f(t)$ se expresa en función de tonos o senoides. No tiene sentido la frecuencia negativa.

$$f(t) = a_o + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos nw_o t + b_n sennw_o t, \quad w_o = \frac{2\pi}{T}$$

Donde:

Nivel DC → $a_o = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)dt$

Coeficientes → $a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\cos nw_o tdt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) sennw_o tdt$

3.2. Forma compacta o polar

Los coeficientes C_n y θ_n definen el espectro de la señal f(t). Tampoco tiene sentido la frecuencia negativa.

$$f(t) = c_o + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos(nw_o t + \theta_n), \quad w_o = \frac{2\pi}{T}$$

Donde:

Nivel DC → $c_o = a_o$

Coeficiente de magnitud: $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$

Coeficiente de fase: $\theta_n = -\tan^{-1}\frac{b_n}{a_n}$

3.3. Forma Exponencial

El coeficiente complejo Fn define el espectro de la señal f(t) donde |Fn| (par) es el espectro de magnitud y θn (impar) es el espectro de fase.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n e^{jnw_0 t}, \quad w_o = \frac{2\pi}{T}$$

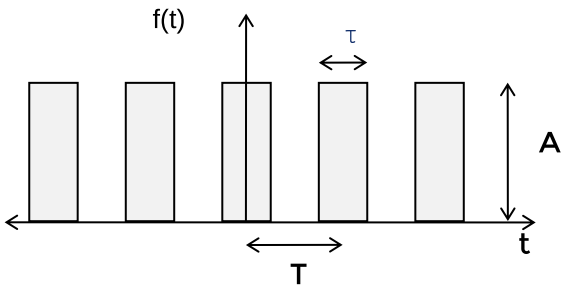
Donde:

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{-jnw_0 t} dt = | F_n | e^{j\theta_n}$$

Como Fn es complejo, se suele expresar en un plano complejo ya sea en sus componentes real e imaginaria o por su magnitud y ángulo de fase.

Ejemplo: Series de Fourier de un tren de pulsos

Evalúe la serie rectangular, compacta y exponencial de Fourier para un tren de pulsos periódicos como se muestra en la figura. Bosqueje aprox. f(t) para algunos valores de n y grafique los espectros de magnitud para valores de ciclo τ/T = 20 y 50%. Comente.



Solución:

La **serie rectangular** de Fourier se expresa por:

$$f(t) = a_o + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos nw_o t + b_n sennw_o t$$

Para el periodo T → $f_o = 1/T$ → $w_o = 2\pi f_o = 2\pi/T$.

Asumiendo como referencia t_o = -T/2 entonces:

Nivel DC: $$a_o = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)dt = \frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} Adt = \frac{A\tau}{T}$$

Coeficientes:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} A\cos nw_o t dt = \frac{2A}{\pi n} sen\frac{n\pi\tau}{T} \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} A sen nw_o t dt = 0$$

$$f(t) = \frac{A\tau}{T} + 2\frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}\operatorname{sen}\frac{n\pi\tau}{T}\cos n\omega_0 t$$

La **serie compacta** de Fourier se expresa por:

$$f(t) = c_o + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos(nw_o t + \theta_n)$$

Donde: $$c_o = a_o = \frac{A\tau}{T} \qquad \theta_n = -\tan^{-1}\frac{b_n}{a_n} = 0$$

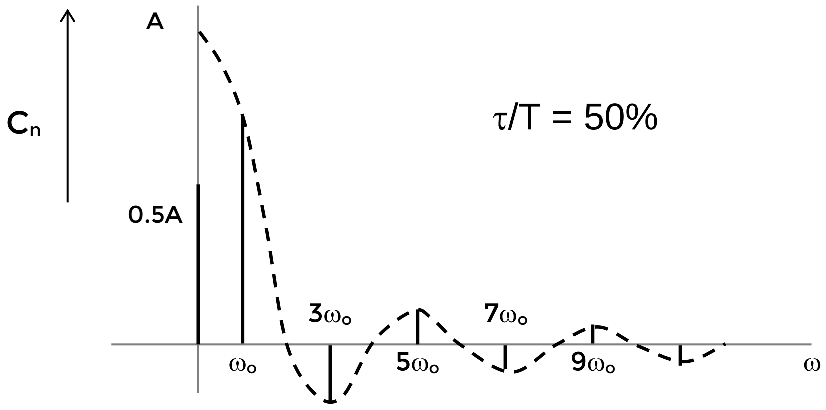
$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = a_n = \frac{2A}{\pi n} sen\frac{n\pi\tau}{T}$$

$$C_n = \frac{2A\tau}{T}\frac{sen\frac{n\pi\tau}{T}}{\frac{\pi n\tau}{T}} = \frac{2A\tau}{T}Sa(\frac{\pi n\tau}{T}) = \frac{2A\tau}{T}Sa(n\frac{2\pi}{T}\frac{\tau}{2}) = \frac{2A\tau}{T}Sa(nw_o\frac{\tau}{2})$$

$$f(t) = \frac{A\tau}{T} + 2\frac{A\tau}{T}\frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty} Sa\left(n\omega_0\frac{\tau}{2}\right)\cos n\omega_0 t$$

Es la misma serie rectangular por que el nivel DC es igual: C_o = a_o y el coeficiente de magnitud es: $C_n = a_n$

Espectro de magnitud C_n:

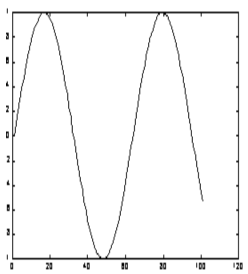


Expresando la serie compacta para τ/T = 50%:

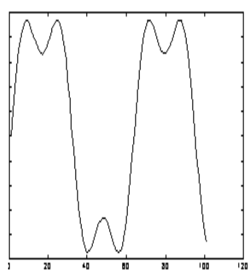
$$f(t) = \frac{A}{2} + A\sum_{n=1}^{+\infty} Sa(nw_o\frac{\tau}{2})\cos nw_o t = A\left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} Sa(\frac{n\pi}{2})\cos nw_o t\right)$$

Graficando aprox. f(t) hasta un valor de n = 15 sólo para τ/T = 50% de la serie tenemos:

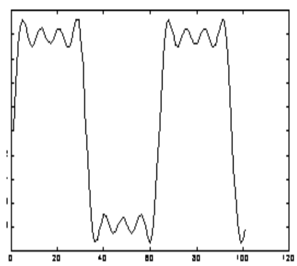
n = 1



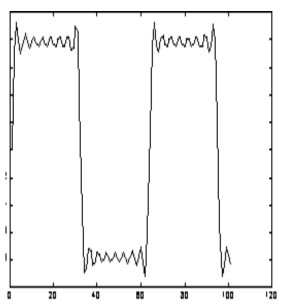
n = 3



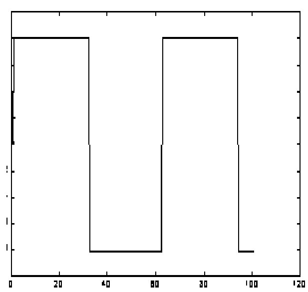
n = 5

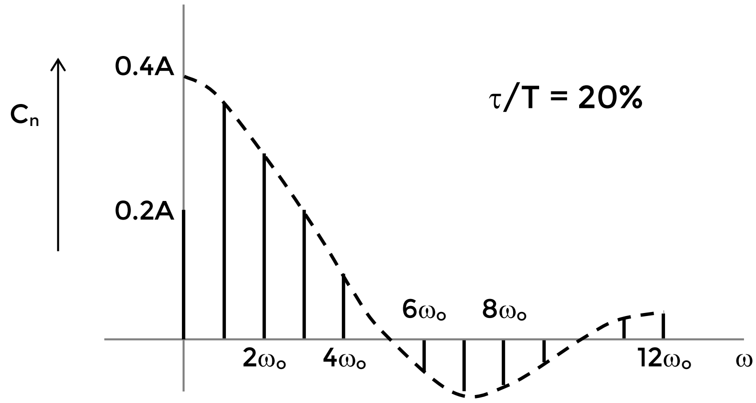


n = 7



n = 15





Expresando la serie compacta para τ/T = 20%:

$$f(t) = \frac{A}{5} + \frac{2A}{5}\sum_{n=1}^{+\infty} Sa(nw_o\frac{\tau}{2})\cos nw_o t = A\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\sum_{n=1}^{+\infty} Sa(\frac{n\pi}{5})\cos nw_o t\right)$$

La **serie exponencial** de Fourier se expresa por: $$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n e^{jnw_0 t}$$

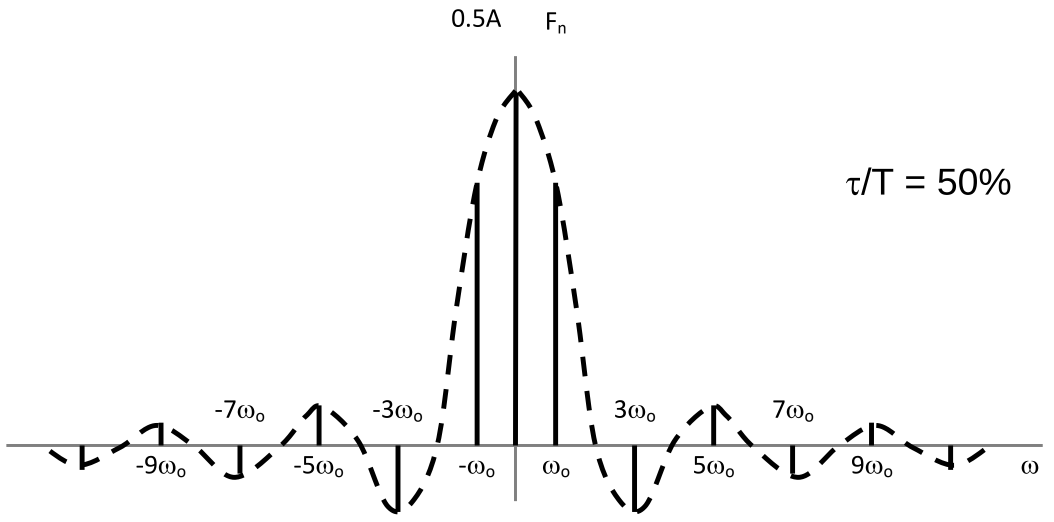
Donde:

$$F_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)e^{-jnw_0 t}dt = \frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} Ae^{-jnw_0 t}dt$$

$$F_n = \frac{A}{T}\frac{e^{-jnw_0 t}}{-jnw_o}\Bigg|_{-\tau/2}^{+\tau/2} = \frac{A}{T}\frac{2}{nw_o}\frac{e^{jnw_0\tau/2} - e^{-jnw_0\tau/2}}{2j}$$

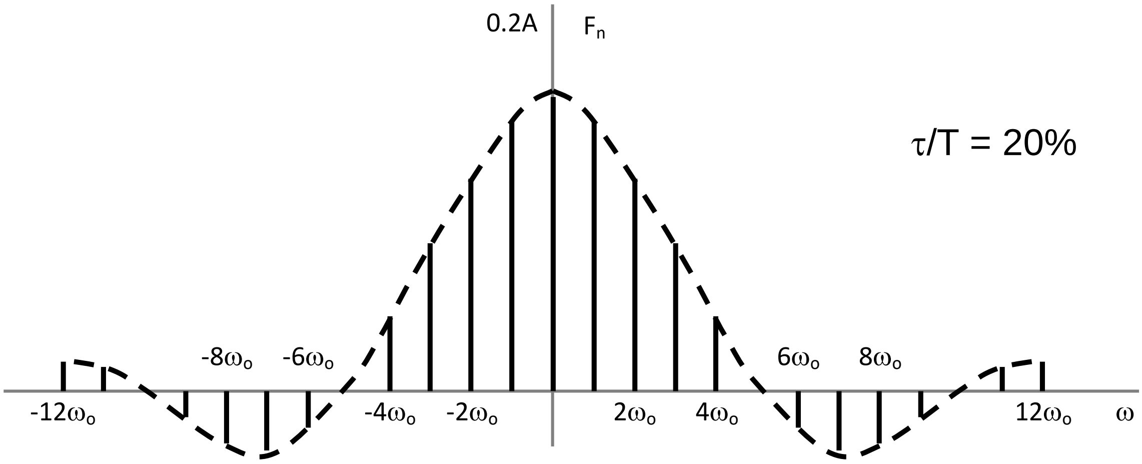
$$F_n = \frac{A}{T}\frac{2}{nw_o}sen(nw_o\tau/2) = \frac{A\tau}{T}\frac{sen(nw_o\tau/2)}{nw_o\tau/2} = \frac{A\tau}{T}Sa(nw_o\tau/2)$$

Espectro de magnitud F_n:



Expresando la serie exponencial para τ/T = 50%:

$$f(t) = \frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) e^{jn\omega_0 t}$$



Expresando la serie exponencial para τ/T = 20:

$$f(t) = \frac{A}{5} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) e^{jn\omega_0 t}$$

4. TRANSFORMADA DE FOURIER

Para analizar señales $f(t)$ no periódicas, se utilizan las integrales de Fourier definidas matemáticamente como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\, dt \qquad \textit{Transformada Directa de Fourier}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{j\omega t}\, d\omega \qquad \textit{Transformada Inversa de Fourier}$$

Con la **"Transformada Directa de Fourier"** se determinan las características de la señal en el dominio de la frecuencia. Su representación se llama espectro de frecuencias y nos da información del nivel DC, ancho de banda (intervalo de frecuencias con mayor contenido de energía de la señal), etc.

Con la **"Transformada Inversa de Fourier"** se obtiene la señal original en el dominio del tiempo. La representación de su forma de onda nos da información de las variaciones de la forma y la magnitud instantánea de la señal.

Por lo tanto, hay dos formas de describir una señal $f(t)$, en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. Ambos dominios son importantes pues se puede obtener información relevante de la señal $f(t)$ en cada caso.

5. DOMINIO DE TIEMPO Y FRECUENCIA

5.1. Dominio del Tiempo

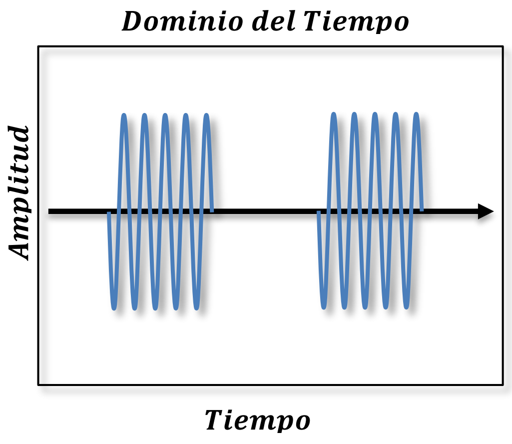
En este dominio se observa la amplitud de una señal (en Voltios) representada en el tiempo, a esta representación se suele llamar forma de onda de la señal.

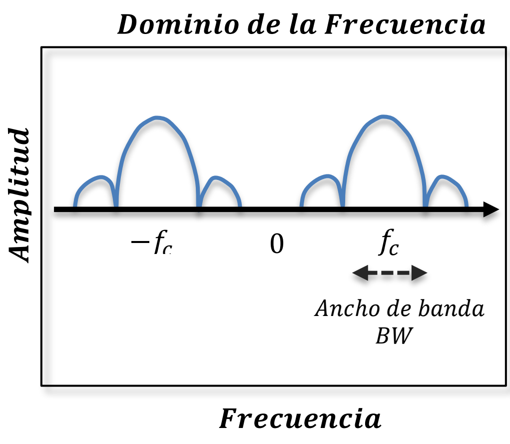
La forma de onda de una señal muestra la forma y magnitud instantánea de la señal $f(t)$ con respecto al tiempo, pero no necesariamente indica su contenido en frecuencia, esto depende de la complejidad de la señal.

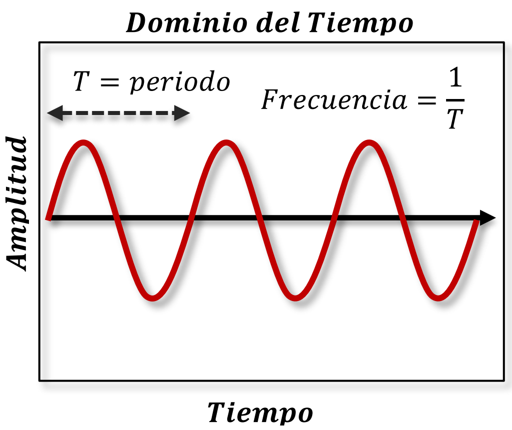
5.2. Dominio de la frecuencia

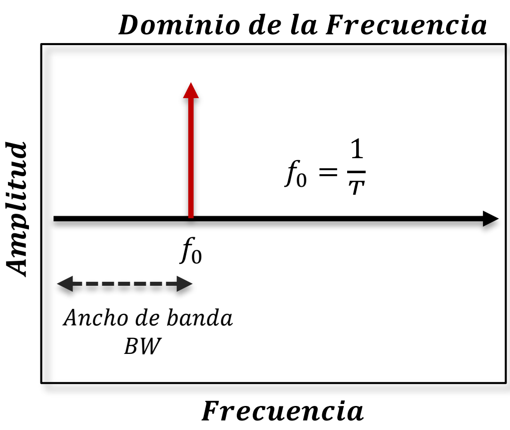
En este dominio se halla la frecuencia o el conjunto de frecuencias de una señal de cualquier tipo (analógica, digital, determinística, aleatoria). Conociendo estas frecuencias se pueden calcular determinados parámetros de la señal como su ancho de banda o las portadoras en las señales moduladas.

Ejemplos de señales en ambos dominios:









6. ANTENAS EN LA TRANSMISIÓN DE SEÑALES

Es un dispositivo que sirve para transmitir y recibir ondas de radio. Convierte la onda guiada a través de una línea de transmisión (el cable o guía de onda) en ondas electromagnéticas que se pueden transmitir por el espacio libre. Estos dispositivos se encuentran tanto en el transmisor y receptor inalámbricos y son de gran importancia debido a que su mal funcionamiento o diseño ocasionarán el deterioro de las señales.

Entre los principales parámetros de una antena tenemos:

Diagrama de radiación.- Es la representación gráfica de las características de radiación de una antena, en función de la dirección (coordenadas en azimut y elevación).

Ancho de Haz.- Es un parámetro de radiación, ligado al diagrama de radiación, que indica la región del espacio donde está contenida la mayor cantidad de energía.

Ancho de banda.- Es el margen de frecuencias en el cual los parámetros de la antena cumplen determinadas características.

Directividad.- Es la relación entre la intensidad de radiación de una antena en la dirección del máximo y la intensidad de radiación de una antena isotrópica que radia con la misma potencia total.

Ganancia.- Se define como la ganancia de potencia en la dirección de máxima radiación.

Eficiencia.- Relación entre la potencia radiada y la potencia entregada a la antena. También se puede definir como la relación entre ganancia y directividad.

Impedancia de entrada. - Es la relación entre la tensión y la corriente de entrada.

Antenas VHF Y UHF

Las ondas de radio se pueden clasificar por la medida de su longitud de onda en múltiplos de diez. Por lo tanto, las ondas de VHF tienen una longitud de onda entre 1 metro y 10 metros mientras que las de UHF tienen una longitud entre 10 centímetros y un metro. Como la relación entre la longitud de onda y la frecuencia de la onda electromagnética en el vacío es la velocidad de la luz, c (aproximadamente $3 \times 10^8\ m/s$); entonces, de acuerdo a la fórmula:

$$f \times \lambda = c$$

Donde,

$\boldsymbol{f}$: es la frecuencia de la onda en Hz.
$\boldsymbol{\lambda}$: es la longitud de onda en metros.
$\boldsymbol{c}$: es la velocidad de la luz en el vacío.

Dentro de las antenas más comunes se encuentran las antenas monopolo y dipolo, cuyas longitudes tienen valores típicos de $\lambda/4$ y $\lambda/2$ respectivamente.

Entonces, tenemos que la banda de VHF va desde los $30\ MHz$ a los $300\ MHz$ y la de UHF va de los $300\ MHz$ a los $3\ GHz$.

Las actuales aplicaciones en comunicaciones de punto a punto o móviles que superan los $30\ MHz$ son muy populares y han hecho que aparezcan un gran número de antenas para estas aplicaciones.