

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA  
SECCIÓN DE ELECTRICIDAD Y ELECTRÓNICA



## Teoría de Control 2

Laboratorio N°4

**Diseño de Servosistema de estado**

2023-2

**PREGUNTA 1 (8 puntos)**

Considere el sistema del péndulo invertido de la figura 1, en el que el péndulo se monta sobre un carro que, mediante unos actuadores internos, genera una fuerza  $F$ . Considere que el carro solo se mueve de manera horizontal. Se desea mantener el péndulo perpendicular ante la presencia de perturbaciones de alguien que empuje al carrito (perturbación en la fuerza  $F$ ), alguien que empuje la varilla (perturbación en la posición angular  $q$ ) o por una condición inicial de inclinación del péndulo invertido.

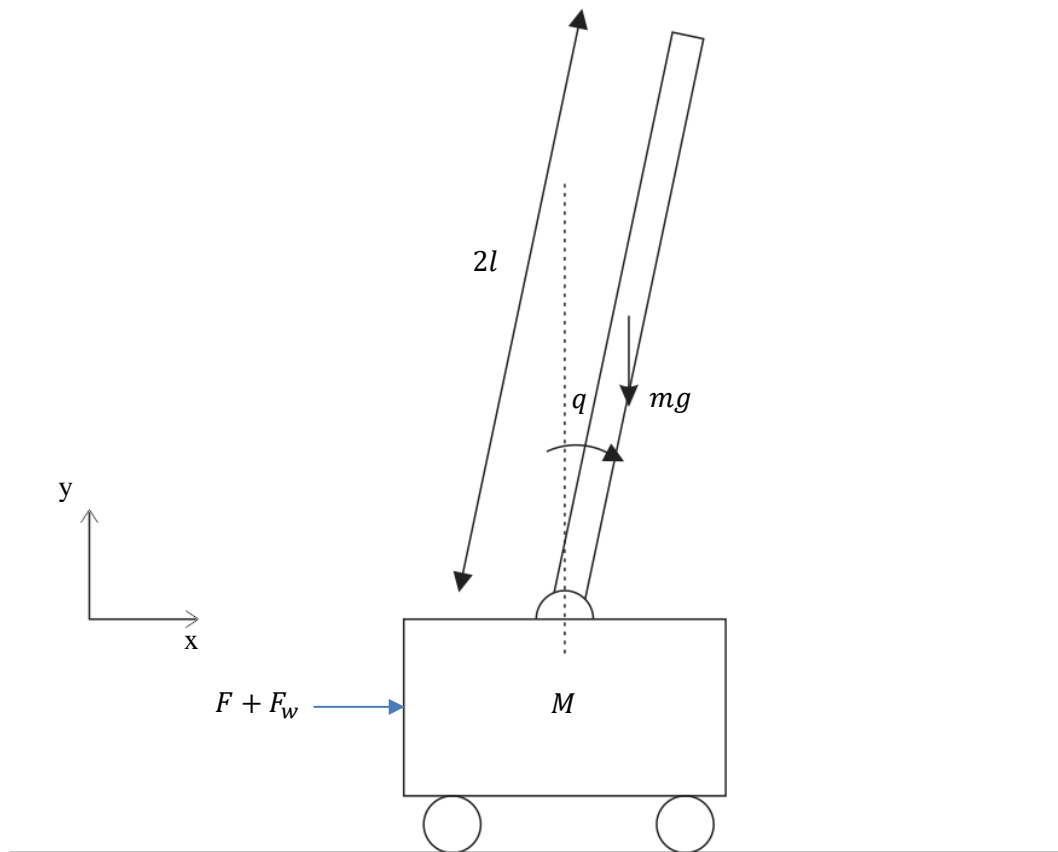


Fig. 1. Péndulo invertido

El carrito está sometido a una fuerza de fricción propia de la superficie al igual que el eje de la varilla, propio del rodamiento y los acoples. De acuerdo con un modelamiento matemático realizado mediante Euler-Lagrange, se obtienen las siguientes ecuaciones no lineales:

$$(m + M)\ddot{x} = F + F_w - B_c\dot{x} - ml(\ddot{q} \cos q - \dot{q}^2 \sin q)$$

$$I_c\ddot{q} = mgl \sin q - ml\ddot{x} \cos q - \dot{q}B_v$$

Tomando en cuenta que:

$$B_c = 0.5 \frac{N}{m \cdot s} \quad m = 0.25 Kg \quad l = 0.25 m \quad M = 5 Kg \quad g = \frac{9.81 m}{s^2} \quad B_v = 0.01 Nm / \left( \frac{rad}{seg} \right)$$

Y, además,  $I_c$  es el momento de inercia de la barra del péndulo con respecto al extremo inferior donde se conecta la articulación.

- a) Tomando en cuenta que el modelo es no lineal, deberá linealizar el sistema sobre el punto de equilibrio 0 radianes en el ángulo del péndulo. (3 puntos)

Considerando las siguientes variables de estado para la expresión lineal:

$$\text{vector de estado} = [\dot{q} \ q \ \dot{x} \ x]^T$$

Y como salida  $x$ .

- b) Diseñe un servosistema agregando integrador para el péndulo invertido; proponga usted los requerimientos de diseño. (2 puntos)
- c) Implemente el servosistema en Simulink, tomando el simulador del péndulo invertido en Simscape. Tomar como condición inicial  $[0 \ -0.2 \ 0 \ 0]^T$  y referencia 0.3m para la posición del carro. Agregue una perturbación de 20 N en el segundo 5. (2 puntos)
- d) Probar el control con distintos valores del ángulo inicial del péndulo, ¿hasta qué valor del ángulo inicial puede controlar? (1 punto)