Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(Национальный исследовательский университет)
Факультет вычислительной математики и информатики
Кафедра экономико-математических методов и статистики

РАБОТА ПРОВЕРЕНА	ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Рецензент, директор завода печеных бубликов, доцент	Заведующий кафедрой, д. ф.-м. н., профессор
______________ И.И. Иванов	______________ А.В. Панюков
« » __________ 2015 г.	« » __________ 2015 г.

Параллельная реализация метода эллипсоидов для задач оптимизации большой размерности

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ ЮУрГУ-010400.62.2015.11-001-1909 ВКР

Консультант,	Руководитель проекта,
______________ И.И. Петров	______________ В.А. Голодов
« » __________ 2015 г.	« » __________ 2015 г.

Автор проекта
студент группы ВМИ-413
______________ В.А. Безбородов
«   » __________ 2015 г.

Нормоконтролер, к. ф.-м. н., доцент
______________ Т.А. Макаровских
«   » __________ 2015 г.

Челябинск 2015

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(Национальный исследовательский университет)
Факультет вычислительной математики и информатики
Кафедра экономико-математических методов и статистики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой, д. ф.-м. н.,
профессор
_____________ А.В. Панюков
«   » __________ 2015 г.

З А Д А Н И Е

на выпускную квалификационную работу студента

Безбородова Вячеслава Александровича

Группа ВМИ-413

1. Тема работы

   Параллельная реализация метода эллипсоидов для задач оптимизации большой размерности

   утверждена приказом по университету от «   » __________ 2015 г. №_______

2. Срок сдачи студентом законченной работы «   » __________ 2015 г.
3. Исходные данные к работе

   3.1. Данные из учебной литературы;

   3.2. Самостоятельно сконструированные тестовые данные.

4. Перечень вопросов, подлежащих разработке

   4.1. Изучение общей схемы работы метода эллипсоидов;

   4.2. Изучение приемов параллельной обработки данных;

   4.3. Разработка класса (типа данных) для реализации параллельно выполняемых операций над матрицами с применением библиотеки GMP;

4.4. Разработка параллельной реализации метода эллипсоидов для задачи линейного программирования;
4.5. Оценка сложности полученной реализации;
4.6. Сравнение с известными методами решения;
4.7. Тестирование;
4.8. Проверка на модельных данных.

5. Иллюстративный материал
5.1. Энергетическо-трудовой цикл 1л.
5.2. Объект, предмет и цель дипломной работы 1л.
5.3. Задачи дипломной работы 1л.
5.4. Новая концепция управления экономическими системами 1л.
5.5. Концептуальная схема модели 1л.
5.6. Общий вид модели в среде VisSim 1л.
5.7. Элементы модели энергетическо-трудового цикла 1л.
5.8. Система уравнений модели животноводства 2л.
5.9. Принцип управления 1л.
5.10. Результаты эксперимента 10л.
5.11. Заключение 1л.
5.12. Благодарность за внимание 1л.

6. Календарный план

Наименование этапов дипломной работы	Срок выполнения этапов работы	Отметка о выполнении
1. Сбор материалов и литературы по теме дипломной работы	02.02.2015 г.	
2. Исследование способов построения математической модели задачи		
3. Разработка математической модели и алгоритма		
4. Реализация разработанных алгоритмов		
5. Проведение вычислительного эксперимента		
6. Подготовка пояснительной записки дипломной работы		
Написание главы 1		
Написание главы 2		
Написание главы 3		
Написание главы 4		
Написание главы 5		
Написание главы 6		
Написание главы 7		
Написание главы 8		
Написание главы 9		
Написание главы 10		
7. Оформление пояснительной записки		
8. Получение отзыва руководителя		
9. Проверка работы руководителем, исправление замечаний		
10. Подготовка графического материала и доклада		
11. Нормоконтроль		
12. Рецензирование, представление зав. кафедрой	10.06.2015 г.	

7. Дата выдачи задания «____» __________ 2015 г.

Заведующий кафедрой______________________________/А.В. Панюков/

Руководитель работы______________________________/В.А. Голодов/

Студент____/В.А. Безбородов/

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

Задачи оптимизации получили чрезвычайно широкое распространение в технике, экономике, управлении. Типичными областями применения теории оптимизации являются прогнозирование, планирование промышленного производства, управление материальными ресурсами, а также контроль качества выпускаемой продукции [2].

Успешность хозяйственной деятельности зависит от того, как распределяются имеющиеся ограниченные ресурсы. В связи с тем, что такая задача оптимального распределения довольно часто возникает на практике в различных сферах жизнедеятельности, актуальным становится поиск способов ускорения ее решения.

Задачи оптимизации большой размерности характеризуются высокой трудоемкостью. Использование доступного ресурса аппаратного параллелизма современных вычислительных систем рассматривается как возможность ускорения поиска их решения. Применение библиотек, реализующих поддержку арифметики произвольной точности, диктуется необходимостью достижения высокой точности при решении практических задач.

Разрабатывали и развивали метод эллипсоидов Шор Н.З. [5], Юдин Д.Б. и Немировский А.С. [6], Хачиян Л.Г. [4], Гершович В.И. [1], Стецюк П.И. [3] и др.

В работе исследован алгоритм метода эллипсоидов. Разработана его программная реализация, ориентированная на многопроцессорные и/или многоядерные вычислительные системы с общей разделяемой памятью. Показано приложение программной реализации к решению задачи оптимизации большой размерности.

Целями работы являются:

1) разработка параллельной реализации метода эллипсоидов, поддерживающей арифметику произвольной точности;
2) использование полученной реализации метода эллипсоидов для решения задачи оптимизации большой размерности.

В соответствии с поставленными целями в работе решаются следующие

задачи:

- Исследование операций классического алгоритма метода эллипсоидов на вычислительную сложность.
- Разработка программной реализации алгоритма с распараллеливанием наиболее длительных по времени операций и поддержкой арифметики произвольной точности.
- Проверка и тестирование разработанного программного обеспечения.

Объектом исследования данной работы является метод эллипсоидов, **предметом** – параллельная реализация метода, поддерживающая арифметику произвольной точности.

Работа состоит из введения, +100500 глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет +100500 страниц. Список литературы содержит +100500 наименований.

В первой главе рассматривается алгоритм метода эллипсоидов, производится его анализ на предмет вычислительной сложности с целью поиска наиболее ресурсоемких операций, нуждающихся в ускорении путем распараллеливания.

Во второй главе приведены данные, необходимые для...

В третьей главе приводится краткое описание...

В четвертой главе построена...

В пятой главе приводятся результаты вычислительных экспериментов...

В заключении перечислены основные результаты работы.

1 Метод эллипсоидов

Рассмотрим алгоритм [5] решения задачи выпуклого программирования, гарантирующий уменьшение объема области, в которой локализуется оптимум, со скоростью геометрической прогрессии, причем знаменатель этой прогрессии зависит только от размерности задачи.

Пусть имеется задача выпуклого программирования:

$$\min f_0(x) \tag{1.1}$$

при ограничениях

$$f_i(x) \le 0,\ i = 1, \ldots, m,\ x \in E_n. \tag{1.2}$$

$f_\nu(x)$ – выпуклые функции, определенные на E_n; $g_\nu(x)$ – соответствующие субградиенты, причем имеется априорная информация, что оптимальная точка x^* существует (она не обязательно единственная) и находится в шаре радиуса R с центром в точке x_0 (формально к системе ограничений 1.2 можно добавить ограничение $||x - x_0|| \le R$).

Рассмотрим следующий итеративный алгоритм (при $n > 1$).

Перед первым шагом имеем $x_0 \in E_n$, $B_0 = I$ – единичная матрица, $h_0 = \frac{R}{n+1}$. Пусть проделано k шагов и получены $x_k \in E_n$; B_k – матрица $n \times n$, $h_k > 0$.

$(k + 1)$-й шаг. Вычисляем:

$$1)\ g(x_k) = \begin{cases} g_0(x_k), & \text{если } \max\limits_{1\le i\le m} f_i(x_k) \le 0, \\ g_{i^*}(x_k), & \text{если } \max\limits_{1\le i\le m} f_i(x_k) = f_{i^*}(x_k) > 0. \end{cases} \tag{1.3}$$

Если $g(x_k) = 0$, то x_k – оптимальная точка; важно заметить, что

$(g(x_k), x_k - x^*) \ge 0$;

$$2)\ \xi = \frac{B_k^* g(x_k)}{||B_k^* g(x_k)||}; \tag{1.4}$$

$$3)\ x_{k+1} = x_k - h_k \cdot B_k \cdot \xi_k; \tag{1.5}$$

$$4)\ B_{k+1} = B_k \cdot R_\beta(\xi_k),\ \beta = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}; \tag{1.6}$$

$R_\beta(\xi_k)$ – оператор растяжения пространства в направлении ξ_k с коэффициентом β [6];

5) $h_{k+1} = h_k \cdot r, \ r = \dfrac{n}{\sqrt{n^2-1}}$. (1.7)

Последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$, генерируемая алгоритмом (1.3)–(1.7), удовлетворяет неравенству

$$||A_k(x_k - x^*)|| \leq h_k \cdot (n+1), \quad A_k = B_k^{-1}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{1.8}$$

Доказательство этого утверждения см. в [5].

Множество точек x, удовлетворяющих неравенству

$$||A_k(x_k - x)|| \leq (n+1)h_k = R \cdot \left(\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}\right)^k,$$

представляет собой эллипсоид Φ_k, объем которого $v(\Phi_k)$ равен

$$\frac{v_0 R^n \left(\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}\right)^{nk}}{\det A_k},$$

где v_0 – объем единичного n-мерного шара. Получаем

$$\frac{v(\Phi_{k+1})}{(\Phi_k)} = \frac{\left(\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}\right)^n \cdot \det A_k}{\det A_{k+1}} = \frac{\left(\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}\right)^n \cdot \det A_k}{\det R_\alpha(\xi_k) \cdot \det A_k} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}\right)^n =$$

$$= \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\left(\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}\right)^n = q_n < 1.$$

Таким образом, объем эллипсоида, в котором локализуется оптимальная точка x^* в соответствии с неравенством (1.8), убывает со скоростью геометрической прогрессии со знаменателем q_n.

Заключение

В данной работе были приведены основные положения, выведенные из идей физической экономики. На основе этих положений была построена модель экономической системы древнего общества скотоводов-земледельцев.

В дипломной работе выполнены следующие **задачи**:

1) построена имитационная модель экономической системы древнего общества скотоводов-земледельцев;
2) проведен имитационный эксперимент;
3) проверены теоретические положения.

Можно сделать следующие выводы после проведения симуляционного эксперимента в среде VisSim:

1) модель экономической системы древнего общества скотоводов-земледельцев является жизнеспособной и правдоподобно описывает поведение древней человеческой общины.
2) модель дает возможность объяснить экономическую сущность исторических фактов относительно древних общин периода неолита;
3) проверен принцип увеличения доли свободного времени в общем фонде социального времени по ходу развития общины.

Данная модель может быть улучшена путем более точного описания различных хозяйственных процессов, происходивших в экономике общины. Также возможно применение тензорной методологии для описания этих хозяйственных процессов, при этом уравнения примут более понятный внешний вид, не утратив своего содержания.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Гершович, В. И. Метод эллипсоидов, его обобщения и приложения / В. И. Гершович, Н. З. Шор // Кибернетика. — 1982. — №5.

2 Данилин, А. И. Основы теории оптимизации (постановки задач) [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / А. И. Данилин. — Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева (нац. исслед. ун-т).

– Электрон. текстовые и граф. дан. (1,2 МБайт). – Самара, 2011. — 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

3 Стецюк, П. И. Методы эллипсоидов и r-алгоритмы / П. И. Стецюк. — Нац. акад. наук Украины, Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова, Акад. транспорта, информатики и коммуникаций. – Кишинэу: Эврика, 2014. — 488 с.

4 Хачиян, Л. Г. Полиномиальные алгоритмы в линейном программировании / Л. Г. Хачиян // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 1980. — С. 51-68.

5 Шор, Н. З. Метод отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования / Н. З. Шор // Кибернетика. — 1977. — № 1. – С. 94-95.

6 Юдин, Д. Б. Информационная сложность и эффективные методы решения выпуклых экстремальных задач / Д. Б. Юдин, А. С. Немировский // Экономика и мат. методы. — 1976. — 12, вып. 2. – С. 357-369.