Вячеслав Безбородов

# Распараллеливание симплекс-метода на практике

28 сентября 2016 г.


## Аннотация

В большинстве случаев симплекс-метод является самым эффективным методом решения задач линейного программирования (ЗЛП). В работе рассматриваются существующие попытки распараллеливания симплекс-метода по отношению к эффективной последовательной реализации и характеру практических ЗЛП. Для решения разреженных ЗЛП большой размерности не существует параллельной реализации симплекс-метода, значительно превосходящей по производительности хорошую последовательную реализацию. Хотя существует некоторый прогресс в разработке параллельных реализаций для неразреженных ЗЛП или ЗЛП, не имеющих особых структурных свойств. Как результат такого обзора, эта работа определяет направления будущих исследований в области разработки параллельных реализаций симплекс-метода, имеющих практическое значение.


Ключевые слова: линейное программирование, симплекс-метод, разреженная матрица, пораллельные вычисления.

## 1 Введение

Задачи линейного программирования (ЗЛП) возникают из различных областей науки, в т.ч. и как промежуточные этапы при решении других оптимизационных задач. Симплекс-метод и методы внутренней точки являются двумя главными подходами для решения ЗЛП. В случаях, когда решаются семейства взаимосвязанных ЗЛП (целочисленное программирование, методы разложения, некоторые классы задач линейного программирования), симплекс-метод обычно более эффективен.

Приложения параллельной и векторной обработки к симплекс-методу для решения ЗЛП стали обсуждаться с 1970-х гг., хотя первые попытки разработать практические реализации были предприняты только с начала 1980-х гг. Наибольшая активность в этом направлении наблюдалась с середины 1980-х до середины 1990-х гг. Также предпринимались эксперименты использования векторной обработки данных и ЭВМ с общей разделяемой памятью, подавляющее большинство реализаций использовали мультипроцессоры с распределенной памятью и сетевые кластеры.

## 2 Симплекс–метод

Симплекс–метод и его требования в вычислительному процессу наиболее удобно обсуждать в контексте ЗЛП в стандартной форме

$$\begin{aligned} & c^T x \to \min \\ & Ax = b \\ & x \geq 0, \end{aligned} \tag{2.1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$. Матрица $A$ в (2.1) обычно содержит столбцы с единицами, соответствующими фиктивным переменным, возникающим при переводе ограничений-неравенств в равенства. Оставшиеся столбцы $A$ соответствуют обычным переменным.

В симплекс–методе индексы переменных подразделяются на два подмножества: $\mathcal{B}$, соответствующее $m$ базисным переменным $x_B$, и $\mathcal{N}$, соответствующее $n - m$ небазисным переменным $x_N$. При этом базисная матрица $B$, составленная из столбцов $A$, соответствующих $\mathcal{B}$ является несингулярной. Множество $\mathcal{B}$ условно называют базисом. Столбцы $A$, соответствующие $\mathcal{N}$, формируют матрицу $N$. Компоненты $c$, соответствующие $\mathcal{B}$ и $\mathcal{N}$, называют базисными издержками $c_B$ и небазисными издержками $c_N$.