Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(Национальный исследовательский университет)
Институт естественных и точных наук
Факультет математики, механики и компьютерных технологий
Кафедра математического и компьютерного моделирования

Решение практических задач

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К КУРСОВОЙ РАБОТЕ
по дисциплине «Теория принятия решений»
ЮУрГУ-010400.62.2015.11-001-1909 КР

Преподаватель, д.ф.-м.н.,
профессор
_____________ А.В. Панюков
«___» ________ 2016 г.

Автор работы
студент группы ЕТ-224
_____________ В.А. Безбородов
«___» ________ 2016 г.

Челябинск 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(Национальный исследовательский университет)
Институт естественных и точных наук
Факультет математики, механики и компьютерных технологий
Кафедра математического и компьютерного моделирования

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой, д.ф.-м.н.,
профессор
____________ А.В. Панюков
« » ________2016 г.

З А Д А Н И Е
на курсовую работу студента
Безбородова Вячеслава Александровича
Группа ЕТ-224

1) Тема работы: Решение практических задач.
2) Срок сдачи студентом законченной работы « » ________2016 г.
3) Исходные данные к работе
   (а) Учебное пособие по теории принятия решений [2];
   (б) Издательская система компьютерной верстки LaTeX.
4) Перечень вопросов, подлежащих разработке
   (а) Получить навык решения практических задач;
   (б) Овладеть методикой подготовки, проведения анкетирования и обработки результатов;
   (в) Научиться использовать технику иерархического синтеза для принятия сложных решений при наличии многих альтернатив;
   (г) Развить навыки алгоритмического мышления.

5) Перечень графического материала
    (а) Иерархическая структура – 1 л.
    (б) Влияние акторов – 1 л.
    (в) Цели исполнителя – 1 л.
    (г) Цели заказчика – 1 л.
    (д) Цели пользователя – 1 л.
    (е) Экономия денег при разработке – 1 л.
    (ж) Экономия времени при разработке – 1 л.
    (з) Проектирование архитектуры системы – 1 л.
    (и) Проектирование интерфейса системы – 1 л.
    (й) Решение о разработке – 1 л.

6) Календарный план

Наименование этапов педагогической практики	Срок выполнения этапов	Отметка о выполнении
1. Сбор материалов и литературы по теме курсовой работы	10.09.2016 г.	
2. Решение практических заданий		
Задание 1	25.09.2016 г.	
Задание 2	02.10.2016 г.	
Задание 3	13.10.2016 г.	
Задание 4	24.10.2016 г.	
Задание 5	09.11.2016 г.	
Задание 6	23.11.2016 г.	
Иерархический синтез	05.12.2016 г.	
3. Оформление пояснительной записки	10.12.2016 г.	
4. Проверка пояснительной записки руководителем, исправление замечаний	13.12.2016 г.	
5. Подготовка графического материала и доклада	16.12.2016 г.	
6. Защита курсовой работы	24.12.2016 г.	

7) Дата выдачи задания «___» __________ 2016 г.

Заведующий кафедрой____________________________/А.В. Панюков /
Руководитель работы____________________________/А.В. Панюков /
Студент_______________________________________/В.А. Безбородов /

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

Теория принятия решений — область исследования, вовлекающая понятия и методы математики, статистики, экономики, менеджмента и психологии с целью изучения закономерностей выбора людьми путей решения проблем и задач, а также способов достижения желаемого результата.

Различают нормативную теорию, которая описывает рациональный процесс принятия решения и дескриптивную теорию, описывающую практику принятия решений.

Цели курсовой работы:

- получить навык решения практических задач;
- овладеть методикой подготовки, проведения анкетирования и обработки результатов;
- научиться использовать технику иерархического синтеза для принятия сложных решений при наличии многих альтернатив;
- развить навыки алгоритмического мышления.

Задачи курсовой работы:

- решить предлагаемые практические задачи;
- провести все этапы иерархического синтеза;
- подготовить пояснительную записку.

Работа состоит из введения, 2 глав, заключения, 1 приложения и списка литературы. Объем работы составляет 31 страницу. Список литературы содержит 4 наименования.

В первой главе приводится подробное решение практических задач с комментариями и исходным кодом.

Во второй главе описывается план проведения иерархического синтеза для сложной задачи выбора, а также полученные результаты.

В заключении перечислены основные результаты курсовой работы.

1 Задания для самостоятельной работы

1.1 Задание 1

1.1.1 Постановка задачи

Является ли заданная матрица A матрицей парных сравнений? Для матрицы A найти приближенное $\overline{W}$ и точное W значение главного собственного вектора. Оценить погрешность $\Delta\overline{W} = |\overline{W} - W|$. Определить, является ли матрица парных сравнений согласованной.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 8 \\ 1/4 & 1 & 3 & 2 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 3 \\ 1/8 & 1/2 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}$$

1.1.2 Ход решения

Метод парных сравнений заключается в сравнении изучаемых объектов между собой. Объекты сравниваются попарно по отношению к их воздействию (“весу”, или “интенсивности”) на общую для них (вышестоящую в иерархии) характеристику.

Для матрицы парных сравнений всегда должно выдерживаться соотношение, отвечающее условию: если при сравнении i-го объекта с j-м объектом ставится оценка a_{ij}, то при сравнении j-го объекта с i-м, оценка a_{ji} должна быть обратной.

Видно, что для матрицы A такое соотношение строго выдерживается для каждой оценки. Поэтому матрица **A** является матрицей парных сравнений.

Определим приближенное $\overline{W}$ значение главного собственного вектора. Введем матрицу A (здесь и далее все вычисления выполняются на языке Julia; секция In соответствует введенному коду, секция Out - результатам вычислений; секции для удобства нумеруются).

```
In [1]: A = [1 4 6 8; 1/4 1 3 2; 1/6 1/3 1 3; 1/8 1/2 1/3 1]
```

```
Out[1]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0       4.0       6.0       8.0
 0.25      1.0       3.0       2.0
 0.166667  0.333333  1.0       3.0
 0.125     0.5       0.333333  1.0
```

Приближенное значение $\overline{W}$ главного собственного вектора с некоторой точностью ε можно получить по формуле

$$\overline{W} = \lim_{k \to N} \frac{A^k e}{e^T A^k e}, e = (1, 1, K, 1)^T,$$

при таком N, что $|\overline{W}_i - \overline{W}_{i-1}| < \varepsilon$. Выберем ε такое, чтобы абсолютная разница текущего и предыдущего значений не превышала 9 знаков после запятой.

```
In [2]: eps = 1e-9
```

```
Out[2]: 1.0e-9
```

Введем единичный вектор, соответствующий размерности матрицы A.

```
In [3]: e = ones(size(A)[1])
```

```
Out[3]: 4-element Array{Float64,1}:
         1.0
         1.0
         1.0
         1.0
```

Выполним вычисления согласно приведенному алгоритму.

```
In [4]: num = A * e
        denom = e' * num
        prev = num / denom
        num = A * num
        denom = e' * num
        next = num / denom
        while true
            prev = next
            num = A * num
            denom = e' * num
            next = num / denom
            result = abs(next - prev) .> eps
            done = true
            for r in result
                if !r
                    done = false
                    break
                end
            end
```

```
        if done
            break
        end
    end
    approx = next
```

Out[4]: 4x1 Array{Float64,2}:

```
 0.623881
 0.195949
 0.113291
 0.0668799
```

Таким образом, мы получили приближенное значение $\overline{\mathbf{W}}$ главного собственного вектора с точностью до 9 знаков после запятой.

Найдем аналитические представления максимального собственного числа и главного собственного вектора для матрицы A через ее элементы. Введем символьные обозначения для наддиагональных элементов матрицы и выполним вспомогательные вычисления.

In [5]:

```
a = A[1, 2]
b = A[1, 3]
c = A[1, 4]
d = A[2, 3]
e = A[2, 4]
f = A[3, 4]

B = (d*f/e+e/d/f)+(a*e/c+c/a/e)+(b*f/c+c/b/f)+(a*d/b+b/a/d)
```

Out[5]: 11.916666666666668

In [6]:

```
C = 3-(a*d*f/c+c/a/d/f)-(a*e/b/f+b*f/a/e)-(c*d/a/e)-(c*d/b/e+b*e/c/d)
```

Out[6]: -9.916666666666668

In [7]:

```
x = B^2/2+8C-8
```

Out[7]: -16.3298611111111

In [8]:

```
y = (4(C+3)/3)^3
```

Out[8]: -784.3443072702335

In [9]:

```
r = Float64((x+sqrt(Complex(y)+x^2))^(1/3) +
(x-sqrt(Complex(y)+x^2))^(1/3))
```

Out[9]: 4.5214327417548645

Вычислим точное значение $\lambda_{\mathbf{max}}$ максимального собственного числа.

In [10]:

```
lmax = Float64((2+sqrt(r+4))/2 + sqrt((8-r)/4) + B/(2sqrt(r+4)))
```

Out[10]: 5.433240289413801

Определим точное значение главного собственного вектора.

```
In [11]: Q = (lmax-1)^3 + (c+f+e)*(lmax-1)^2 +
((a*e-3)+(b+d)f+c/a+c/b+e/d)*(lmax-1) +
(a*d*f-c-e-f+(b*e/d+b*f/a)+(c*d+a*e-a*d)/b+(c-b)/a/d)
```

Out[11]: 537.2229210859609

```
In [12]: first = c*(lmax-1)^2 + (a*e+b*f)*(lmax-1) + (a*d*f+b*e/d-c)
```

Out[12]: 304.4932032342129

```
In [13]: second = e*(lmax-1)^2 + (d*f+c/a)*(lmax-1) + (b*f/a+c*d/b-e)
```

Out[13]: 94.57288211091533

```
In [14]: third = f*(lmax-1)^2 + (e/d+c/b)*(lmax-1) + (c/a/d+a*e/b-f)
```

Out[14]: 66.82733896987288

```
In [15]: fourth = (lmax-1)^3 - 3*(lmax-1) - (b/a/d+a*d/b)
```

Out[15]: 71.32949677095984

```
In [16]: accurate = [first; second; third; fourth]
```

```
Out[16]: 4-element Array{Float64,1}:
 304.493
  94.5729
  66.8273
  71.3295
```

Вычислим точное значение $\overline{\mathbf{W}}$ главного собственного вектора.

```
In [17]: accurate /= Q
```

```
Out[17]: 4-element Array{Float64,1}:
 0.566791
 0.17604
 0.124394
 0.132774
```

Оценим погрешность $\Delta\overline{W} = |\overline{W} - W|$.

```
In [18]: abs(accurate - approx)
```

```
Out[18]: 4x1 Array{Float64,2}:
 0.0570894
 0.0199085
 0.0111034
 0.0658946
```

Расчеты показывают, что абсолютная разница между точным и приближенным значениями главного собственного вектора составляет не более 10%.

Вычислим ранг матрицы A.

In [19]: rank(A)

Out[19]: 3

Ранг, не равный 1, означает, что матрица A не является согласованной.

1.2 Задание 2

1.2.1 Постановка задачи

Преобразовать матрицу парных сравнений A из задания 1 таким образом, чтобы она стала абсолютно согласованной. При этом оставить без изменений: * первую строку матрицы, * последнюю строку матрицы.

1.2.2 Ход решения

Матрица A из задания 1 имеет вид.

In [20]: A

Out[20]: 4x4 Array{Float64,2}:

```
1.0       4.0       6.0       8.0
0.25      1.0       3.0       2.0
0.166667  0.333333  1.0       3.0
0.125     0.5       0.333333  1.0
```

Добьемся абсолютной согласованности матрицы, не изменяя первую строку. Запомним исходные значения первого столбца матрицы.

In [21]:
```
tmp = deepcopy(A)
origin = A[:,1]
```

Out[21]: 4-element Array{Float64,1}:

```
1.0
0.25
0.166667
0.125
```

Для каждой из строк (2-3) будем последовательно вычитать строку (1), умноженную на первый элемент текущей строки для обнуления первого столбца.

```
In [22]: for i in 2:size(origin)[1]
             A[i,:] -= A[i,1] * A[1,:]
         end
         A
```

```
Out[22]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0   4.0        6.0       8.0
 0.0   0.0        1.5       0.0
 0.0  -0.333333   0.0       1.66667
 0.0   0.0       -0.416667  0.0
```

Обнулим все элементы получившейся матрицы, кроме элементов 1-го столбца и 1-ой строки.

```
In [23]: A[2:4, 2:4] = 0
         A
```

```
Out[23]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0  4.0  6.0  8.0
 0.0  0.0  0.0  0.0
 0.0  0.0  0.0  0.0
 0.0  0.0  0.0  0.0
```

"Вернем" сделанные изменения обратно. После этого имеем матрицу, полученную путем применения преобразований Жордана-Гаусса к исходной матрице без изменения первой строки.

```
In [24]: for i in 2:size(origin)[1]
             A[i,:] += origin[i] * A[1,:]
         end
         A
```

```
Out[24]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0       4.0       6.0   8.0
 0.25      1.0       1.5   2.0
 0.166667  0.666667  1.0   1.33333
 0.125     0.5       0.75  1.0
```

Вычислим ранг полученной матрицы.

```
In [25]: rank(A)
```

```
Out[25]: 1
```

Ранг равен 1. Это означает, что полученная матрица абсолютно согласована.

Теперь проделаем то же самое, только на этот раз оставим неизменной последнюю строку.

```
In [26]: A = tmp
```

```
Out[26]: 4x4 Array{Float64,2}:
          1.0       4.0       6.0       8.0
          0.25      1.0       3.0       2.0
          0.166667  0.333333  1.0       3.0
          0.125     0.5       0.333333  1.0
In [27]: origin = A[:,4]
Out[27]: 4-element Array{Float64,1}:
          8.0
          2.0
          3.0
          1.0
In [28]: for i in 1:size(A)[1]-1
             A[i,:] -= A[i,4] * A[4,:]
         end
         A
Out[28]: 4x4 Array{Float64,2}:
           0.0        0.0       3.33333   0.0
           0.0        0.0       2.33333   0.0
          -0.208333  -1.16667   0.0       0.0
           0.125      0.5       0.333333  1.0
In [29]: A[1:3, 1:3] = 0
         A
Out[29]: 4x4 Array{Float64,2}:
          0.0    0.0  0.0       0.0
          0.0    0.0  0.0       0.0
          0.0    0.0  0.0       0.0
          0.125  0.5  0.333333  1.0
In [30]: for i in 1:size(origin)[1]-1
             A[i,:] += origin[i] * A[4,:]
         end
         A
Out[30]: 4x4 Array{Float64,2}:
          1.0    4.0  2.66667   8.0
          0.25   1.0  0.666667  2.0
          0.375  1.5  1.0       3.0
          0.125  0.5  0.333333  1.0
In [31]: rank(A)
Out[31]: 1
```

Таким образом, получили абсолютно согласованную матрицу, не изменяя последнюю строку.

1.3 Задание 3

1.3.1 Постановка задачи

Найдите агрегированную оценку двух экспертов, если матрица парных сравнений первого эксперта имеет вид, представленный в задании 1, а матрица парных сравнений второго имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 8 \\ 1/3 & 1 & 4 & 5 \\ 1/6 & 1/4 & 1 & 3 \\ 1/8 & 1/5 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}.$$

1.3.2 Ход решения

Для объединения оценок суждений двух экспертов строится матрица с средним геометрическим оценок. В данной задаче будем считать, что суждения двух экспертов обладают одинаковой степенью значимости. Введем оценки первого (A_1) и второго (A_2) экспертов.

```
In [1]: A1 = [1 4 6 8; 1/4 1 3 2; 1/6 1/3 1 3; 1/8 1/2 1/3 1]
```

```
Out[1]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0       4.0       6.0       8.0
 0.25      1.0       3.0       2.0
 0.166667  0.333333  1.0       3.0
 0.125     0.5       0.333333  1.0
```

```
In [2]: A2 = [1 3 6 8; 1/3 1 4 5; 1/6 1/4 1 3; 1/8 1/5 1/3 1]
```

```
Out[2]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0       3.0   6.0       8.0
 0.333333  1.0   4.0       5.0
 0.166667  0.25  1.0       3.0
 0.125     0.2   0.333333  1.0
```

Построим результирующую матрицу A со средним геометрическим оценок.

```
In [3]: using Stats
        A = map((x, y) -> geomean([x, y]), A1, A2)
```

```
Out[3]: 4x4 Array{Float64,2}:
 1.0       3.4641    6.0       8.0
 0.288675  1.0       3.4641    3.16228
 0.166667  0.288675  1.0       3.0
 0.125     0.316228  0.333333  1.0
```

Таким образом, получили агрегированную оценку двух экспертов при условии, что суждения экспертов обладают одинаковой степенью значимости.

1.4 Задание 4

1.4.1 Постановка задачи

Найти агрегированную оценку экспертов из задания 3, при условии, что квалификация первого эксперта имеет вес 3 (первый эксперт более квалифицированный), а второго - 1.

1.4.2 Ход решения

Расчет агрегированной оценки в случае привлечения n экспертов, имеющих различную значимость α_k, $k = \overline{1,n}$, осуществляется по формуле:

$$\alpha_{ij} = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} a_{ij}^{\alpha_k}}, \sum_{k=1}^{n} \alpha_k = 1.$$

Введем в рассмотрение веса w^s (квалификацию) экспертов.

```
In [4]: ws = [3 1]
```

```
Out[4]: 1x2 Array{Int32,2}:
    3  1
```

Рассчитаем значимость суждения каждого эксперта таким образом, чтобы общая значимость была равна 1.

```
In [5]: a = [w / sum(ws) for w in ws]
```

```
Out[5]: 1x2 Array{Float64,2}:
    0.75  0.25
```

Рассчитаем результирующую матрицу.

```
In [6]: A = map((x, y) -> geomean([x^a[1], y^a[2]]), A1, A2)
```

```
Out[6]: 4x4 Array{Float64,2}:
    1.0       1.92936   2.44949  2.82843
    0.518307  1.0       1.79547  1.58583
    0.408248  0.556957  1.0      1.73205
    0.353553  0.630583  0.57735  1.0
```

Таким образом, получили агрегированную оценку двух экспертов при условии, что суждения экспертов обладают разной степенью значимости.

1.5 Задание 5

1.5.1 Постановка задачи

Для иерархической структуры, представленной на рисунке, определите приоритет провайдера, выполнив иерархический синтез.

Матрица сравнения критериев относительно цели имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 2 & 7 \\ 1/4 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 2 & 1 \\ 1/2 & 1/4 & 1/2 & 1 & 1/3 \\ 1/7 & 1/2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрицы сравнения альтернатив относительно критериев считаются заданными.

1.5.2 Ход решения

Иерархический синтез используется для общего ранжирования альтернатив относительно цели, т.е. для подсчета количественной оценки качества альтернатив. Действовать будем согласно алгоритму.

Шаг 1. Для каждого элемента иерархии построить матрицы парных сравнений элементов иерархии следующего уровня. На первом уровне иерархии будем использовать матрицу сравнения относительно удовлетворения провайдером [УП].

$$[\text{УП}] = \begin{pmatrix} & & \underline{\text{Т}} & \underline{\text{С}} & \underline{\text{Д}} & \underline{\text{О}} & \underline{\text{У}} \\ \text{Т} & | & 1 & 4 & 6 & 2 & 7 \\ \text{С} & | & 1/4 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ \text{Д} & | & 1/6 & 1/3 & 1 & 2 & 1 \\ \text{О} & | & 1/2 & 1/4 & 1/2 & 1 & 1/3 \\ \text{У} & | & 1/7 & 1/2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

In [1]: A = [1 4 6 2 7; 1/4 1 3 4 2; 1/6 1/3 1 2 1; 1/2 1/4 1/2 1 1/3; 1/7 1/2 1 3 1]

Out[1]: 5x5 Array{Float64,2}:

```
 1.0       4.0       6.0  2.0  7.0
 0.25      1.0       3.0  4.0  2.0
 0.166667  0.333333  1.0  2.0  1.0
 0.5       0.25      0.5  1.0  0.333333
 0.142857  0.5       1.0  3.0  1.0
```

Введем функцию вычисления приближенных значений максимального собственного числа и главного собственного вектора.

In [2]:
```
function eigvalvecapprox(A)
    eps = 1e-9
    e = ones(size(A)[1])
    num = A * e
    denom = e' * num
    prev = num / denom
    num = A * num
    denom = e' * num
    next = num / denom
    while true
        prev = next
        num = A * num
        denom = e' * num
        next = num / denom
        result = abs(next - prev) .> eps
        done = true
        for r in result
            if !r
                done = false
                break
            end
        end
        if done
            break
        end
    end
    Wa = next
    lmax = (e' * A * Wa) / (e' * Wa)
    return lmax[1], Wa
end
```

Out[2]: eigvalvecapprox (generic function with 1 method)

Вычислим приближенные значения максимального собственного числа и главного собственного вектора для матрицы A.

In [3]:
```
val, vec = eigvalvecapprox(A)
```

Out[3]: (5.643273525681777,
[0.505324; 0.205149; ... ; 0.0867938; 0.110393])

Введем функцию для вычисления индекса однородности (индекса согласованности)

$$I_S = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}.$$

In [4]:
```
function ids(lmax, n)
    return (lmax - n) / (n - 1)
end
```

Out[4]: ids (generic function with 1 method)

Вычислим индекс однородности для матрицы A.

In [5]:
```
Is = ids(val, size(A)[1])
```

Out[5]: 0.16081838142044425

Также, потребуется функция для вычисления отношения однородности (отношения согласованности)

$$R_S = \frac{I_S}{\hat{I}_S}.$$

In [6]:
```
function rs(idx, n)
    mean = 0
    if n == 3
        mean = 0.58
    elseif n == 4
        mean = 0.9
    elseif n == 5
        mean = 1.12
    end
    return idx / mean
end
```

Out[6]: rs (generic function with 1 method)

Вычислим отношение однородности для матрицы A.

In [7]:
```
Rs = rs(Is, size(A)[1])
```

Out[7]: 0.14358784055396806

In [8]:
```
As = []
push!(As, [1 4 6 8; 1/4 1 3 2; 1/6 1/3 1 3; 1/8 1/2 1/3 1])
push!(As, [1 3 6 9; 1/3 1 1/4 2; 1/6 4 1 3; 1/9 1/2 1/3 1])
push!(As, [1 8 3 2; 1/8 1 3 2; 1/3 1/3 1 1; 1/2 1/2 1 1])
push!(As, [1 4 6 1; 1/4 1 3 2; 1/6 1/3 1 3; 1 1/2 1/3 1])
push!(As, [1 3 2 8; 1/3 1 1/4 1/2; 1/2 1/4 1 3; 1/8 2 1/3 1])
```

Для каждой из матриц найти максимальные собственные значения (они потребуются для оценки однородности суждений) и главные собственные векторы, элементы которых равны приоритетам соответствующих элементов следующего уровня иерархии. Для этого воспользуемся алгоритмом вычисления точного значения максимального собственного числа и главного собственного вектора из задания 1, который оформим в виде функции.

In [9]:
```
function eigvalvecaccurate(A)
    a = Complex(A[1, 2])
    b = Complex(A[1, 3])
    c = Complex(A[1, 4])
    d = Complex(A[2, 3])
    e = Complex(A[2, 4])
    f = Complex(A[3, 4])
    B = (d*f/e+e/d/f)+(a*e/c+c/a/e)+(b*f/c+c/b/f)+(a*d/b+b/a/d)
    C = 3-(a*d*f/c+c/a/d/f)-(a*e/b/f+b*f/a/e)-(c*d/a/e)-(c*d/b/e+b*e/c/d)
    x = B^2/2+8C-8
    y = (4(C+3)/3)^3
    r = (x+sqrt(y+x^2))^(1/3) + (x-sqrt(y+x^2))^(1/3)
    lmax = (2+sqrt(r+4))/2 + sqrt((8-r)/4) + B/(2sqrt(r+4))
    Q = (lmax-1)^3 + (c+f+e)*(lmax-1)^2 +
    ((a*e-3)+(b+d)f+c/a+c/b+e/d)*(lmax-1) +
    (a*d*f-c-e-f+(b*e/d+b*f/a)+(c*d+a*e-a*d)/b+(c-b)/a/d)
    first = c*(lmax-1)^2 + (a*e+b*f)*(lmax-1) + (a*d*f+b*e/d-c)
    second = e*(lmax-1)^2 + (d*f+c/a)*(lmax-1) + (b*f/a+c*d/b-e)
    third = f*(lmax-1)^2 + (e/d+c/b)*(lmax-1) + (c/a/d+a*e/b-f)
    fourth = (lmax-1)^3 - 3*(lmax-1) - (b/a/d+a*d/b)
    accurate = [first; second; third; fourth]
    accurate /= Q
    return lmax, accurate
end
```

Out[9]: eigvalvecaccurate (generic function with 1 method)

In [10]:
```
Vals = []
Vecs = []
Iss = []
Rss = []

for A in As
    maxval, mainvec = eigvalvecaccurate(A)
    Is = ids(maxval, size(A)[1])
```

```
        Rs = rs(Is, size(A)[1])
        push!(Vals, real(maxval))
        push!(Vecs, map(real, mainvec))
        push!(Iss, real(Is))
        push!(Rss, real(Rs))
    end
```

Выполним иерархический синтез.

```
In [11]: W = Vecs' * vec
```

```
Out[11]: 1x1 Array{Any,2}:
         [0.530109 0.152196 0.153613 0.164082]
```

Таким образом, видно, что в системе предпочтений индивидуума наибольший приоритет имеет провайдер 1 ("Связьинформ").

1.6 Задание 6

1.6.1 Постановка задачи

Оценить отношение согласованности иерархии из задания 5.

1.6.2 Ход решения

Завершается алгоритм анализом однородности построенной иерархии. Для этого вычислим индекс однородности и отношение однородности в соответствии с третьим шагом алгоритма.

```
In [12]: I = real(Is + vec' * Iss)
```

```
Out[12]: 1-element Array{Float64,1}:
         1.05641
```

```
In [13]: Ihat = real(Rs + vec' * Rss)
```

```
Out[13]: 1-element Array{Float64,1}:
         1.17379
```

```
In [14]: Rs = I / Ihat
```

```
Out[14]: 1x1 Array{Float64,2}:
         0.9
```

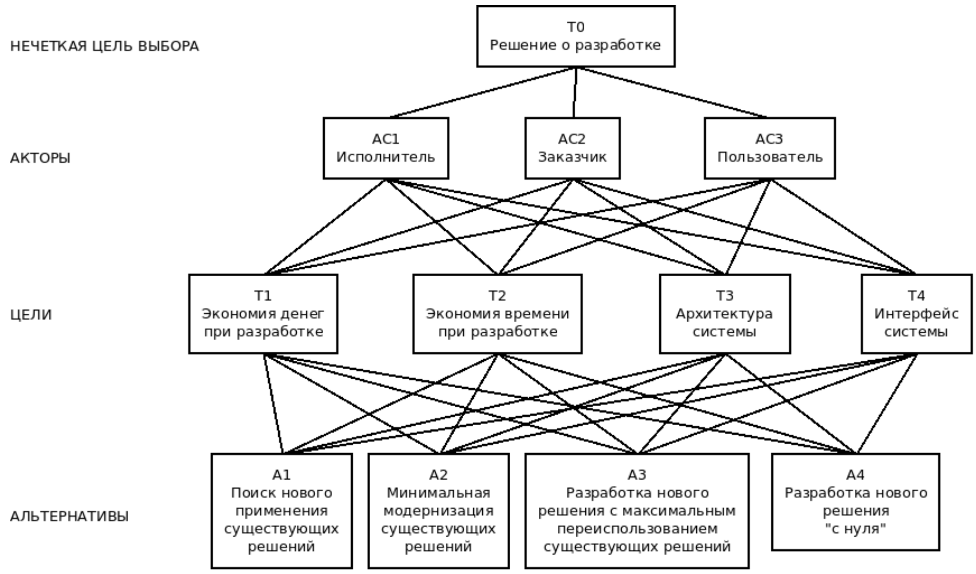
Однородность иерархии принято считать удовлетворительной при $R_s \leq 0.1$. Неудовлетворительную однородность построенной иерархии можно объяснить тем, что на шаге 1 были построены несогласованные матрицы.

2 Метод анализа иерархий

С задачами принятия решений человек сталкивается повседневно. При этом в ситуациях, когда последствия принимаемых решений не связаны с заметным материальным или социальным ущербом, предпочтение отдается, как правило, той или иной альтернативе на основании интуиции и опыта субъекта, осуществляющего выбор.

Однако существует и другой класс задач принятия решений, которые можно охарактеризовать как "ответственные". Это задачи, где принятые решения влияют на разработку сложных систем, которыми будут пользоваться тысячи человек. В таких задачах лицо (лица), принимающее решение, зачастую должно учитывать не только множество критериев качества, но и различные цели, которые преследуют различные участники.

Рассмотрим следующую задачу выбора. Необходимо принять решение о разработке новой программной системы. При этом существуют различные подходы к процессу разработки (см. рисунок 1).



Иерархическая структура.

Чтобы понять, какая из альтернатив предпочтительнее, необходимо произвести экспертную оценку и проанализировать доминантные иерархии (один из методов принятия решений).

Рассмотрение проблемы начинается с формулирования нечеткой цели выбора, которая в данном случае формулируется следующим образом: T_0 - выбрать наиболее рациональный способ для реализации новой системы. Альтернативами решаемой задачи являются:

- A_1 – поиск нового применения существующих решений, которые на данный момент имеются у исполнителя;

- A_2 – минимальная модернизация существующих решений;
- A_3 – разработка нового решения с максимальным переиспользованием имеющихся библиотек, кодовой базы, инструментов разработки и т.п.;
- A_4 – разработка новой системы "с нуля".

Конечный результат определяется различными социальными группами (акторами) и целями, которые преследуют акторы. В более общей постановке цели могут конкретизироваться критериями качества, которые здесь опускаются, поскольку альтернативы рассматриваются на концептуальном уровне.

В нашей задаче акторами являются:

- AC_1 – исполнитель технического задания;
- AC_2 – заказчик;
- AC_3 – конечный пользователь системы.

Акторы конкретизируют цель исследования T_0.

После построения иерархической системы, отображающей ситуацию принятия решений, осуществляется оценка акторов относительно цели выбора, целей относительно соответствующих акторов и альтернатив относительно целей. При незначительном числе сравнинаемых объектов, не превышающем 7 ± 2, оценка проводится методом попарного сравнения на основе шкалы отношений. Суждения экспертов фиксируются в матрицах попарных сравнений, для которых рассчитываются как собственные векторы, максимальные собственные числа $\lambda_{\max}$, так и отношения однородности (R_s) на основании алгоритмов, подробно изложенных в работах [1,3]. При значениях R_s, близких к 0,1, суждения экспертов, зафиксированные в матрицах парных сравнений, считаются логичными. Если значения отношения однородности значительно превышают указанную пороговую величину, то эксперту следует изменить суждения.

В приложении A приведены матрицы попарных сравнений и их собственные векторы, которые дают ответы на поставленные каждой матрице вопросы. Поскольку в исследовании участвовало 3 эксперта, в матрицах попарных сравнений приведены средние геометрические значения. При этом, чем выше значение в собственном векторе имеет соответствующий анализируемый объект, тем выше его приоритет.

Результаты анализа альтернатив по всей иерархической системе также приведены в приложении A .

Итоговое решение о способе разработки системы ранжирует альтернативы в порядке предпочтения следующим образом:

1) Наиболее предпочтительной оказалась альтернатива A_4 – разрабатывать новую систему "с нуля".

2) На втором месте A_1 – попытаться максимально построить новую систему из уже существующих у разработчика ресурсов.
3) На третьем по популярности $_3$ – при разработке стараться максимально задействовать имеющиеся инструменты, незначительно добавляя по необходимости новое.
4) И на четвертом A_2 – делать новую систему на основе существующей кодовой базы, изменяя ее немного по необходимости.

Таким образом, с помощью иерархического синтеза был получен ответ на изначальный вопрос, на нечеткую цель выбора – каким способом разрабатывать новую программную систему? С помощью таких мощных аналитических инструментов ЛПР может получить результаты математической агрегации опыта нескольких экспертов в той или иной области. Разумеется, рассмотренный пример не претендует на полноту и в большей степени носит методический характер. Отметим также, что принятие решений на иерархических структурах можно рассматривать как с позиций обоснования текущей проблемы, так и с позиции прогнозирования и планирования наиболее вероятных исходов исследуемой проблемы.

Заключение

Основными итогами можно считать достижение всех целей курсовой работы:

- получен навык решения практических задач;
- изучена методика подготовки, проведения анкетирования и обработки результатов;
- использована техника иерархического синтеза для принятия сложных решений при наличии многих альтернатив;
- улучшены навыки алгоритмического мышления.

Кроме этого, выполнены все задачи курсовой работы:

- решены предлагаемые практические задачи;
- проведены все этапы иерархического синтеза;
- подготовлена пояснительную записку.

За помощь в проведении исследования и за активное участие автор благодарит Бейфуса А., Волкова М., Григорьеву К.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Расчетные таблицы

Какой из акторов обладает наибольшим влиянием на разработку системы?				
Решение о разработке	AC_1	AC_2	AC_3	Собственный вектор
AC_1	1	0.41	0.70	0.2103
AC_2	2.47	1	0.70	0.3813
AC_3	1.45	1.45	1	0.4086
			λ_{max}	3.11
			R_s	0.095
Наибольшее влияние на разработку системы имеют заказчик (AC_2) и пользователь (AC_3)				

Какие из целей важнее для исполнителя?					
Исполнитель	T_1	T_2	T_3	T_4	Собственный вектор
T_1	1	0.59	0.15	0.20	0.0640
T_2	1.71	1	0.17	0.24	0.0898
T_3	6.81	6.09	1	1.92	0.5228
T_4	5.13	4.33	0.53	1	0.3236
				λ_{max}	4.07
				R_s	0.026
Для исполнителя важнее всего архитектура (T_3) и интерфейс системы (T_4)					

Какие из целей важнее для заказчика?					
Заказчик	T_1	T_2	T_3	T_4	Собственный вектор
T_1	1	0.59	5.13	0.85	0.2528
T_2	1.71	1	6.09	1.00	0.3587
T_3	0.20	0.17	1	0.15	0.0532
T_4	1.19	1.00	6.81	1	0.3355
				λ_{max}	4.05
				R_s	0.019
Для заказчика важнее всего экономия времени при разработке (T_2) и интерфейс системы (T_4)					

Какие из целей важнее для пользователя?					
Пользователь	T_1	T_2	T_3	T_4	Собственный вектор
T_1	1	0.59	1.71	0.14	0.1085
T_2	1.71	1	1.71	0.34	0.1763
T_3	0.59	0.59	1	0.14	0.0833
T_4	7.40	3.01	7.40	1	0.6321
				λ_{max}	4.09
				R_s	0.034
Для пользователя важнее всего интерфейс системы (T_4)					

Какие из альтернатив предпочтительнее для экономии денег при разработке?					
Экономия денег	A_1	A_2	A_3	A_4	Собственный вектор
A_1	1	1.00	2.47	6.09	0.4097
A_2	1.00	1	1.00	2.47	0.2631
A_3	0.41	1.00	1	6.09	0.2589
A_4	0.17	0.41	0.17	1	0.0685
				λ_{max}	4.23
				R_s	0.084
Для экономии денег при разработке лучше всего попытаться найти новое применение существующих решений (A_1)					

Какие из альтернатив предпочтительнее для экономии времени при разработке?					
Экономия времени	A_1	A_2	A_3	A_4	Собственный вектор
A_1	1	1.53	1.71	5.60	0.3724
A_2	0.66	1	4.72	4.72	0.3995
A_3	0.59	0.22	1	4.72	0.1702
A_4	0.18	0.22	0.2	1	0.0581
				λ_{max}	4.33
				R_s	0.120
Для экономии времени при разработке лучше попытаться найти новое применение существующих решений (A_1) либо минимально их модернизировать (A_2)					

Какие из альтернатив предпочтительнее для проектирования наилучшей архитектуры системы?					
Архитектура системы	A_1	A_2	A_3	A_4	Собственный вектор
A_1	1	2.47	0.20	0.17	0.0783
A_2	0.41	1	0.20	0.17	0.0533
A_3	5.13	5.13	1	0.15	0.2102
A_4	6.09	6.09	6.81	1	0.6583
				λ_{max}	4.48
				R_s	0.177
Для проектирования качественной архитектуры системы лучше начать разрабатывать ее "с нуля"(A_4)					

Какие из альтернатив предпочтительнее для создания удобного интерфейса системы?					
Интерфейс системы	A_1	A_2	A_3	A_4	Собственный вектор
A_1	1	1.71	0.41	0.31	0.1438
A_2	0.59	1	0.59	0.31	0.1196
A_3	2.47	1.71	1	0.31	0.2265
A_4	3.28	3.28	3.28	1	0.5102
				λ_{max}	4.16
				R_s	0.058
Для создания удобного интерфейса системы лучше начать разрабатывать ее "с нуля"(A_4)					

Приоритеты альтернатив для акторов и для общего решения о разработке				
Акторы	Альтернативы			
	A_1	A_2	A_3	A_4
Значения собственного вектора				
Исполнитель AC_1	0.1471 (3)	0.1192 (4)	0.2150 (2)	0.5188 (1)
Заказчик AC_2	0.2895 (1)	0.2527 (2)	0.2136 (4)	0.2443 (3)
Пользователь AC_3	0.2075 (3)	0.1790 (4)	0.2187 (2)	0.3950 (1)
Решение о разработке T_0	0.2261 (2)	0.1946 (4)	0.2160 (3)	0.3636 (1)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Saaty T.L. The analytic Hierarchy Procese. - Me. Grew НШ, 1980-287 p.
2 Saaty T.L. Decision making, new information, ranking and structure. "Math. Modell 1987, N8, 125-132p.
3 Андрейчнков А.В., Зенкик С.Ю., Андрейчнкова О.Н. Обоснование выбора технических решении на начальных стадиях проектирования. // Известия вузов. Машиностроение. - 1989. - NT.- С. 102-108.
4 Петрухин А.В., Ветютнев СМ. Инвариантный графический интерфейс для работы с моделями в виде графов / Тезисы докл. научно-технической конференции 'Разработка н внедрение САПР и АСТПП в машиностроении". - Ижевск.-1990.-С. 40-41.