Resonancia Eléctrica

David Santa Rozo* and Sergio Laverde**
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
(Dated: 12 de marzo de 2024)

I. INTRODUCCION

Los circuitos RLC alimentados por fuentes AC presentan lo que se conoce como oscilaciones forzadas. Puesto que, como se puede evidenciar en el caso con una fuente DC, las señales de voltaje o corriente van a presentar oscilaciones debido al comportamiento de los elementos eléctricos presentes en el circuito. Los cuales al ser analizados a partir de leyes de mallas dan como resultado la ecuación (1). De la cual al reemplazar por leyes de ohm y por las relaciones de corriente-voltaje de las inductancias y capacitancias, a su vez que se deriva con respecto al tiempo, se obtiene la ecuación (2). Sin embargo, el circuito al ser alimentado por una fuente AC, que es dependiente del tiempo (y que está dada por $v_f(t) = V_0 cos(\omega_f t)$), permite que al realizarse la derivada no se elimine el voltaje de la fuente en la ecuación (2).

$$V_F = V_R + v_C(t) + v_L(t) \tag{1}$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0 \tag{2}$$

Asi pues, se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden no homogénea presentada en la (3), la cual describe un movimiento armónico forzado.

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = \frac{V_0\omega_f}{L}cos(\omega_f t) \tag{3}$$

Se da por hecho que la solución será subamortiguada, por lo que, al analizar la solución en valores de t grandes, se obtendrá una expresión independiente de las condiciones iniciales. Con la cual al usar de nuevo la ley de ohm para transformar la función de corriente a una de voltaje se obtiene la expresión final presentada en la ecuación (4). Donde el $A_v(\omega)$ y el $\delta(\omega)$ se encuentran con las ecuaciones (5) y(6) respectivamente. Donde a su vez $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ y $\gamma = \frac{R}{L}$

$$v(t) = A_v(\omega_f)cos(\omega_f t + \delta(\omega_f)) \tag{4}$$

$$A_v(\omega_f) = \frac{V_0\gamma\omega_f}{\sqrt{\omega_f^2\gamma^2 + (\omega_0^2 - \omega_f^2)^2}} \tag{5}$$

$$\delta = arctan(\frac{\gamma\omega_f}{\omega_0^2 - \omega_f^2}) \tag{6}$$

II. ANÁLISIS CUALITATIVO

- **¿Cómo se podría realizar mecánicamente un experimento de resonancia? ¿Cómo podría modificar la variable "frecuencia" en su experimento?**

R/ Mecánicamente se podría realizar con un resorte el cual en la parte de la masa estuviera anclado a una fuerza también ondulante (con lo que ahí mismo se podría variar la frecuencia).

- **Si la inductancia y la fuente tienen una resistencia interna, ¿cómo afecta el circuito y la gráfica?**

R/ Si tanto la fuente como la inductancia tuvieran resistencias internas, solo se vería variado el parámetro R. Puesto que estas resistencias internas se pueden analizar como resistencias en serie al elemento. Con lo cual pueden ser sumadas las caídas de voltajes de cada resistencia, que sería linealmente proporcional a la suma en serie de las resistencias. Ahora, la gráfica, y por ende el circuito, se afectaría aumentando el valor de γ, por lo tanto, ensanchando la gráfica de resonancia. Físicamente, esto indica que frecuencias cada vez más lejanas de la frecuencia de resonancia serán capaces de entregar un voltaje mayor al que podían.

- **¿Qué pasaría si se desconectara la fuente de voltaje? ¿Por cuánto tiempo se vería la oscilación?**

R/ Si se apagara la fuente, esto indicaría que vf(t)=0 por lo tanto, tanto $V_0 = 0V$ como $\omega_f = 0$ lo que termina dando que la oscilación se detendría de inmediato.

* Correo institucional: d.santar@uniandes.edu.co
** Correo institucional: s.laverdeg@uniandes.edu.co

III. ANÁLISIS CUANTITATIVO

- **Con los datos de frecuencia (que están en Hz) calcule ω (en radianes).**

R/ $\omega = 2\pi f$

Frecuencia (kHz)	Frecuencia angular (k rad/s)
5.5	34.56
6.0	37.70
6.5	40.84
7.0	43.98
7.5	47.12
8.0	50.27
8.5	53.41
9.0	56.55
9.5	59.69

Cuadro I. Frecuencia angular calculada

- **Con los datos de la fase (que están en grados) calcule δ (en radianes).**

R/ $\delta = x°\pi/180°$

Fase en grados	Fase en radianes (δ)
-40	-0.70
-30	-0.52
-25	-0.44
-15	-0.26
0	0
5	0.09
15.2	0.27
22.6	0.39
25	0.44

Cuadro II. Desfase en radianes

- **Grafique $V_{pp}1$ contra ω**

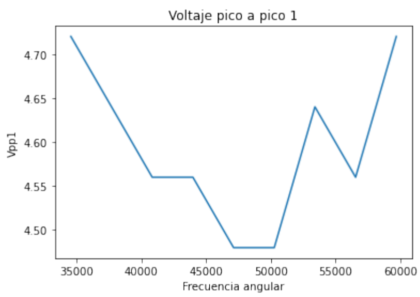

Figura 1. Voltaje pico a pico 1 contra frecuencia angular

R/

- **Grafique $V_{pp}2$ contra ω**

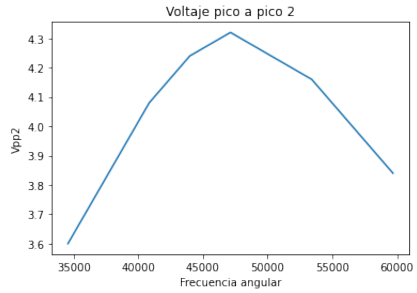

Figura 2. Voltaje pico a pico 2 contra frecuencia angular

R/

- **Grafique δ contra ω**

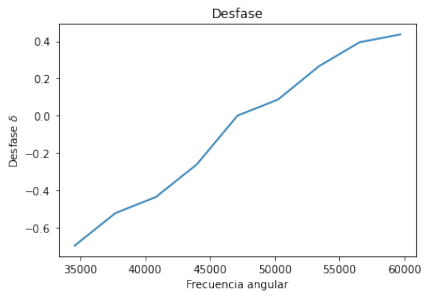

Figura 3. Desfase contra frecuencia angular

R/

- **Ajuste la función (5) a la gráfica del voltaje de la resistencia ($V_{pp}2$).**

R/ El ajuste se realizó mediante en paquete *optimize* de *scipy*.

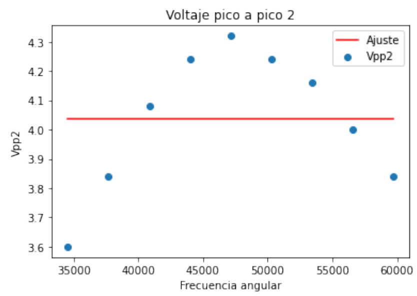

Figura 4. Ajuste la función de amplitud del voltaje

Obteniendo como parámetros: $V0 = 4{,}04$, $\omega_0 = 1$ y $\gamma = 3{,}75 \times 10^8$.

- **Ajuste la función (6) a la gráfica del desfase**

R/ El ajuste se realizó mediante en paquete *optimize* de *scipy*.

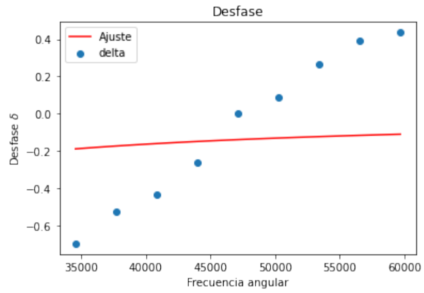

Figura 5. Ajuste la función de desfase

Obteniendo como parámetros: $\omega_0 = 1$ y $\gamma = 6{,}61 \times 10^3$.

- **Determine el valor de la frecuencia de resonancia teórico ω_0 y el valor de γ.**

R/ $L = 9 \times 10^{-3}H$, $C = 4{,}7 \times 10^{-8}F$ y $R = 200\Omega - 300\Omega$.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 4{,}86 \times 10^4 1/HF$$

$$\gamma = \frac{R}{L} = (2{,}22 - 3{,}33) \times 10^4 \Omega/H.$$

- **Del ajuste de ambas gráficas, compare los valores obtenidos de ω_0, γ y sus incertidumbres con los respectivos valores teóricos.**

R/ Para ambos casos el método utilizado no pudo obtener las incertidumbres. Evidentemente, los valores obtenidos experimentalmente y los valores teóricos se encuentran bastante alejados. Además de que los ajustes encontrados no modelan bien los datos.

IV. CONCLUSIONES

Para finalizar es importante recalcar que se lograron cumplir todos los objetivos propuestos para la práctica. Puesto que se logró desarrollar el estudio de la resonancia en un circuito RLC conectando a una corriente alterna, se logró observar la resonancia para el voltaje de la resistencia (Vpp2) y se identificó el desfase del voltaje de la resistencia respecto a la fuente. Sin embargo, al momento de obtener los valores experimentales de ω_0 y γ en las dos diferentes formas que se obtuvieron el valor de γ no coincide y aún más importante, los valores experimentales de ω_0 y γ están varios órdenes de magnitud de distanciados con los valores teóricos. Por lo tanto, concluimos que para el caso de ω se obtuvo alta precisión pero muy baja exactitud, y para el caso de γ no se obtuvo ni precisión ni exactitud.

[1] D. de Física de la Universidad de los Andes. Guías de laboratorio: Ondas y fluidos. 2022.

[1]