

Informe: Difracción de electrones

Sergio Laverde* and Samuel Hernandez**

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 26 de mayo de 2025)

En el presente informe se reportan los resultados de la práctica *Difracción de electrones*. En esta se evidenció la dualidad onda-partícula del electrón predicha por la mecánica cuántica. Ya que la longitud de onda de de Broglie y la de Bragg coinciden aproximadamente. Además, se estimaron las diferentes distancias interplanares del grafito y la constante de Planck mediante un ajuste lineal. Se obtuvieron valores de $h = (7,05 \pm 0,25) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $d_1 = (198,0 \pm 13) \text{ pm}$ y $d_2 = (117,2 \pm 2,5) \text{ pm}$.

I. INTRODUCCIÓN

La llegada de la mecánica cuántica a principios del siglo XX transformó profundamente las concepciones clásicas de la física, especialmente aquellas relacionadas con la naturaleza de la luz y la materia. Este cuestionamiento se vio impulsado por la explicación cuántica que Einstein dio al efecto fotoeléctrico, al proponer que la luz está compuesta por cuantos de energía, es decir, fotones con energía $E = h\nu$. Más adelante, Louis de Broglie introdujo la idea de la dualidad onda-partícula, postulando que cualquier partícula con momento p tiene una onda asociada con longitud de onda [1]:

$$\lambda_{\text{Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2eVm_e}}. \quad (1)$$

Con el fin de corroborar esta hipótesis para los electrones, Clinton Joseph Davisson y George Paget Thomson realizaron experimentos donde hicieron pasar electrones a través de una red cristalina. Observaron patrones de interferencia que podían explicarse mediante la ley de Bragg, originalmente formulada en el marco de la teoría óptica clásica.

La confirmación experimental de la naturaleza ondulatoria de los electrones les valió tanto a Davisson como a Thomson el Premio Nobel de Física en 1937 [4].

Un esquema experimental básico del experimento que se realizó se da en la siguiente figura:

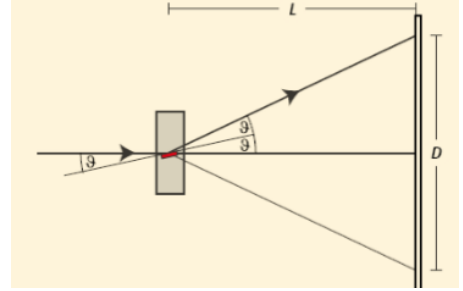


Figura 1. Diagrama esquemático del experimento.

Del gráfico se ve claro que:

$$\tan 2\theta = \frac{D}{2L} \implies \theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right).$$

Si usamos la ley de Bragg [3] para despejar la longitud de onda tenemos que:

$$\lambda_{\text{Bragg}} = \frac{2d}{n} \sin \left(\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right). \quad (2)$$

Si además usamos la hipótesis de de Broglie y la aproximación de ángulo pequeño:

$$D = \frac{2L}{d} \frac{h}{\sqrt{2em_e}} \frac{1}{\sqrt{V}} \quad (3)$$

Este será el ajuste que usaremos más adelante.

II. MONTAJE EXPERIMENTAL Y METODOLOGÍA

Para evidenciar el fenómeno de difracción de electrones mediante scattering en una muestra de grafito, se hizo uso del montaje experimental mostrado en la figura 2. Además, también se usó un calibrador.

* Correo institucional: s.laverdeg@uniandes.edu.co

** Correo institucional: sm.hernandezc1@uniandes.edu.co

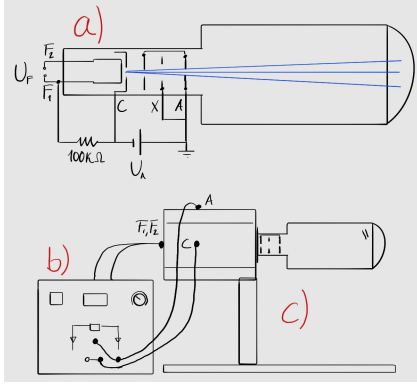


Figura 2. Montaje experimental.

Consiste en: a) Tubo de difracción de electrones, b) Fuente de alto voltaje, c) Soporte para tubo de difracción.

Configuración 1: Muestra de grafito amplificada.

En la etapa inicial del experimento, se colocó el tubo de difracción de electrones en su soporte correspondiente antes de conectarlo a la fuente de alimentación. Luego, se identificaron las seis ranuras señaladas con las letras C, X y A, que correspondían al cátodo, al electrodo de enfoque y al ánodo, respectivamente. También se localizaron las ranuras F1 y F2, las cuales se alimentaron con un voltaje de 6.3 V en corriente alterna, lo que permitió la emisión termoiónica de electrones, como se muestra en la figura 2. El propósito de esta etapa fue observar la muestra de grafito en la pantalla fluorescente.

Configuración 2: Difracción de Electrones.

En la segunda parte del experimento, se conectó X a C en lugar de a A. Después, se encendió la fuente de alto voltaje y se incrementó gradualmente hasta alcanzar un máximo de 3 kV. En ese momento, aparecieron en la pantalla dos anillos concéntricos, cuyos radios dependieron del voltaje aplicado. Se procedió a medir los diámetros de estos anillos con un calibrador, registrando cada valor junto con su voltaje correspondiente. El objetivo principal de esta parte del experimento fue observar el patrón de difracción de electrones.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los datos en el archivo 'Data.xlsx' y el análisis desarrollado en Python se encuentran en Github <https://github.com/samuhdz/Laboratorio-Intermedio/tree/main/Difracci%C3%B3n%20de%20electrones>.

A. Configuración 1: Muestra de grafito amplificada.

En el montaje presentado en la figura 2 se aplica un voltaje (U_F) de 6.3V AC con el fin de desprender electrones de forma termoiónica. Posteriormente, se impone una diferencia de voltaje (U_A) del orden de 2kV para acelerar los electrones desprendidos hacia la pantalla. En el caso de la configuración 2. El que el anillo "X" tenga un radio mayor que el anterior y posterior, hace que los electrones aceleren en sentido radial negativo del tubo de difracción, enfocando el haz de electrones. De hecho, esta es justamente la razón por la cual en la configuración 1 no se ven patrones de interferencia, porque la diferencia de voltaje se aplica en lugares diferentes del montaje gracias a X. De hecho, esta es la misma lógica que se usa en un microscopio electrónico, donde se aceleran electrones e impactan una muestra para amplificarla.

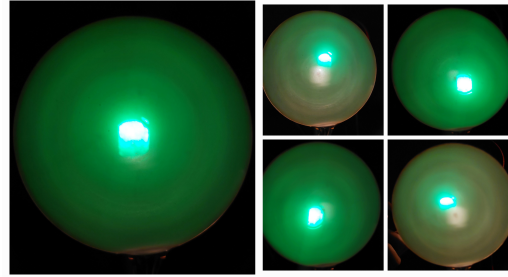


Figura 3. Imagen en pantalla usando configuración 1.

La imagen de la izquierda corresponde a sin la presencia de imán. las imágenes de la derecha corresponden a cuando se ubicó el imán en donde se desvió el haz (arriba-derecha, abajo-derecha, etc.).

En la figura 3 se muestra lo que se observó en la pantalla usando la configuración 1 con y sin presencia de campo magnético generado por un imán. Se evidencia que sin haber enfocado el haz de electrones no se presentó ningún patrón de difracción en la pantalla y el círculo relleno obtenido presentó distribución de intensidad uniforme (i.e. aleatoria). Además, al poner un imán sobre el tubo de difracción, se observó que el haz se desvió en dirección al imán como se muestra a la derecha de la figura 3, esto debido a la fuerza de Lorentz.

B. Configuración 2: Difracción de Electrones.

De la figura 2, al conectar X a C en lugar de a A, se logró enfocar el haz de electrones como se explicó anteriormente. Se obtuvieron dos anillos concéntricos centrados en la pantalla. Con los datos obtenidos de diámetros de los 2 anillos en función del voltaje U_A

se procedió a calcular la longitud de onda de de Broglie y de Bragg como se muestra y explica en el cuadro I.

En cuanto a precisión, de acuerdo con el criterio establecido en V A: se obtuvo precisión para la longitud de onda de de Broglie $\lambda_{Broglie}$ para todos los datos, se obtuvo precisión para la longitud de onda de Bragg λ_{Bragg1} a $U_A = 2,5$ kV y para λ_{Bragg2} a $U_A = 2,5, 4,5$ kV únicamente. En cuanto a exactitud, de acuerdo también al criterio establecido en V A y tomando como valor teórico $\lambda_{Broglie}$, se obtuvo exactitud para todos los datos de λ_{Bragg1} y λ_{Bragg2} .

C. Ajuste para difracción de electrones

Usando el ajuste mencionado en la introducción (ecuación (3)), se realizó la siguiente gráfica:

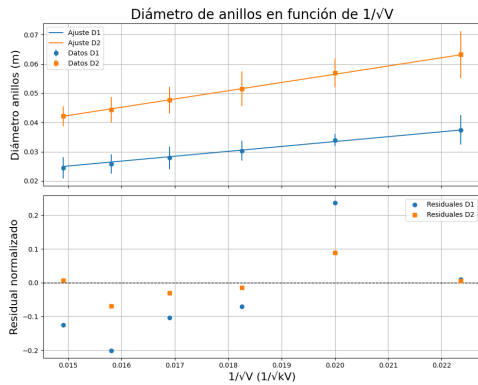


Figura 4. Ajuste lineal para hallar tanto la distancia interplanar como la constante de Planck. Los residuales son aleatorios en ambos casos, dando buena fe del ajuste.

Además, si tenemos en cuenta el valor de la pendiente

y asumimos el valor teórico de la constante de Planck, podemos estimar las distancias interplanares d_1 y d_2 . Estas dieron el valor de $d_1 = (198,0 \pm 13)$ pm y $d_2 = (117,2 \pm 2,5)$ pm. En términos de exactitud, si se tiene en cuenta los valores que se reportan en la literatura [LD], se obtienen desviaciones de $1,18\sigma$ y $2,34\sigma$ respectivamente, concluyendo así que las medidas fueron exactas. Y con precisiones de 6,57% y 2,13%, también tenemos un buen resultado.

Por otro lado, si asumimos los valores de las distancias interplanares, podemos obtener dos estimaciones para la constante de Planck con ayuda de las pendientes. Al promediar, obtenemos un valor de $(7,05 \pm 0,25) \times 10^{-34}$ J · s. En términos de exactitud, de nuevo, al tener en cuenta el valor que reporta [LD], obtuvimos una desviación de $1,17\sigma$, lo cual es bastante aceptable. Por último, la precisión fue de 3,7%, lo cual es también aceptable.

IV. CONCLUSIONES

Dado que los valores de $\lambda_{Broglie}$, λ_{Bragg1} y λ_{Bragg2} coinciden aproximadamente, se puede comprobar la hipótesis ondulatoria de la materia de de Broglie y la ley de Bragg para ondas de materia. Además, de la ecuación (3) se evidencia que, para las demás distancias interplanares inferiores, el diámetro de anillo obtenido se sale de la pantalla.

A la hora de estimar tanto las distancias interplanares como la constante de Planck se obtuvieron valores con precisión de máximo 6,6% y con desviaciones del valor teórico de máximo 2,34 σ , lo cual nos permite deducir que se hizo una práctica decente. Sin embargo, dado lo complicado de medir de forma precisa los radios de los anillos, el error sistemático es significativo y esto puede influir a la hora de medir las constantes de interés.

V. ANEXOS

A. Criterios

■ Precisión: $= \frac{\sigma}{X_{exp}} \leq 0,1$

■ Exactitud: $:= |X_{real} - X_{exp}| \leq 3 \cdot \sigma$

-
- [1] Hall, B. C. (2013). *Quantum Theory for Mathematicians*. Number v.267 in Graduate Texts in Mathematics Ser. Springer New York, New York, NY, 1st ed edition.
 - [LD] LD, D. G. Diffraction of electrons in a polycrystalline lattice. Technical report, LD Didactic GmbH.
 - [3] Salas Galindo, J. P. and Hernández Pico, Y. (2023). *Ondas y Fluidos*. Universidad De Los Andes, Bogotá, 1st ed. edition.
 - [4] The Nobel Foundation (1937). The nobel prize in physics 1937 – presentation speech. Accessed: 2025-05-25.

Cuadro I. Datos experimentales y calculados obtenidos del experimento de difracción de electrones.

En esta tabla se expone: el voltaje U_A suministrado para acelerar los electrones; los diámetros D1 y D2 de los anillos pequeño y más grande respectivamente, con sus respectivas incertidumbres $\Delta D1$ y $\Delta D2$ que corresponden al ancho de cada anillo; la longitud de onda de Broglie calculada mediante la ecuación (1) con su respectiva incertidumbre calculada mediante la ecuación (4); la longitud de onda de Bragg calculada mediante la ecuación (2) con $n = 1$, $d = 213pm$ y $D = D1$ para λ_{Bragg1} y, $d = 123pm$ y $D = D2$ para λ_{Bragg2} con sus respectivas incertidumbres calculadas mediante la ecuación (5).

$U_A \pm 0,1$ (kV)	D1 (cm)	$\Delta D1$	D2 (cm)	$\Delta D2$	$\lambda_{Broglie}$ (pm)	$\Delta \lambda_{Broglie}$	λ_{Bragg1} (pm)	$\Delta \lambda_{Bragg1}$	λ_{Bragg2} (pm)	$\Delta \lambda_{Bragg2}$
2.0	3.745	0.51	6.32	0.81	27.43	0.69	29.33	4.09	28.22	3.88
2.5	3.395	0.21	5.69	0.50	24.53	0.49	26.63	1.68	25.51	2.35
3.0	3.03	0.34	5.15	0.60	22.40	0.37	23.79	2.71	23.14	2.80
3.5	2.79	0.38	4.76	0.46	20.74	0.30	21.90	3.07	21.44	2.15
4.0	2.58	0.33	4.44	0.44	19.40	0.24	20.26	2.66	20.00	2.05
4.5	2.45	0.36	4.21	0.33	18.29	0.20	19.25	2.90	19.02	1.56

B. Apéndice de cálculo

■ Propagación de errores:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}$$

Teniendo esto en cuenta, se tiene que las incertidumbres usadas en la sección del ajuste están dadas por:

$$\begin{aligned} \sigma_{d_i} &= \left| d_i \frac{\sigma_{m_i}}{m_i} \right|, \\ \sigma_{h_i} &= \left| h_i \frac{\sigma_{m_i}}{m_i} \right|, \\ \sigma_h &= \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{h_1}^2 + \sigma_{h_2}^2}. \end{aligned}$$

• Longitud de onda de de Broglie:

$$\Delta \lambda_{Broglie} = \frac{h}{2\sqrt{2em_e V^3}} \Delta V \quad (4)$$

• Longitud de onda de Bragg:

$$\Delta \lambda_{Bragg} = \left| \frac{d}{n} \cos \left(\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right) \frac{1}{1 - \left(\frac{D}{2L} \right)^2} \frac{\Delta D}{2L} \right| \quad (5)$$