

Preinforme Torque magnético

Sergio Laverde* and Samuel Hernandez**
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
(Dated: 1 de marzo de 2025)

I. OBJETIVOS

En la práctica pretendemos estudiar propiedades de los campos magnéticos. Dentro de los objetivos tenemos lo siguiente: 1) Obtener valores para el momento magnético de nuestro sistema. 2) Estudiar el fenómeno de resonancia magnética nuclear. 3) Evidenciar la precesión del vector momento angular, provocada por un torque inducido por un campo magnético. 4) Calcular la fuerza que siente un dipolo magnético debido a su interacción con un campo magnético uniforme.

II. CONTEXTO HISTÓRICO

En el siglo *XIX* comenzaron a hacerse experimentos y estudios en torno a la interacción de dipolos magnéticos con campos externos. Estos eran liderados por Gauss y Wilhem Weber. Posteriormente, en 1900, Joseph Larmor estudio el movimiento de electrones en un campo magnético, dedujo que se debía dar un efecto de precesión, que ahora lleva su nombre, y calculó la frecuencia de esta. Esto fue un primer paso en el estudio de la resonancia magnética.

Recordemos que el momento magnético $\vec{\mu}$ nos indica en magnitud la intensidad de una fuente de campo magnético y en dirección el dipolo magnético en cuestión. Por definición

III. MARCO TEÓRICO

Si consideramos un dipolo magnético, como un imán, este va a tener asociado un vector de momento magnético. Si tomamos un dipolo y lo sometemos a un campo magnético externo \vec{B} uniforme, se cumple que

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Y la fuerza neta es cero. Si el campo no es uniforme se cumple que

$$\vec{F} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{\mu}) \vec{B}.$$

Por último, si se trabaja con un imán, este puede ser modelado por un bucle circular de área A y corriente \vec{I} . En este caso

$$\vec{\mu} = I\vec{A}.$$

IV. MONTAJE EXPERIMENTAL Y METODOLOGÍA

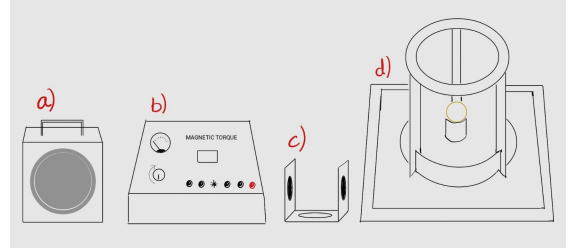


Figura 1. Montaje experimental.

Consiste en: a) Estroboscopio, b) Unidad de control: modifica el campo magnético y el bombeo de aire hacia la unidad principal, c) Imanes, d) Unidad principal: arreglo de bobinas y torre de plástico con resorte en su interior, allí se ubica la bola de resina.

Además del montaje experimental mostrado en la figura 1, para el desarrollo del experimento también se hace uso de una bola de resina fenólica (Aramith) con imán cilíndrico permanente, varas delgadas de aluminio con anillos plásticos, esferas metálicas y un imán permanente. La metodología implementada es la siguiente:

A. Actividad 1: Equilibrio Estático.

Ubicando la bola con varilla y pesa instaladas en la unidad principal, se realiza la medición del radio de la bola, la masa de la pesa y la longitud de la manija. Se procedió a verificar que el campo magnético apunte en dirección vertical, el gradiente de campo apagado y que la unidad principal esté nivelada. Se ubicó la pesa sobre la varilla y midió la distancia r . Luego, se encendió la fuente de aire y ajustó la corriente hasta aproximadamente 2A. Se posicionó la bola de manera que la varilla forme un ángulo de 90° con respecto

* Correo institucional: s.laverdeg@uniandes.edu.co

** Correo institucional: sm.hernandezc1@uniandes.edu.co

a la vertical. Se Modificó la corriente hasta que la bola se mantenga estable en dicho ángulo y registró la corriente. Se repitió este proceso para 7 posiciones de la pesa distintas.

B. Actividad 2: Oscilación Armónica.

Se encendió el aire, se midió la masa de la bola y se ubicó en la unidad principal. Se Incrementó la corriente a un rango entre 1A y 1.5A. Con la mano, se ajustó la bola de manera que la manija experimente un pequeño desplazamiento angular respecto a la vertical, que corresponde a la dirección del campo magnético. Luego, se soltó la manija para que la bola oscilara libremente. Se registró el valor de la corriente y se midió el tiempo que le tardó a la bola realizar 20 oscilaciones. Se repitió el procedimiento para al menos 10 valores diferentes de corriente/campo magnético.

C. Actividad 3: Precesión.

Primero, se verificó que el momento angular apunte en la misma dirección del momento magnético y que el gradiente de campo magnético este apagado. Con la fuente de aire encendida y la corriente ajustada a 0A, se hizo girar la bola evitando que su eje se alineara con la vertical para observar el fenómeno de precesión. La rotación se ajustó de manera que el momento angular apuntara en la dirección deseada. Utilizando un estroboscopio, se midió la frecuencia de rotación, ajustándola entre 4 Hz y 6 Hz hasta que el punto blanco en la manija negra pareciera estático. Posteriormente, se aumentó la corriente a 1A y se registró el período de precesión, midiendo el tiempo que la bola tardó en completar un ciclo de oscilación alrededor de su eje. Este procedimiento se repitió tres veces para cada corriente aplicada, y a partir de los datos obtenidos, se calculó un valor promedio. Luego, el procedimiento se repitió incrementando la corriente en pasos de 0.5A hasta alcanzar 4A. Finalmente, se obtuvo una tercera medición independiente del momento magnético utilizando la relación entre la frecuencia de precesión y el campo magnético.

D. Actividad 4: Resonancia magnética.

Se acopló el sistema de imanes a la unidad principal. Con la fuente de aire encendida y el gradiente de campo magnético apagado, se hizo girar la bola de

resina para alinear su momento angular con la manija negra. Luego, se incrementó la corriente a 2A y se observó el fenómeno de precesión. Posteriormente, los imanes en la base de madera se giraron manualmente a la frecuencia de Larmor hasta que la manija negra quedó perpendicular al campo magnético. Se analizó su orientación con respecto a la vertical y se interpretó utilizando las ecuaciones del Ejercicio 1, considerando un campo magnético rotatorio. Finalmente, se giraron los imanes en dirección opuesta a la precesión con la frecuencia de Larmor y luego en la misma dirección, pero con una frecuencia distinta. Esto permitió observar el efecto de resonancia magnética y analizar cómo la variación de la frecuencia del campo rotatorio influye en el comportamiento del sistema.

V. EJERCICIOS TEÓRICOS

■ Ejercicio 1:

1. Demuestre las ecuaciones para el torque y para la fuerza dadas en las ecuaciones III y 1.

Demostración: Por la segunda ley de Newton para sistemas en rotación, podemos ver que

$$\vec{\tau} = -\frac{\partial U}{\partial \theta} \hat{n}.$$

Siendo \hat{n} el vector unitario normal a la superficie (el dipolo en este caso). Teniendo en cuenta que $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \theta$, llegamos a que

$$\vec{\mu} = \mu B \sin \theta \hat{n} = \vec{\mu} \times \vec{B}.$$

Si \vec{B} es uniforme, entonces su gradiente es cero y la fuerza también lo será. En caso de no ser uniforme tenemos que

$$\vec{F} = -\nabla U = \nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = (\nabla \cdot \vec{\mu}) \vec{B}.$$

Como queríamos. □

2. Halle una expresión para el campo magnético que se genera por la presencia de las bobinas en el eje z . Calcule también el gradiente.

Solución: Por la ley de Biot Savart, sabemos que para una espira que da N vueltas, el campo magnético está dado por

$$B_0(z) = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

Si consideramos que cada bobina está en $d/2$ o $-d/2$ en el eje z , entonces

$$B_T(z) = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + (z + \frac{d}{2})^2)^{3/2}} + \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + (z - \frac{d}{2})^2)^{3/2}}.$$

Si evaluamos en cero (donde va a estar nuestra manija)

$$\begin{aligned} B(0) &= \frac{\mu_0 N I r^2}{(r^2 + (\frac{d}{2})^2)^{3/2}} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(195)(1)(0,109)^2}{((0,109)^2 + (\frac{0,138}{2})^2)^{3/2}} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(195)(1)(0,109)^2}{((0,109)^2 + (\frac{0,138}{2})^2)^{3/2}} \\ &= \frac{2,9 \times 10^{-6}}{2,1 \times 10^{-3}} \approx (1,36 \times 10^{-3})T. \end{aligned}$$

3. Halle la ecuación de movimiento si el imán se somete a un campo magnético constante en \hat{k} , y está inclinado un ángulo θ con respecto a z .

Solución: Usamos aproximación para ángulos pequeños:

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \vec{\mu} \times \vec{B} \\ \tau &= \mu B \sin \theta \approx \mu B \theta \end{aligned} \quad (2)$$

Y aplicamos segunda ley de Newton para ro-

tación:

$$\begin{aligned} I \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= -\mu B \theta \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\mu B}{I} \theta &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

La ecuación corresponde a la de un oscilador armónico.

4. Suponga que el imán se encuentra rotando tal que momento angular L y su momento magnético van en la misma dirección. Adicionalmente, se coloca un campo magnético constante en dirección del eje z positivo tal que el ángulo entre L (y por tanto μ) y B es θ . Escriba la ecuación de movimiento para el imán y el tipo de movimiento.

Solución: Por segunda ley de Newton:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (4)$$

Como \vec{L} y $\vec{\mu}$ son paralelos, entonces $\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$, $\gamma = cte$, donde γ se conoce como la razón giromagnética. Luego:

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \frac{L \sin \theta d\phi}{dt} = \gamma L B \sin \theta \\ \omega_L &= \frac{d\phi}{dt} = \gamma B \end{aligned} \quad (5)$$

Ecuación que corresponde a un movimiento de precesión donde L gira alrededor de B con velocidad angular ω_L .