

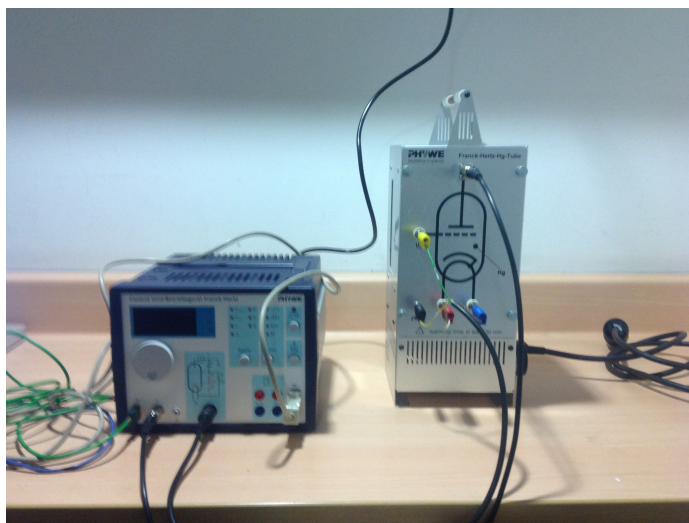
Espéctros atómicos: Experimento de Franck-Hertz

El premio Nobel en física en el año 1929 se otorgó a James Franck y Gustav Hertz “*por sus descubrimientos acerca de las leyes que rigen el impacto de un electrón sobre un átomo*”.

El premio Nobel en física en el año 1922 se otorgó a Niels Bohr “*por sus servicios en la investigación de la estructura de los átomos y de la radiación que de ellos emana*”

Equipo

- Tubo de Franck-Hertz
- Estufa
- 2 Cables BNC a caimán (Impedancia de 50Ω)
- Osciloscopio
- Computador con software: *Phywe measure 4*
- Termocupla (enfundada)
- Cable de datos RS 232



Objetivos

- Medir la cuantización de la energía de estados electrónicos en átomos de Mercurio (Hg).
- Entender cómo afecta la temperatura la densidad de gas de Mercurio y el camino libre medio de los electrones.
- Calcular a partir de los datos experimentales la energía entre el estado base y un estado excitado del átomo de Mercurio.

Conceptos Clave

Teoría atómica de Bohr, Camino libre medio, Colisión elásticas e inelásticas, Transiciones permitidas.

Bibliografía

- [1] Using the franck-hertz experiment to illustrate quantization: Energy states of the neon atom by electron impact. *Journal of Chemical Education*, 71(6):466, 1994.
- [2] Eric R. Dietz Daryl W. Preston. *The art of experimental physics*. Wiley, 1991.
- [3] PHYWE Systeme GmbH and Co. KG. Operating instructions franck-hertz control unit. https://www.phywe.com/physics/modern-physics/quantum-physics/franck-hertz-control-unit_1626/, Robert-Bosch-Breite 10 D-37079 Göttingen, 2016.
- [4] PHYWE Systeme GmbH and Co. KG. Operating instructions franck-hertz tube on a panel, franck-hertz oven. https://www.phywe.com/physics/modern-physics/quantum-physics/franck-hertz-hg-tube-on-plate_1628/, Robert-Bosch-Breite 10 D-37079 Göttingen, 2016.
- [5] G. F. Hanne. What really happens in the franck-hertz experiment with mercury? *American Journal of Physics*, 56(8):696–700, 1988.
- [6] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 6th edition, 1986.
- [7] A.C. Melissinos; J. Napolitano. *Experiments in Modern Physics*. Academic Press, 2nd ed. edition, 2003.
- [8] Gerald Rapior, Klaus Sengstock, and Valery Baev. New features of the franck-hertz experiment. *American Journal of Physics*, 74(5):423–428, 2006.

Marco teórico

En 1914 James Franck y Gustav Hertz publicaron sus resultados experimentales acerca de la cuantización de excitaciones en un experimento con átomos de Mercurio. Un año antes Niels Bohr había publicado su teoría acerca del átomo de Hidrógeno el cual incluía el concepto de cuantización de la energía entre los diferentes orbitales. El experimento de Franck-Hertz¹ ayudo a solidificar la teoría cuántica emergente para la descripción de átomos. La idea del experimento era medir los cambios en la energía de una haz de electrones cuando estos eran dispersados por un gas (en este caso de Mercurio). Los resultados que se obtuvieron fue que la energía de los electrones que se detectaban disminuía de forma

¹Referencias adicionales [5, 1, 7]

periódica en valores de energía para los electrones que correspondían exactamente con los de excitación a partir del estado base de los átomos de Mercurio. Tras tener en cuenta la función trabajo del material, pudieron reportar un valor para la constante de Planck h usando la relación de Einstein $E = h\nu$. El valor reportado coincidía con resultados previos usando el efecto fotoeléctrico, la radiación de cuerpo negro y el espectro del átomo de hidrógeno.

Ejercicio 1

1. Escriba un resumen de la teoría atómica de Bohr, las motivaciones para su desarrollo, los postulados y suposiciones que realizó.
2. Para excitar un electrón en un átomo de Hidrogeno desde el estado base hasta el primer estado excitado se requiere una energía de 10.2 eV aproximadamente. Esta energía puede provenir de un fotón incidente como en el efecto fotoeléctrico o de forma alternativa se puede aumentar la temperatura a la que se encuentra el hidrógeno y así convertir energía térmica (debido a las colisiones) en energía de excitación. Suponiendo que la energía térmica promedio del átomo es $\frac{3}{2}k_B T$, calcule la temperatura a la cual se debería calentar el gas de Hidrógeno para provocar la excitación de 10.2eV. Realice el mismo cálculo con el Mercurio (energía del primer estado excitado 4,67eV). ¿ Es práctico llegar a estas temperaturas en el laboratorio?

Una alternativa para excitar los electrones en el Mercurio sería provocar colisiones entre electrones acelerados mediante un potencial y los átomos. Si la energía de los electrones es menor a la separación energética entre el estado base y el primer estado excitado, los electrones se dispersarán de forma *elástica*. Si la energía de los electrones es mayor o igual a la separación energética entre el estado base y el primer estado excitado, ocurre una colisión *inelástica*. En las colisiones inelásticas los electrones acelerados transfieren gran parte de su energía para excitar el átomo y la energía restante de estos es un valor que se puede medir experimentalmente.

Para entender mejor cómo ocurren las excitaciones en los átomos de Mercurio, debemos analizar su estructura atómica. Un átomo de Mercurio tiene 80 electrones donde los cascarones K, L, M, y N se encuentran completamente llenos. Los cascarones O y P tienen la estructura: $5s^2, 5p^6, 5d^{10}$ y $6s^2$ respectivamente. Ya que el átomo de mercurio tiene 2 electrones en el suborbital $6s$ y los demás 78 electrones se encuentran mucho más ligados al núcleo, las excitaciones que serán de interés para este laboratorio serán aquellas de este suborbital. De forma explícita, las transiciones que buscamos estudiar ² se muestran en la figura 1.

²Se usó la notación $2s+1L_J$ en donde s es el spin, L es el momento angular orbital y J el momento angular total

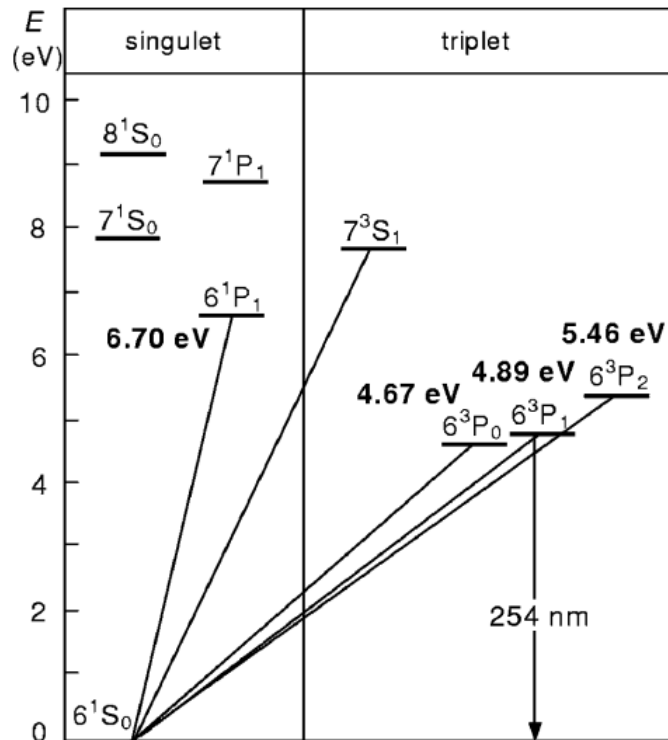


Figura 1: Transiciones del átomo de Mercurio relevantes para este experimento. Tomada de [8]

Ejercicio 2

1. Investigue sobre el acople $L - S$ e indique cómo afecta en los niveles de energía atómicos.
2. Investigue el tiempo de vida medio de átomo en los estados excitados 1P_1 , 3P_1 , 3P_2 y 3P_0 (ver ref [2]). A partir de estos valores, ¿Qué puede deducir acerca del proceso de excitación de los átomos de Mercurio? ¿Cuál transición será la más relevante (que se pueda medir) en este experimento?
3. Investigue sobre las reglas de selección para momento angular. ¿Cuáles de estas transiciones podrían emitir fotones?
4. ¿Cómo espera que sea una gráfica de Energía de los electrones medida después de atravesar el gas de mercurio en función del voltaje que los acelera?
5. El gas de Hg es monoatómico. ¿Qué ventaja se tiene al trabajar con este tipo de gas? ¿Qué cambiaría si se trabaja con un gas diatómico?
6. Si suponemos que el electrón choca de forma elástica con el átomo de mercurio (inicialmente en reposo) en una colisión frontal. Muestre que la pérdida de energía cinética del electrón es [2]

$$\Delta K_e = \frac{4m_e M}{(m_e + M)^2} K_0, \quad (1)$$

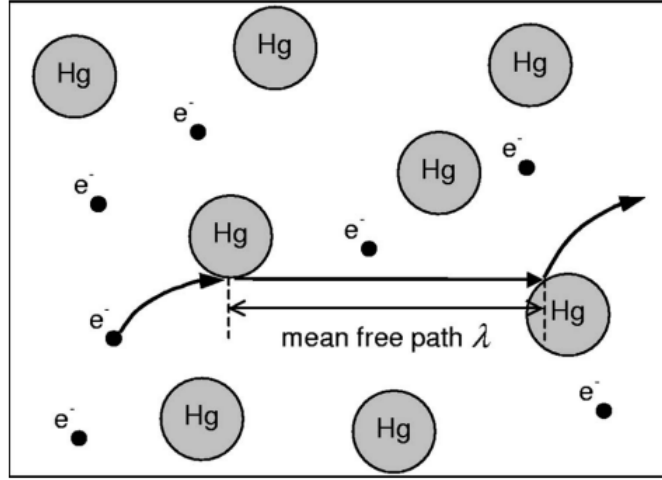


Figura 2: Camino libre medio λ .

donde m_e es la masa del electrón, M es la masa del átomo de mercurio y K_0 es la energía cinética inicial del electrón. Con los valores de m_e y M calcule cuánto es la pérdida de energía. ¿Cómo se compara con respecto al valor de 4.67eV?

7. El camino medio libre de un electrón $\bar{\ell}$ se puede calcular de acuerdo a la ecuación [6]

$$\bar{\ell} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}, \quad (2)$$

donde n es la densidad de átomos de mercurio y σ es la sección transversal (que puede suponer circular y calcularla con el radio aproximado del átomo de mercurio). La cantidad $\bar{\ell}$ indica aproximadamente la longitud promedio que recorre un electrón en el gas antes de que ocurra una colisión como se ve en la Fig 2. Suponga que el mercurio se comporta como un gas ideal $n = P/k_B T$. En el intervalo de 300 a 500 K la presión en el gas de mercurio (en Pa) es aproximadamente [8]

$$P = 8,7 \times 10^{9-3110/T}. \quad (3)$$

Haga una gráfica de $\bar{\ell}$ en función de la temperatura y compare este valor con la longitud entre cátodo y ánodo. ¿Cómo afecta este valor en el número de picos que observa?

8. De acuerdo a los calculado en los ejercicios, los electrones pierden una cantidad de energía cinética despreciable cuando chocan elásticamente con los átomos de mercurio, es decir, cuando sus energías son menores a la primera energía de excitación del mercurio ($E_a = 4,67\text{eV}$). Cuando los electrones alcanzan esta energía ya se puede producir una colisión inelástica con algún átomo de mercurio, sin embargo primero debe encontrarse uno en su camino. Se mostró que la longitud que recorre un electrón antes de chocar es $\bar{\ell}$, por lo tanto durante esa longitud adquirirá una energía δ_1 . Por lo tanto, la energía que gana el electrón debido al voltaje de aceleración es (para una sola colisión)

$$E_1 = E_a + \delta_1. \quad (4)$$

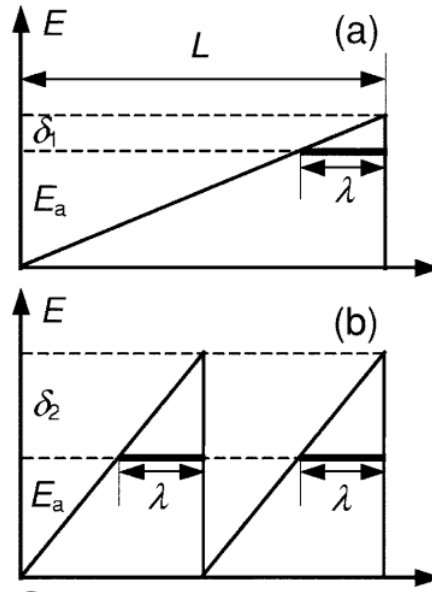


Figura 3: (a) Modelo en el que ocurre una sola colisión. Los electrones ganan una energía δ_1 que corresponde a la energía que se gana en una longitud $\lambda = \bar{\ell}$. (b) Se presenta el caso de 2 colisiones, como el potencial que acelera los electrones es mayor, el valor de δ_2 también es mayor.

Ya que se observó que a medida que el voltaje de aceleración se aumenta el electrón puede tener más de una colisión con un átomo del gas de mercurio, se podría generalizar la energía que adquiere el electrón debido al potencial de aceleración para n colisiones como

$$E_n = n(E_a + \delta_n), \quad (5)$$

en donde $\delta_n > \delta_{n-1}$ ³ y lo podemos aproximar (ya que $\bar{\ell} \ll L$ con L la longitud entre cátodo y ánodo) por la expresión

$$\delta_n = n \frac{\bar{\ell}}{L} E_a. \quad (6)$$

Lo que se puede medir experimentalmente es la diferencia entre dos de estas energías, que corresponde a la distancia entre el mínimo n y $n - 1$, explícitamente

$$\Delta E(n) = E_n - E_{n-1} = \left(1 + \frac{\bar{\ell}}{L}(2n - 1)\right) E_a. \quad (7)$$

De acuerdo a la ecuación (7) la distancia entre los mínimos aumenta con el orden del mínimo. Lea la referencia [8], justifique y entienda este planteamiento, realice los pasos intermedios.

³La energía δ_n aumentará con el voltaje de aceleración, ver Figura 3. Consulte la referencia [8] para más detalles

Montaje y Experimento

El montaje con el que se realizará el experimento consta de una estufa dentro de la cual se encuentra el tubo de Franck-Hertz y un módulo de control y medición. Para ver las especificaciones técnicas de ambos aparatos remítase a los manuales en las referencias [4, 3]. El tubo de Franck-Hertz está conectado de acuerdo al diagrama mostrado en la Fig.4. El voltaje U_H es el voltaje que se usa para la emisión termoiónica de los electrones. Luego los electrones son acelerados por el voltaje entre cátodo y ánodo correspondiente a U_1 . Finalmente, para asegurarnos que los electrones que llegan al detector tenga la energía cinética suficiente se tiene el potencial de retardo U_2 . El detector mide la corriente de electrones que llega a él y han superado la barrera U_2 , la sensibilidad de este es del orden de 50nA como máximo. La longitud entre cátodo y ánodo es mucho mayor que el camino libre medio para asegurar que se presenten las colisiones.

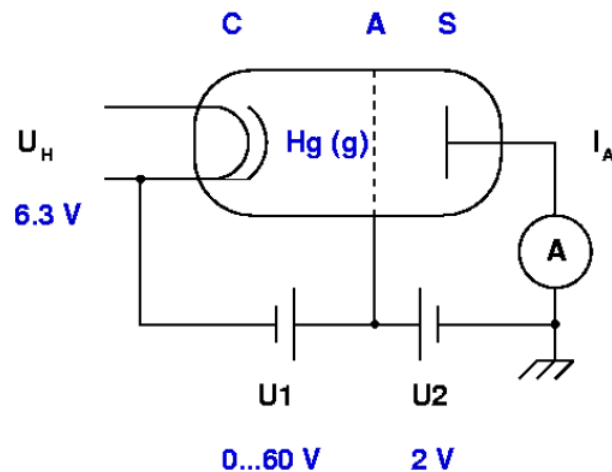


Figura 4: Esquema de conexión del tubo de Franck-Hertz. Tomada de [4]

El módulo de medición se muestra en la Fig. 5 en donde:

1. Pantalla digital donde podrá leer los valores de T, U_1, U_2, U_H, I_A
2. Selector de cantidad física que se mostrará en la pantalla
3. Selector de modo de medición
4. Interruptor que controla la temperatura de la estufa (no se usará y la temperatura se controlará directamente desde la estufa)
5. Interruptor para empezar y detener las mediciones
6. Conexión para computador
7. Salida análoga de la corriente I_A (10V==50nA)
8. Salida análoga del voltaje U_1 (10V==100V)

9. Suministro de voltajes U_1, U_2, U_H para el tubo de Frank-Hertz
10. Tierra
11. Entrada BNC para medición de corriente
12. Entrada para la termocupla
13. Perilla para ajuste de las cantidades $T_{nominal}, U_1, U_H, U_2$

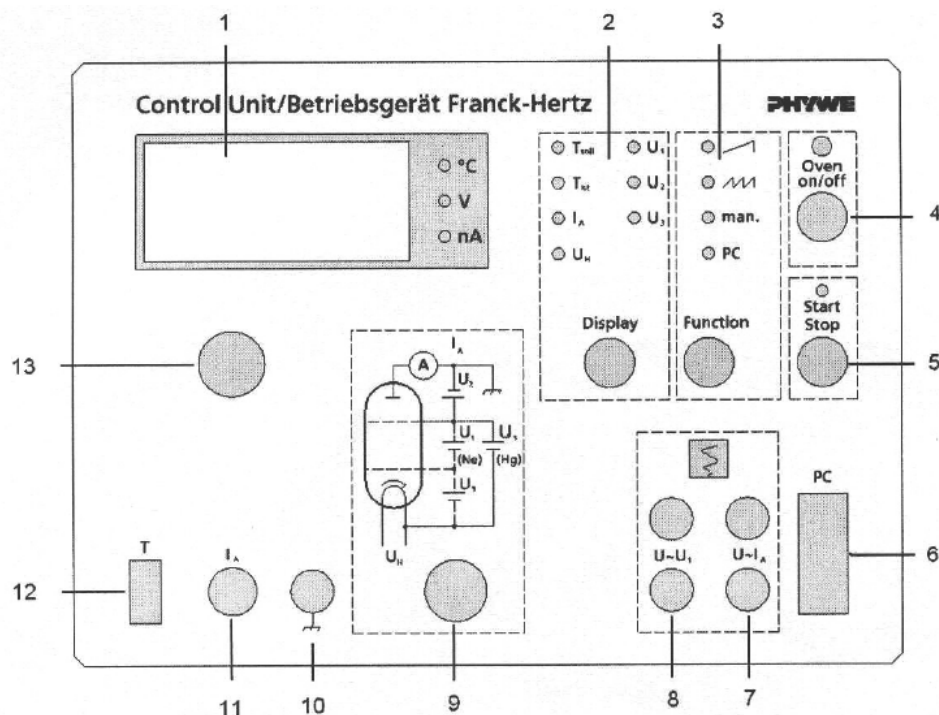


Figura 5: Módulo de control y medición para el experimento de Franck-Hertz. Tomada de [3]

El experimento se dividirá en un estudio cualitativo del patrón de corriente I_A vs U_1 , las mediciones respectivas y el análisis de datos.

Estudio Cualitativo

Para comenzar, conecte la estufa y la unidad de control usando el cable DIN correspondiente en el puerto (9) y en la estufa de acuerdo a las etiquetas que tiene cada cable. Conecte la termocupla y sáquela de su funda. Procure que al insertarla en la parte superior de la estufa el cable solo toque la manija. Conecte con el cable BNC la estufa al módulo de control (puerto 11) para medir la corriente. Conecte la estufa y la unidad de control a la fuente de voltaje y encienda ambos instrumentos. En la unidad de control configure el voltaje $U_H = 6,3V$, $U_1 = 0V$ y $U_2 = 2V$. Gire la perilla de la estufa a un valor entre 5 y 6 y monitoree la temperatura con la unidad de control.

Precaución: No deje que la temperatura de la estufa alcance un valor de más de 190°C . Puede dañar el tubo de Franck-Hertz. Gire la perilla para controlar de forma manual la temperatura.

Cuando llegue a una temperatura de 180°C aproximadamente conecte las salidas análogas de corriente y voltaje a los canales de un osciloscopio trabajando en modo XY. Asegúrese que la salida de voltaje quede en el eje X, la salida de corriente en el Y (ver Fig 5 partes 7 y 8) y que la polaridad es la correcta. Cuando llegue a la temperatura deseada, suba manualmente el voltaje U_1 a un valor cercano a 50V. Con el selector de modo de medición seleccione la forma que tiene diente de sierra y oprima el botón de iniciar medición, este modo hace mediciones de corriente para un voltaje desde 0V hasta U_1 en intervalos periódicos de tiempo, lo cual le permite observarlo en el osciloscopio. Cambiando el valor de U_1 manualmente con la perilla (13) seleccione el valor máximo de U_1 que quiere tener para esta medición. En el osciloscopio debería observar un patrón similar al ue se muestra en la Fig. 6. Note que ambas salidas del aparato las cuales se conectan al osciloscopio son de voltaje, donde la conversión se indica en los numerales (7) y (8) de la descripción de montaje.

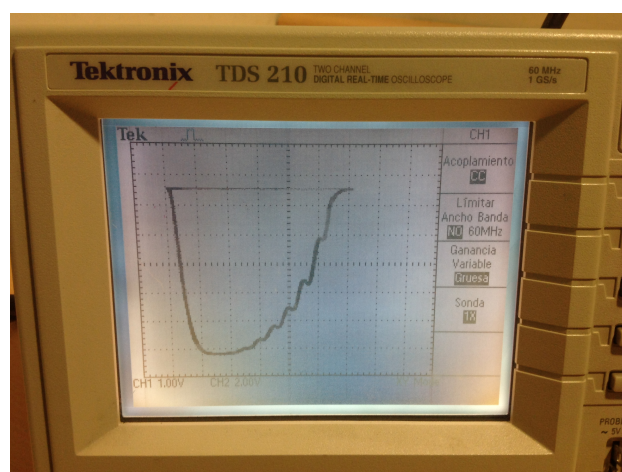


Figura 6: Gráfica en modo XY en el osciloscopio de la corriente(Y) voltaje (X)

Es posible que para temperaturas bajas $T < 160^{\circ}$, el módulo para la medición de forma automática. Esto lo hace para proteger el detector de corriente muy altas. En este caso, aumente la temperatura y vuelva a oprimir el botón iniciar medición (start) para una nueva medición.

Actividad 1

1. Con la ayuda del osciloscopio puede medir aproximadamente la distancia entre los mínimos. ¿Concuerda esta distancia con los valores esperados?
2. Mueva los cursores del osciloscopio tal que uno de los picos quede centrado en el origen y apague la estufa. Describa el comportamiento de los picos a medida que disminuye la temperatura y justifique sus observaciones. No deje que baje a más de 160°C y cuando sea necesario disminuya el voltaje máximo U_1 .

3. Describa qué sucede con la curva observada si cambia el voltaje U_2 a $1,5V$ o a $1V$ a una temperatura constante.

Precaución: Nunca supere los valores $U_1 = 60V$, $U_H = 7V$, $U_2 = 3V$, $T = 190^\circ C$.

Medición de la corriente I_A en función del voltaje U_1

Para realizar las mediciones conecte el computador con el software especializado de Franck-Hertz al módulo de control. Con la estufa prendida y la temperatura en un valor estable alrededor de $180^\circ C$ ⁴ cambie el selector de medición a la posición *PC*. Ejecute el programa *medición* en la carpeta *Franck-Hertz*. En el software seleccione *nueva medición* y ajuste los parámetros que desea controlar y medir como se muestra en la Fig. 7. Seleccione la temperatura como una variable a reportar para poder controlarla manualmente en la estufa. Cuando haya configurado las variables de control deseadas, haga clic en continuar. El programa lo dejará realizar la medición una vez la temperatura medida sea igual a aquella que usted estableció en los parámetros de control.

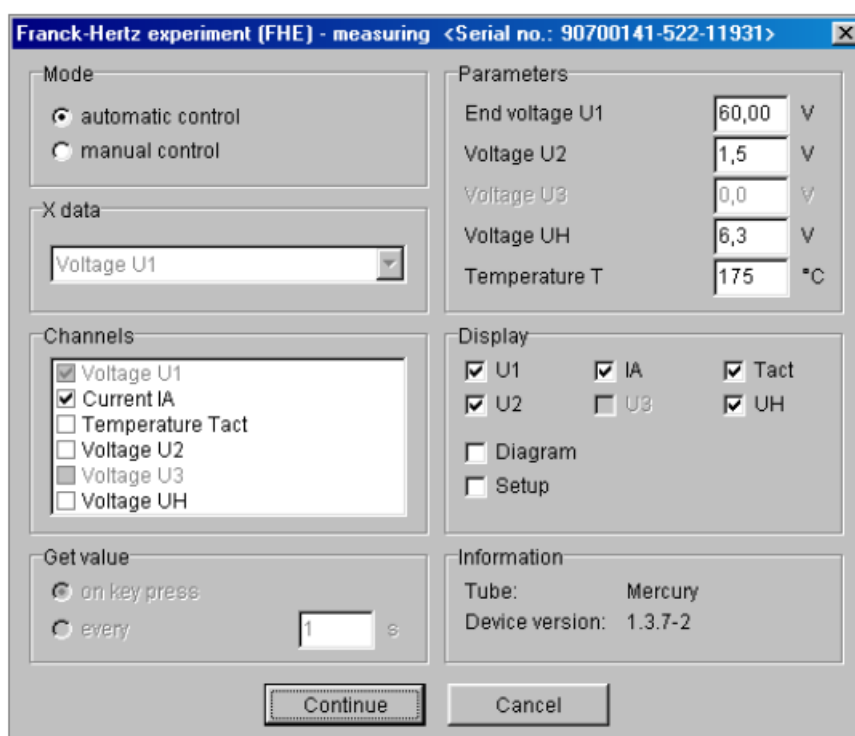


Figura 7: Selección de variables a controlar y medir en el software de Franck-Hertz.

Asegúrese que durante la medición no se presentes cambios considerables de temperatura. El resultado de la medición es una gráfica como la que se muestra en la Fig. 8.

⁴Para estabilizar la temperatura, manipule por lo menos 15 minutos la estufa (moviendo la perilla) antes de hacer cualquier medición con el software.

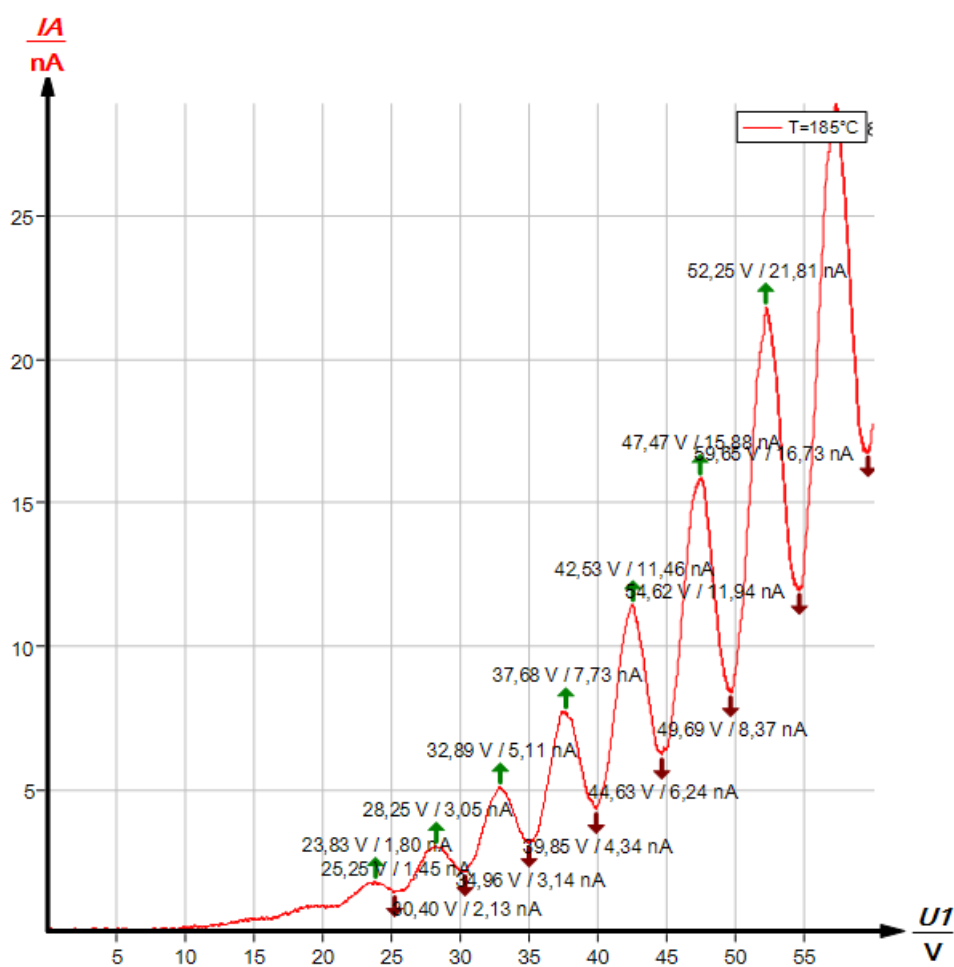


Figura 8: Selección de variables a controlar y medir en el software de Franck-Hertz.

Para obtener los máximos y mínimos puede ir al menú *Análisis* y luego *Análisis de curva*. Controlando la sensibilidad del análisis para detectar máximos y mínimos y mostrándolos en la gráfica puede obtener figuras como la Fig.8. Las figuras las puede guardar para su reporte y la serie de datos, así como la información de máximos y mínimos la puede guardar/exportar para su posterior análisis. Si quiere guardar la serie completa de datos vaya a **File** y de clic en la opción **Imprimir Datos**. El software lo puede descargar libremente para abrir las series de datos y poder realizar las gráficas pedidas para el informe.

Actividad 2

1. Tome varias series de datos con la misma temperatura, procure que las variaciones en esta sean mínimas. ¿Cómo se comparan las diferentes gráficas? ¿Cómo afectan estas pequeñas fluctuaciones en la temperatura a sus resultados? ¿Se justifica un análisis estadístico?
2. Para valores de U_H y U_2 constantes registre la corriente I_A y el voltaje U_1 para diferentes temperaturas en el intervalo 165°C-185°C.
3. Con los datos para cada temperatura calcule la distancia entre mínimos y compárela con el valor esperado de 4,67eV. ¿Cómo puede explicar las discrepancias? Ver ref [8].
4. Concentrándose en valores menores registre dónde ocurre el primer mínimo. ¿Por qué no sucede en 4,67eV? ¿Qué podría calcular sabiendo la posición del primer mínimo? (**Ayuda:** tenga en cuenta el voltaje de retardo U_2 .)
5. Para un valor de temperatura fijo cambie el valor de U_2 (entre 1V y 2V) y registre los valores medidos de I_A en función de U_1 . Haga una sola gráfica con sus resultados.
6. Para un valor de U_2 y temperatura fijos. Cambie el valor de U_H en el rango $(6,3 \pm 0,5)V$. Explique cómo cambia la curva I_A vs U_1 y sustente su respuesta en términos de la emisión termoiónica, la temperatura del cátodo y la distribución de Maxwell-Boltzmann de los electrones que de allí son emitidos. Use esta respuesta para sustentar el ancho en los valles y picos del patrón observado.
7. Con las mediciones que ya ha realizado haga una gráfica de distancia entre mínimos en función del orden del mínimo. ¿Observa este comportamiento creciente lineal? (Las diferencias son relativamente pequeñas así que procure hacer las mediciones con la mayor precisión posible). Para cada temperatura obtenga una regresión lineal (entre distancia entre mínimos y orden del mínimo) y con el valor de la pendiente calcule el camino libre medio experimental con la ecuación

$$\bar{\ell}_{exp} = \frac{L}{2E_a} \frac{d\Delta E(n)}{dn}, \quad (8)$$

comparando sus resultados con los que obtuvo en el punto 2 del Ejercicio 3).

Adicionalmente, con las regresiones que realizó, calcule el valor de E_a mediante la evaluación de $\Delta E(0,5)$, compare su valor con el valor reportado de 4.67eV. Use un valor de $L = 12\text{cm}$.

Para considerar

1. ¿En qué magnitud cree que afectan las siguientes variables en el experimento? -
 - Campo magnético terrestre o campos electromagnéticos externos.
 - La condición de vacío en el tubo de Frank-Hertz.
 - No uniformidad del campo eléctrico que acelera los electrones.
 - No uniformidad de la temperatura en la estufa
2. ¿Cómo podría (si es posible) minimizar los efectos de las variables mencionadas en el punto anterior?