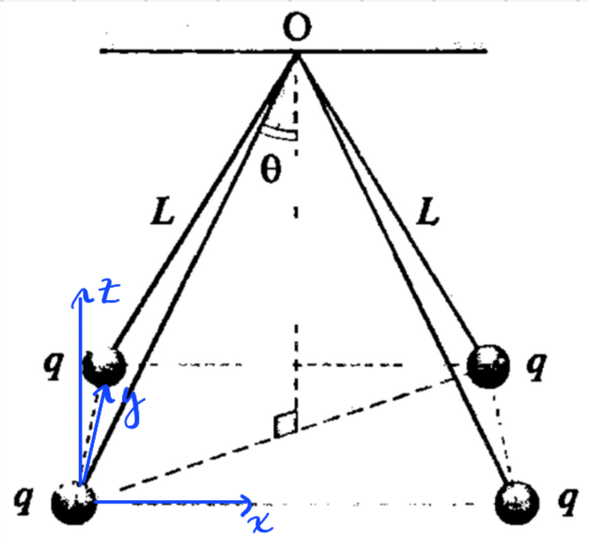
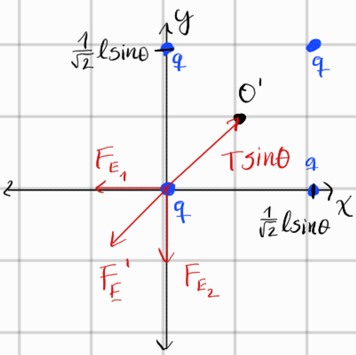
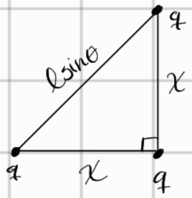
# Preparcial 3




Como es un sistema en equilibrio y las cargas y longitudes de los hilos son iguales. Entonces, la $\Sigma \vec{F}_i = 0$ para cualquiera de las cargas es la misma para todas.

Plano xy

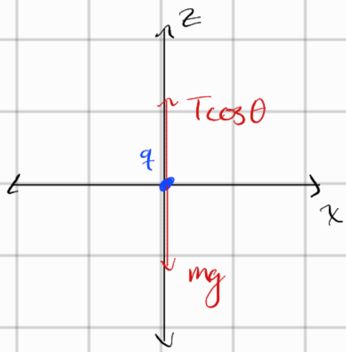



$$l^2\sin^2\theta = 2x^2$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} l\sin\theta$$

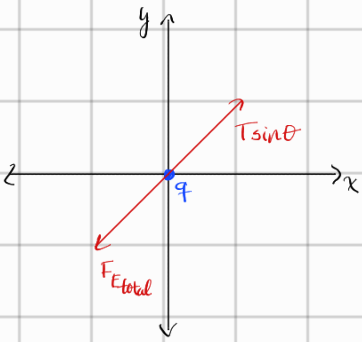
Plano xz




$$F_{E_1} = F_{E_2} = \frac{kq^2}{\frac{1}{2}l^2\sin^2\theta} = \frac{2kq^2}{l^2\sin^2\theta}$$

$$F_E' = \frac{kq^2}{l^2\sin^2\theta} = \frac{1}{2}F_{E_1}$$

|||




$$\left| F_{E_1}(-\hat{\imath}) + F_{E_1}(-\hat{\jmath}) \right| = \sqrt{2F_{E_1}^2} = \sqrt{2}F_{E_1}$$

$$T\cos\theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} \quad (2)$$

Como $\vec{F}_{E_1} + \vec{F}_{E_2}$ queda en la misma dirección que $\vec{F}_E'$, entonces sumamos sus magnitudes.

$$F_{E_{total}} = \sqrt{2}F_{E_1} + \frac{1}{2}F_{E_1} = \frac{2\sqrt{2}+1}{2}F_{E_1}$$

$$\Sigma F_i = 0 : \quad T\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}+1}{2}F_{E_1}$$

$$T = \frac{2\sqrt{2}+1}{2\sin\theta}F_{E_1} = \frac{2\sqrt{2}+1}{\cancel{2}\sin\theta}\left(\frac{\cancel{2}kq^2}{l^2\sin^2\theta}\right) = \frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{l^2\sin^3\theta} \quad (1)$$

① - ② $\quad 0 = \frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 \sin^3\theta} - \frac{mg}{\cos\theta}$

$$\frac{\sin^3\theta}{\cos\theta} = \frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}$$

$$\frac{\sin^6\theta}{\cos^2\theta} = \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2$$

$$\frac{\sin^6\theta}{(1-\sin^2\theta)} = \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2$$

$$\sin^6\theta = \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 (1-\sin^2\theta)$$

$$\sin^6\theta = \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 - \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 \sin^2\theta$$

$$\sin^6\theta + \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 \sin^2\theta - \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 = 0$$

$u = \sin\theta \to \quad u^6 + \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 u^2 - \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right) = 0, \quad \boxed{\theta = \sin^{-1}(u)}$

21. *Calculo de raíces en física:* Cuatro esferas de pesos iguales $w = 114.6\ N$ y cargas iguales $q = 3 \times 10^{-4}\ C$ se encuentran en los extremos de hilos inelásticos y aislantes de longitudes $L = 5\ m$. Los que a su vez se encuentran unidos en $\mathcal{O}$. Para la aplicación numérica use $g = 10\ m/s^2$ (Tomado de [5]).

$$u^6 + \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 u^2 - \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)kq^2}{\ell^2 mg}\right)^2 = 0$$

$$u^6 + \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)\, 9\times10^9 \cancel{N} \cancel{m^2} \cancel{C^{-2}} (3\times10^{-4} \cancel{C})^2}{(5\cancel{m})^2\ 114{,}6 \cancel{N}}\right)^2 u^2 - \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)\, 9\times10^9 \cancel{N} \cancel{m^2} \cancel{C^{-2}} (3\times10^{-4} \cancel{C})^2}{(5\cancel{m})^2\ 114{,}6 \cancel{N}}\right)^2 = 0$$

$$u^6 + \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)270}{191}\right)^2 u^2 - \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)270}{191}\right)^2 = 0$$

$u^6 + \frac{(9+4\sqrt{2})72900}{36481} u^2 - \frac{(9+4\sqrt{2})72900}{36481} = 0, \quad \boxed{u = \sin\theta,\ \theta = \sin^{-1}(u)}$

Soluciones reales

Solución paso a paso

$u \approx -0{,}838568$

$u \approx 0{,}838568$

Soluciones complejas

Forma cartesiana

Solución paso a paso

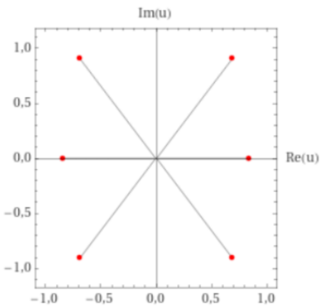
$u = -0{,}685256 - 0{,}906187\, i$

$u = -0{,}685256 + 0{,}906187\, i$

$u = 0{,}685256 - 0{,}906187\, i$

$u = 0{,}685256 + 0{,}906187\, i$

Raíces en el plano complejo




Interpretación de la entrada

$\Theta = \text{sen}^{-1}(0{,}838568)$

$\text{sen}^{-1}(x)$ es la función seno inversa

Resultado

Más dígitos

0,994649…

(resultado en radianes)

Conversión de radianes a grados

56,99°

Triángulo de referencia para el ángulo 0.9946 radianes


| | |
|---|---|
| ancho | $\cos(0{,}994649) = 0{,}544797$ |
| altura | $\text{sen}(0{,}994649) = 0{,}838568$ |

Como $0 \leq \theta \leq \pi/2$

escogemos el valor

real positivo de $u$

$\theta \approx 0{,}99 \text{ rad} \approx 57^\circ$