g) $$f(x) \approx f(x_0) + f[x_0,x_1](x-x_0) + f[x_0,x_1,x_2](x-x_0)(x-x_1)$$

$$f(x) \approx f(x_0) + f[x_0,x_1]x - f[x_0,x_1]x_0 + f[x_0,x_1,x_2]x^2 - f[x_0,x_1,x_2](x x_1) - f[x_0,x_1,x_2](x x_0) + f[x_0,x_1,x_2](x_0 x_1)$$

$$f(x) \approx \underbrace{f[x_0,x_1,x_2]}_{a}\, x^2 + \underbrace{\left(f[x_0,x_1] - (x_1+x_0)\, f[x_0,x_1,x_2]\right)}_{b} x + \underbrace{\left(f(x_0) - f[x_0,x_1]x_0 + f[x_0,x_1,x_2](x_0 x_1)\right)}_{c}$$

Parte teórica

g) Ecuación: $e^{-x} - x$

$$f(x_0, x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_2}$$

$f(0) = e^{-0} - 0 = 1$
$f(1) = e^{-1} - 1 \approx -0.63$
$f(2) = e^{-2} - 2 \approx -1.86$

$x_0 = 1$
$x_1 = 2$
$x_2 = 1.5$

Ambos menores de 0. Se toma a x_2 como el valor medio entre x_0 y x_1.

$$a = f(1, 2, 1.5) = \frac{f(2) - f(1)}{2-1} - \frac{f(1.5) - f(2)}{1.5 - 2}$$
$$= \frac{(e^{-2} - 2) - (e^{-1} - 1)}{1} - \frac{(e^{-1.5} - 1.5) - (e^{-2} - 2)}{-0.5} = -0.057$$

$$b = f(1,2) - (1+f)\ f(1,2,1.5) = \frac{(e^{-1} - 1) - (e^{-2} - 2)}{1} - 3f(1,2,1.5) = 1.404$$

$$C = f(1) - 1\ f(1,2) + 1 \cdot 2\ f(1,2,1.5)$$
$$= (e^{-1} - 1) - 1\left(\frac{(e^{-1} - 1) - (e^{-2} - 2)}{2-1}\right) + 1 \cdot 2f(1,2,1.5) = -1.979$$

i) Fórmula de Bhaskara:

$$x_3 = x_2 + \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Donde

$a = f(x_0, x_1, x_2)$
$b = f(x_0, x_1) - (x_0 + x_1)\ f(x_0, x_1, x_2)$
$C = f(x_0) - x_0 f(x_0, x_1) + (x_0 x_1)\ f(x_0, x_1, x_2)$

Se busca minimizar la longitud de la diferencia $|x_3 - x_2|$.

---

1. Si $b < 0$, esto haría a la fórmula de Bhaskara. Esta decisión disminuiría la magnitud de la fracción $\frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$. La raíz estaría "más cerca" de x_2 teniendo en cuenta la distancia absoluta.

2. Si $b \geq 0$, aquí se estaría aumentando la magnitud de la fracción. $\frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$ esta es la raíz que se encuentra más distante.

Debido a esto se toma b positivo.

Además se tiene que $b^2 >> 4ac$

Si se considera despreciable, el valor de $\sqrt{b^2 - 4ac}$ depende de b^2.