1. Установить, какие произведения матриц AB и BA определены, и найти размерности полученных матриц:

а) A — матрица 4×2, B — матрица 4×2;

AB –

BA –

б) A — матрица 2×5, B — матрица 5×3;

AB – 2x3

BA –

в) A — матрица 8×3, B — матрица 3×8;

AB – 8x8

BA – 3x3

г) A — квадратная матрица 4×4, B — квадратная матрица 4×4.

AB – 4x4

BA – 4x4

2. Найти сумму и произведение матриц A=(1 -2)и  B=(4 -1)

(3 0)  (0 5).

А + В = |1+4   -2-1| |5  -3|

  |1+0    1+5| = |1  6|

A \* B = |1\*4 + (-2)\*0    1\*0 + (-2)\*5| = |4 -10|

|3\*4 + 0\*0 3\*(-1) + 0\*5| |12 -3|

B \* A = |4\*1 + (-1)\*3 4\*3 + (-1)\*0| = |1 12|

|0\*1 + 5\*3 0\*(-2) + 5\*0| |15 0|

3. Из закономерностей сложения и умножения матриц на число можно сделать вывод, что матрицы одного размера образуют линейное пространство. Вычислить линейную комбинацию 3A−2B+4C для матриц

A=(1 7), B=(0 5),  C=(2 -4)

(3 −6) (2 −1) (1 1).

3A = (3 21)

(9 -18)

-2B = (0 -10)

(-4 2)

4C = (8 -16)

(4 4)

3A−2B+4C = (3+0+8 21+(-10)+(-16)) = (11 -5)

(9+(-4)+4 (-18)+2+4) (9 -12)

4. Дана матрица A=⎛4 1⎞

⎜5 -2⎟

⎝2 3⎠. Вычислить AAT и  ATA.

AT.= (4 5 2)

(1 -2 3)

AAT  = (4\*4 + 1\*1 4\*5 + 1\*(-2) 4\*2 + 1\*3) (17 18 11)

(5\*4 + (-2)\*1 5\*5 + (-2)\*(-2) 5\*2 + (-2)\*3) = (18 29 4)

(2\*4 + 3\*1 2\*5 + 3\*(-2) 2\*2 + 3\*3) (11 4 13)

ATA. = (4\*4 + 5\*5 + 2\*2 4\*1 + 5\*(-2) + 2\*3) = (45 0)

(1\*4 + (-2)\*5 + 3\*2 1\*1 + (-2)\*(-2) + 3\*3) (0 14)

5\*. Написать на Python функцию для перемножения двух произвольных матриц, не используя NumPy.

Вычислить определитель:

a)

∣sinx −cosx|

|cosx sinx∣

sinx\*sinx - (-cosx)\*cosx = 1

б)

∣4 2 3∣

|0 5 1∣ = 0 \* |2 3| - 0 \* |4 3| + 9 \* |4 2| = 9 \* (4\*5 – 2\*0) = 180

∣0 0 9∣; |5 1| |0 1| |0 5|

в)

∣1 2 3∣

|4 5 6∣ = 1 \* |5 6| - 2 \* |4 6| + 3 \* |4 5| = 1 \* (5\*9 – 6\*8) – 2 \* (4\*9 – 6\*7) +

∣7 8 9∣. |8 9| |7 9| |7 8|

+ 3 \* (4\*8 – 5\*7) = -3 - 6 + (-9) = -18

2. Определитель матрицы A равен 4. Найти:

а) det(A2);

б) det(AT);

в) det(2A).

3. Доказать, что матрица вырожденная.

|-2 7 -3|

| 4 -14 6| = (-2) \* |-14 6| - 7 \* |4 6| + (-3) \* |4 -14| = (-2) \* ((-14)\*13 – 6\*7) -

|-3 7 13| | 7 13| |-3 13| |-3 7|

- 7 \* (4\*13 – 6\*(-3)) + (-3) \* (4\*7 - (-14)\*(-3)) = 448 – 490 + 42 = 0

Определитель равен 0, матрица вырожденная

4. Найти ранг матрицы:

а) |1 2 3|

|1 1 1|

|2 3 4|

от 2 строки отнимаем 1 строку; от 3 строки отнимаем 1 строку, умноженную на 2

|1 2 3|

|0 -1 -2|

|0 -1 -2|

2-ую строку умножаем на -1

|1 2 3|

|0 1 2|

|0 -1 -2|

к 3 строке добавляем 2 строку

|1 2 3|

|0 1 2|

|0 0 0|

Ранг = 2

б) |0 0 2 1|

|0 0 2 2|

|0 0 4 3|

|2 3 5 6|

Поменяли местами 1-ую и 4-ую строки   
 |2 3 5 6|

|0 0 2 2|

|0 0 4 3|

 |0 0 2 1|

Умножаем вторую строку на 2 и вычитаем третью строку

|2 3 5 6|

|0 0 2 2|

|0 0 0 -1|

 |0 0 2 1|

Из второй строки вычитаем четвёртую строку

|2 3 5 6|

|0 0 2 2|

|0 0 0 -1|

 |0 0 0 1|

Из третьей строки вычитаем четвёртую строку

|2 3 5 6|

|0 0 2 2|

|0 0 0 -1|

 |0 0 0 0|

Ранг = 3