UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY FYZIKY A INFORMATIKY

**Bakalárska práca**

APLIKÁCIA ROZŠÍRENEJ REALITY NA PLATFORME MARS

Martin Slavkovský

Vedúci bakalárskej práce“ Mgr. Matej Novotný, PhD.

Bratislava 2014

Čestné vyhlásenie

Čestne prehlasujem, že som túto prácu vypracoval samostatne s použitím uvedenej literatúry a zdrojov.

V Bratislave 30.5.2014

.......................................................

*vlastnoruční podpis*

Poďakovanie

Chcel by som týmto poďakovať vedúcemu mojej bakalárskej práce Mgr. Matejovi Novotnému PhD. za cenné rady a pripomienky pri písaní tejto práce. Tiež RNDr. Martinovi Samuelčíkovi a spoločnosti VIS GRAVIS s.r.o za poskytnutie zariadenia na vývoj a otestovanie mojej práce.

Abstrakt

Cieľom bakalárskej práce bolo vyvinút použiteľńú demonštračńu aplikáciu využivajúcu platformu MARS pre zobrazovanie v dvoch kontextoch a v rozšírenej realite. MARS je proprietárna platforma vyvinutá spoločnosťou VIS GRAVIS. Systém využíva dotykový stôl pre interakciu a zobrazovanie dát v primárnom 2D kontexte a rozšírenú reality pre zobrazovanie dát v 3D sekundárnom 3D kontexte. Výsledkom práce je výuková aplikácia, ktorá vizualizuje slnečnú sústavu. 2D kontext slúžiaci na interakciu a používateľské rozhranie, 3D kontext je animovaný trojrozmerný model slnečnej sústavy reagujúci na interakciu s dvojrozmerným kontextom. Práca je realizovaná v populárnom renderovacom engine Unity.

Kľúčová slová:

Slnečná sústava, MARS, Unity, 3D model, Keplerove zákony, Rozšírená realita

Obsah

[Úvod 6](#_Toc388115102)

[1. PrehĽad v problematike 8](#_Toc388115103)

[1.1 MARS (Multi-touch Augmented Reality System) 8](#_Toc388115104)

[1.1.1 Ako to funguje? 9](#_Toc388115105)

[1.2 Unity engine 10](#_Toc388115106)

[1.2.1 Projekt 11](#_Toc388115107)

[1.2.2 Scéna 11](#_Toc388115108)

[1.2.3 Balíčky ( Packages ) 12](#_Toc388115109)

[1.2.4 Predpripravené objekty ( prefabs ) 12](#_Toc388115110)

[1.2.5 Herný objekt ( Game object) 12](#_Toc388115111)

[1.2.6 Komponenty 13](#_Toc388115112)

[1.2.7 Assety 13](#_Toc388115113)

[1.2.8 Skripty 13](#_Toc388115114)

[1.3 Podobné riešenia 13](#_Toc388115115)

[1.3.1 TMAR - Extension of a Tabletop Interface using Mobile Augmented Reality 14](#_Toc388115116)

[1.3.2 PapARt: interactive 3D graphics and multi-touch augmented paper for artistic creation. 14](#_Toc388115117)

[1.3.3 Augmented Reality Solar System 15](#_Toc388115118)

[1.3.4 Solar Systen Scope 15](#_Toc388115119)

[1.4 BBB bbb **Error! Bookmark not defined.**](#_Toc388115120)

[Závěr 16](#_Toc388115121)

[Seznam použité literatury 19](#_Toc388115122)

[Seznam příloh 20](#_Toc388115123)

Úvod

V súčasnosti ako aj posledných desať rokov speje svet technológii k čoraz menším a šikovnejším prístrojom. Snažíme sa urobiť naše počítače čo najmenšie a čo najrýchlejšie. S rozvojom týchto technológií prišla firma Apple s dotykovým telefónom, ktorý prevalcoval všetky vtedajšie konkurenčné produkty podobnéhot typu. S príchodom iPhonu a neskôr iPadu nastal tzv. „boom” s dotykovými zariadeniami. Neskôr sa pridal Google so svojím Androidom.

S Androidom a iPhonom prišlo tísice aplikácii pre bežných používateľôv. Jeden z hlavných cieľov pre vývojára je prehľadné a intuitívne používateľské rozhranie. To znamená, aby človek, ktorý si aplikáciu stiahol vedel bez rôznych návodov a lúštenia program použit na to, na čo bol určený. A tu sa dostávame k rozšírenej realite.

Rozšírená realita ( niekedy tiež augmentovaná realita) je označenie používané pre reálny obraz sveta doplnený digitálne vytvorenými objektami. Táto technológia ulahčuje človeku spojiť si reálny a virtuálny svet, a tým aj rýchlejšie pochopiť na čo je aplikácia určená. Človek sa preto snaží stále viac a viac doplnit si prirodzené videnie sveta o dodatočné informácie uložené v našich digitálnych zariadeniach. Táto technológia može mať veľmi prospešné využitie v mnohých oblastiach nášho života. Lekári, záchranári alebo hasiči by si v budúcnosti mohli pomáhať so zariadeniami s rozšírenou realitou pri vykonávaní verejnej služby. V neposlednom rade by táto rozšírená realita mala veľke vo výučbe. Zoberme si príklad, keď sa deti učia na základnej škole o slnečnej sústave. Keď ukážeme dieťaťu planéty v trojrozmernom priestore( resp. ilúziu 3D hologramu) , s ktorou môže interagovať, je oveľa pravdepodobnejšie, že si z hodiny astronómie tento školák niečo zapamätá.

***Dôvod***

Jeden z dôvodov, prečo som si vybral vizualizáciu slnečnej sústavy na platforme MARS ako bakalársku prácu je môj záujem o astronómiu. Ďalej by som spomenul záujem o nové technológie a obavu o slovenské školstvo. Keď sa zamyslím nad tým, akým spôsobom je u nás vyučovaná fyzika, matematika ale aj ostatné predmety na základných školách, cítim potrebu aspoň trochu prispieť k zlepšeniu súčasného stavu. Súčasný stav memorovania suchých informácii spôsobuje to, že sa Slovenská republika rok čo rok prepadá v rebríčku kvality školstva. Preto je mojho názoru podľa aplikácia rozšírenej reality dobrou demonštráciou toho, akým spôsobom by sa naše vzdelávanie mohlo respektíve malo uberať ďalej.

***Cieľ práce***

Cieľom práce je oboznámiť sa s platformou MARS(multi-touch augmented reality system) a vytvoriť demonštračnú aplikáciou pre toto zariadenie. Aplikácia bude obsahovať trojrozmernú interaktívnu vizualizáciu slnečnej sústavy a výsledný program by mal byť ukážkou toho ako sa MARS a Unity renderovaci engine dá použiť pri interaktívne výučbe na základných a stredných školách. Aplikácia bude obsahovať všetky planéty a veľke mesiace slnečnej sústavy, ktoré sa budú pohybovať po svojich dráhach podľa platných ( ale zjednodušených ) fyzikálnych zákonov. Dôraz je kladený na intuitívnosť použivateľského rozhrania a na graficku stránku. Tiež môže byť využitá ako šablóna pre iných študentov prípadne vývojárov, ktorí by chceli niečo podobné vytvoriť buď v Unity samotnom alebo v kombinácii Unity a MARSu.

***Obsah práce***

V prvej časti práce vysvetlím a čo je a ako funguje platforma MARS. Tiež sa budem venovať podobným už existujúcim riešeniam so sytémom rozšírenej reality. Takisto si priblížime Unity enginerenderovací engine, jeho základné pojmy, funkcie a vývojové prostredie.

TODO:

# PrehĽad v problematike

V tejto kapitole si priblížime problematiku aplikácii rozšírenej reality. Rozšírena reality ( po anglicky augmented reality ) je označenie používané pre reálny obraz sveta doplnený počítačom. Inak povedané ide o zobrazenie skutočného sveta a následné pridanie digitálnych prvkov. Napríklad sa može jednať o navigáciu do auta, ktorá by snímala ulice, budovy, cesty a pridávala by k nim názvy respektíve iné informácie. Priblížim platformu MARS, ktorú vyvinula spoločnosť VIS GRAVIS a na ktorej je moja práca postavená. Tiež si priblížime enginy podobného type a uvediem príklady podobných existujúcich riešení MARSu. Kedže na vývoj demonštračnej aplikácie som použil renderovací engine Unity, budem sa mu v tejto kapitole venovať. Tiež sa budem venovať podobným edukatívnym aplikáciam, ktoré vizualijú slnečnú sústavu.

## MARS (Multi-touch Augmented Reality System)

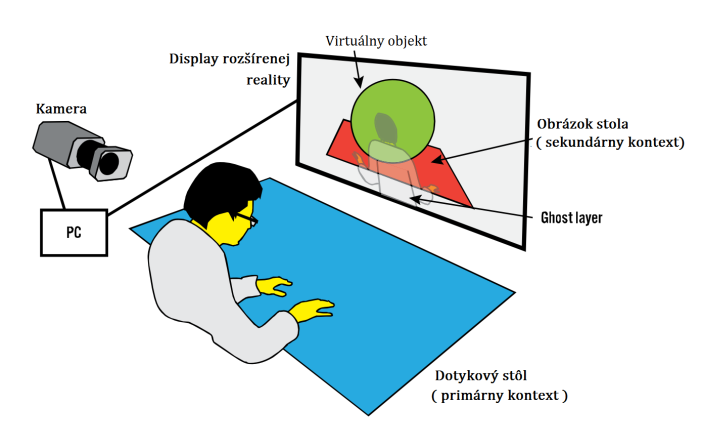
MARS je dotykový systém rozšírenej reality vytvorený spoločnosťou VIS GRAVIS. Bol vytvorený primárne pre edukačné účely a môže byť použitý ako doplnok vo výučbe dejepisu, geografie, fyziky a ďalších predmetov. Prvá demonštračná aplikácia bola určené ako potenciálny doplnok pre výučbu histórie. ( Obrázok 2.)

Systém MARS pozostáva z dvoch monitorov a kamery ako je možné vidieť na *Obrázku 1*. Na oboch monitoroch sa zobrazuje tá istá scéna. (napr. Mapa Bratislavy), kde primárnym kontextom je dotykový stôl. (Monitor č.1) Tento stôl slúži zároveň ako zariadenia na interakciu so systémom. Všetky zmeny scény ako je posunutie, rotácia , škálovanie sú uskutočňované pomocou dotykových giest. Scéna je v primárnom kontexte projektovaná ortogonálne a všetky interakcie s MARSom sú uskutočnované prostredníctvom tohto dotykového stola, teda primárneho kontextu. Sekundárnym kontextom je druhý monitor. (Monitor č.2) V tomto prípade je už scéna projektovaná perspektívne a spája virtuálne objektu (planéty , 3D model budy) s obrazom z kamery respektíve z reálneho sveta. Ako môžeme vidiet na *Obrázku 2* vytvára sa nám ilúzia ako keby objekt vystupoval zo stola , inak povedané vytvárame ilúzia hologramu.

### Ako to funguje?

Platforma MARS je vyvinutá v renderovacom engine UNITY. Celá aplikácia je natiahnutá na dva monitory. Ak má jeden monitor rozlíšenie 1920x1080 naša aplikácia bude mať rozlíšenie 3840x1080. V scéne sa nachádzajú dve virtuálne kamery, pričom obe snímaju tú istú scénu a tie isté objekty. Ak pohnem s objektom v rámci prvej kamery, ten istý pohyb objektu zaznamenám aj v rámci druhej kamery. Scéna je akokeby rozdelená na dve časti, ale v skutočnosti je to tá istá scéna a tie isté objekty, ktoré sú duplicitne projektované s inými parametrami a vrstvami do obidvoch monitorov. Prvá kamera projektuje scénu na dotykový stôl ortogonálne a zobrazovanie istej časti objektov môže byť úplne vypnuté pre túto kameru. To už záleží od aplikácie a od toho akú ilúzie chceme vytvoriť. Ako príklad môžeme vidieť na *Obrázku 2* model Dómu svätého Martina, ktorý na primárnom kontexte rederovaný nie je. Obraz druhej virtuálnej kamery je zobrazovaný na monitore č.2. Tento monitor zobrazuje virtuálne objekty ( planéty , budovy ) spôsobom , že používateľovi sa zdá ako keby vystupovali zo stola pričom reálna kamera sníma dotykový stôl spolu s človekom a premieta tento obraz na druhý monitor. Obraz z kamery prekrývajú virtuálne objekty a ďalšia vrstva, ktorá predstavuje stôl. Na obrázku ju môžeme vidieť označenú červenou farbou. Jedná sa o otextúrovaný obdlžník alebo rovinu prekrývajúcu obraz z kamery.

Pri spustení aplikácie , ktorá funguje na platforme MARS je dôležité dostať druhú virtuálnu kameru ( kamera monitora č 2.) do pozície, ktorá korešponduje s reálnym postavením kamery voči dotykovému stolu. Na to nám slúži kalibrácia. MARS má podporu manuálnej a automatickej kalibrácie. Červenú rovinu sa snažíme dostať do pozície, ktorá bude prekrývať obraz stola s obrazom z kamery. Keď si predstavíme, že sme vypli zobrazovanie červenej roviny na *Obrázku 1*, videli by sme obraz stola nasnímaný kamerou. Kalibrácia kamery nám však zabezpečí, že stôl je dokonale prekrytý červenou rovinou.



Obrázok 1 - Náčrt systému MARS

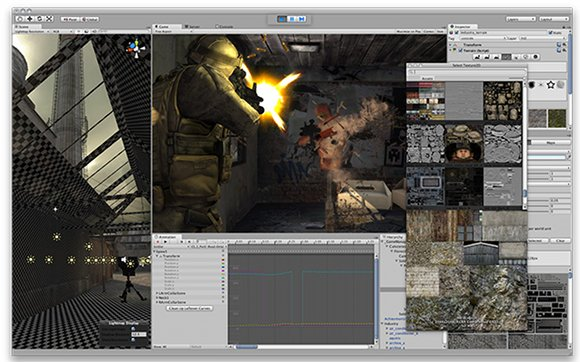


*Obrázok 2 - MARS , mapa Bratislavy*

## Unity engine

Unity je komplexný renderovaći herný engine vyvinutý spoločnosťou *Unity Technologies.*  Zvyčajne je používaný na výrobu hier pre webove prehliadače, stolové počítače, konzoly a mobilné zariadenia. Pôvodne to bolo prostredie na vytváranie hier na OS X, ale postupne prešiel k iným platformám ako Windows, Linux, Android atď. Výhodou Unity je jeho jednoduchosť a intuitívnosť. Obsahuje kompletnú sadu nástrojov na vytváranie plnohodnotnej trojrozmernej hry. Aj keď Unity mierne zaostáva za svojimi enginami ako sú *Cry Engine*, *Source*, *Unreal Engine,* jehovýhodou oproti konkurentom je otvorenosť a dostupnosť. Unity je dostupné v dvoch verziách. Unity Free je voľne dostupná pre každého a na jej stiahnutie sa stačí vývojarovi zaregistrovať na webstránke. Profesionálnejšia verzia pre tvorbu komerčných aplikácii je Unity Pro. Tento balík obsahuje pokročilejšie funkcie tieňovania, postprocessingu (HDR, Bloom), debugovacích nástrojov a mnoho ďalších. Cena Pro verzie je okolo 1500 dolárov.

V nasledujúcej časti si priblížime niektoré komponenty Unity enginu, kedže ich použitie bolo kľúčove pri tvorbe mojej práce.



Obrázok Ukážka unity enginu

### Projekt

Zjednodušene je projekt adresárová štruktúra, ktorú si Unity dokáźe spracovať podľa určitých pravidiel. V zásade sa jeden projekt rovná jednej hre respektíve aplikácii. Zvuky, textúry, trojrozmerné modely, *assety*, *scény*, *skripty* a v zásade všetko čo potrebujeme na vytvorenie hry obaľuje projekt. Projekt môžeme tiež definovať aj ako adresárovú štruktúru, ktorej hierarichia v rámci Unity sa rovná štruktúre v rámci systému. Ak vymažeme nejaký súbor v Unity Editore tento súbor sa tiež vymaže zo systému a to isté platí aj naopak. Dôležitou súčasťou projektu sú projektové subory k skriptom. V prípade C# to bude .sln súbor s projektovým súborom k Visual Studiu. Netreba si však zamienať tieto dva pojmy, pretože Visual Studio projekt bude v tomto prípade len súčasťou Unity projektu.

### Scéna

Je trojdimenzionálny priestor obsahujúci všetky *Herné Objekt*. Jedným slovným spojením môžno scénu charakterizovať ako úroveň hry. ( level po anglicky) Scénu možno použit na vytvorenie hlavného menu hry, jednotlivých úrovní hry alebo čokoľvek iného čo potrebujeme pre našu aplikáciu.Dôvod prečo scéna nie je nazývaná úrovňou ako je to zvykom v hrách je ten, že jedna scéna môže byť zdielaná viacerými úrovňami. Napríklad hlavné menu bude zdielané všetkými úrovňami aplikácie. V rámci adresárovej štruktúry je scéna súbor s príponou .*unity*.

### Balíčky ( Packages )

Balíčky sú komprimované súbory obsahujúce modely, textúry, zvuky, skripty atď. Môžeme si pod tým predstaviť zip alebo rar súbor, ktorý je špeciálne určený pre Unity. Hlavná výhoda balíčkov je tá, že umožňujú zabaliť všetky *assety* do jedného súboru kompatibilného s Unity editorom, ktorý môžeme jednoducho importovať do iného projektu.

### Predpripravené objekty ( prefabs )

Je to kontajner, ktorý umoźnuje zoskupovať *assety* a ich nastavenia do templatu, ktorý môžeme neskôr použiť na vytvorenie inštancií viacerých objektov tej istej skupiny *assetov*. Predpripravené objekty môžeme vytvárať dvoma hlavnými spôsobmi. Ako dizajnér budeme vyrába v rámci scény viaceré kópie toho istého predpripraveného objektu a to tak, že si jednoducho naklikáme čo potrebujeme. Druhý spôsob je cez skripty. Ako príklad si môžeme predstaviť planétu v slnečnej sústave. Tento objekt by mal obsahovať otextúrovaný model gule a skript, ktorý zabezpečuje aby sa nám planéta točila okolo vlastnej osi a okolo Slnka. Aby sme si zakaždým nemuseli vytvárať nový model gule a nastavovať mu tieto parametre, uložíme si prvú planétu do predpripraveného objektu ( prefab), ktorý budeme neskôr len kopírovať.

### Herný objekt ( Game object)

V podstate všetko čo sa nachádza v scéne alebo hre môžeme nazvať herným objektom. Herný objekt môže byť prázdny alebo to môže byť model, textúra , svetlo v zásade čokoľvek. Je to transformovatelný bod v priestore, ktorý môžeme posúvať , rotovať, škálovať. *GameObject* má svoje meno a môže byť súčasťou hierarchie objektov. To znamená , že môźe byť potomkom alebo rodičom iného herného objektu.

### Komponenty

Komponent je zoskupenie parametrov a funkcionality, ktoré definuje *herný objekt.* Každý objekt sa môže skladaťz viacerých kompontentov, ktoré definujú jeho vlastnosti. Keď si zoberieme ako príklad herný objekt, ktorý predstavuje planétu slnečnej sústavy, tento herný objekt obsahuje textúru, shader, model, nejaký mesh poprípade skript alebo čokoľvek iné. Všetko tieto veci sú samostatné komponenty herného objektu. Ako ďalši príklad si môžeme uviesť bodové svetlo v Unity. Je to prázdny objekt obsahujúci komponent svetla.

### Assety

Je to aspekt unity aplikácie, ktorý bude referenciou v rámci *komponentu* alebo na další *asset*. Textúry, modely , zvuky sa radia medzi externé assety pričom materiály, shadery, prefaby sú internými assetami. Firma Unity Technologies poskytuje v rámci Unity editora, ale aj na webe databázu assetov nazvanú *Asset Store.*

### Skripty

Skripty sú dôležitou súčasťou Unity, pretože na vytvorenie plnohodnotnej interaktívnej 3D aplikácie potrebujeme definovať jej správanie. Práve na to slúžia skripty. Unity má podporu viacerých programovacích jazykov. Skripty môźu byť písané v *C#,* *JavaScripte* alebo *Boo*. Spolu s Unity editorom je možné nainštalovať program MonoDevelop, ktorý je plnohodnotným vývojovým prostredím pre C# s debuggerom nakonfigurovaným pre potreby Unity. Pre porovnanie, integrácia Visual Studia s Unity je zdĺhavý proces s pochybnými výsledkami.

Skripty v mojej práci sú napísané v C# a ako IDE som použil MonoDevelop.

## Podobné riešenia

V nasledujúcej kapitole priblížim niekoľko projektov, ktoré pracujú s rozšírenou realitou. Tiež si spomenieme edukačnú aplikáciu vizualizácie slnečnej sústavy , ktorou som sa v mnohom inšpiroval.

### TMAR - Extension of a Tabletop Interface using Mobile Augmented Reality

TMAR je systém rozšírenej reality podobný MARSu vyvinutý Canterburskou univerzitou na Novom Zélande pozostávajúci z dvoch rozhraní : zo špeciálneho zariadenia slúžiaceho na interakciu, ktoré autori nazývajú ARTable. ARTable sa skladá z priesvitného dotykového framu, pod ktorým sa nachádza projektor a kamera slúžiace na priemietanie scéný na stôl alebo plátno. Interakcia s ARTable je možná podobne ako pri MARSe pomocou dotykového stola alebo pomocou reálnych objektov, ktoré sú položené na tomto stole. Tieto objekty majú tvar štvorca a sníma ich kamera nachádzajúca sa pod plátnom projektora. Druhé rozhranie je mobilné zariadenia, ktoré umožňuje paralelnú interakciu so systémom. Na *Obrázku* 4 môžeme vidieť ako systém TMAR vyzerá v reálnom nasadení demonštračnej aplikácie s návrhom developerského projektu. Ako môžeme vidieť na stole sú malé štvorčeky, ktoré sú detekované kamerou a neskôr nahradené digitálnym obsahom ( v tomto prípade budovou ). Keď štvorec posunieme na stole, zrotujeme ho alebo úplne odstránime, to isté sa stane s virtuálnym objektom na mobilnom zariadení.



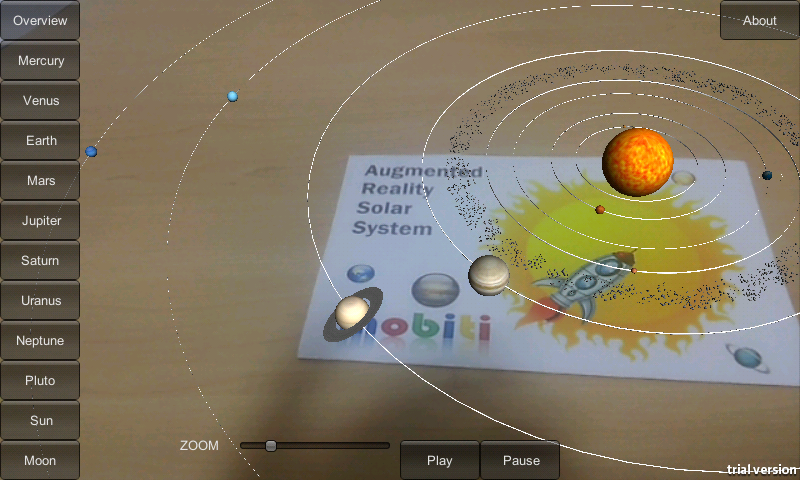
Obrázok - TMAR systém

### PapARt: interactive 3D graphics and multi-touch augmented paper for artistic creation.

Systém rozšírenej reality, ktorý umožňuje presnú projekciu scény do špeciálneho papierého hárka. Projekcia je vykonávaná projektorom, na ktorom je pripevnená kamera snímajúca papier. Projektor je umiestnený nad hárkom papiera. Dotyková interakcia je vykonávaná pomocou Kinectu, ktorý sa nachádza naľavo alebo napravo od projektora. Zorné pole kamery je obmedzené, preto tento priestor autori nazývajú *display space.*  Interakcia so systémom prebieha dotykovými gestami, ale aj zmenou reálnej pozície alebo natočenia papierového hárka.

### Augmented Reality Solar System

Androidová vizualizácia slnečnej sústavy veľmi podobná mojej práci. Edukačná aplikácia postavená na *Unity Engine* v tomto prípade používa ako vstup z reálneho sveta kameru a trackovací obrázok. Kamera sa snaží nájsť o nasnímanom obraze tvar Slnka z konkrétneho trackovacieho obrázka. Ak sa tento tvar nájde slnečná sústava je centrovaná do špecifického bodu tohto obrázka. Interakcia prebieha pomocou mobilného telefónu a pri pohybe telefónu okolo papiera máme pocit ako by sme v priestore pozorovali hologram slnečnej sústavy. Tá je v tomto prípade ozaj len vizualizáciou, pretože sa planéty hýbu lineárne a po kružniciach . V aplikácii sa tiež nedá centrovať pozícia na vesmírne objekty.



Obrázok - Môžeme vidiet obrázok s detskou kresbou slnka

### Solar Systen Scope

Nejedná sa o systém rozširenej reality, ale je to edukačná aplikácia vizualizujúca Slnečná sústavu a je naprogramovaná vo flashi. Zároveň je aj pomerne presnou fyzikálnou simuláciou. Aplikáciu je možné spustiť aj v prehliadači alebo ako flash program na počítači. Obsahuje všetky planéty, pás asteroidov, všetky významnejšie mesiace a planétky, kómety, veľké asteroidy atď, ktor. Planéty a kométy sa hýbu podľa platných fyzikálnych zákonov. Orbitálne dráhy planét sú naklonené a postupom času sa mení aj *excentricita* orbitálnych dráh ako aj ich natočenie vzhľadom na Slnko. Interakcia prebieha pomocou myši. Použivateľ môže čas zrýchliť, nastaviť konkrétny dátum, nastaviť realistické veľkosťi a orbity planét. V mnohom som sa toutou aplikáciou inšpiroval, aj keď som nešiel do takých detailov, čo sa týka fyzikálnej časti mojej práce.

# Fyzika

Kedže moja práca je súčasne aj simuláciou pohybu vesmírnych telies v rámci slnečnej sústavy, v tejto kapitole si priblížime niektoré fyzikálne zákony, ktoré som potreboval na implementáciu. Konkrétne sa jedná a tri keplerove zákony, ktoré definujú pohyb planéty okolo slnka resp. pohyb okolo materského telesa. Kedže témou mojej práce nebola fyzikálna simulácia Slnečnej sústave, nejdem do takej hĺbky ako *System Solar Score.* Preto som v aplikácii nepoužil Newtonove zákony, ktoré sú potrebné na presnú simuláciu, ale obmedzil som sa len na Keplerove. Planéty v mojej práci teda nebudú meniť napríklad excentricitu svojej orbitálnej dráhy a tiež sa nebudú gravitačne ovplyvňovať. Na vzdialenejšie planéty ako Neptún a Urán tiež nebude aplikovaný Tretí Keplerov zákon.

## Keplerove zákony

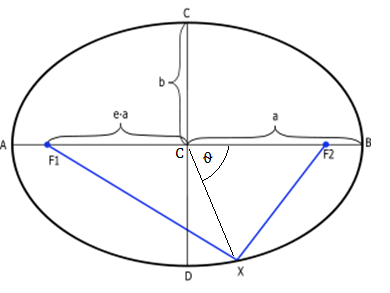
Johannes Kepler bol významný nemecký matematik, astrológ a astronóm. Bol jednou z kľúčových postáv vedeckej revolúcie v 17. storočí. Najznámejší bol kvôli svojim prácam *Astronomia nova, Harmonices Mundi* a *Epitome astronomiae Copernicanaea* práve v diele *Astronomia nova* Kepler opísal pohyb nebeských telies pomocou troch zákonov.

### Prvý Keplerov zákon

*„Planéty obiehajú okolo Slnka po ekliptických dráhach, pričom Slnko je v jednom z ich spoločných ohnísk.“*

Na *Obrázku 6.* môžeme vidieť elipsu, kde Slnko sa bude nachádzať v bode F1 a planéta v bode X. Planéta sa bude pohybovať po ekliptickej dráhe podľa stredovej rovnice elipsy v rovine.

Kde *a* je veľkosť hlavnej polosi elipsy a b je veľkosť vedľajšej polosi.



Obrázok – Elipsa

Elipsu je tiež určená parametrickou rovnicou

**⍬** je v tomto prípade uhol medzi hlavnou polosou vektorom **.**

Kedže táto rovnica nám určuje len pozíciu planéty ( bod **X** na *Obrázku 6* ) v rovine , musíme rovnicu rozšíriť aj na tretí priestor. To znamená, že musíme bod (**,** ) vypočítaný parametrickou rovnicou pretansformovať do roviny ***ρ*** v priestore, ktorá je určená dvoma normalizovanými smerovými vektormi **,** .

Bod ***p*** z kartezíanskej sústavy transformujeme do bodu v priestore**nasledovne.**

Teda finálna rovnica elipsy v priestore, ktorá leží na rovine ***ρ* bude**

Excentricita ***e***dráhy alebo výustrednosť vyjadruje kruhovosť respektíve nekruhovosť dráhy. Tiež určuje vzdialenosť medzi ohniskami ako ja pomer medzi hlavnou a vedľajšou polosou. Keď je ***e*** rovné nula tak sa orbitálna dráha rovná kružnici. Pre **0 < e < 1** sa planéta pohybuje po ekliptickej dráhe. Pre **e > 1** bude dráha hyperbolická.

Excentricitu môžeme formálne vyjadriť ako pre ekliptickú dráhu ako

Keď poznáme excentriciu, môžeme vypočítať pozíciu vzdialenosť ohnísk od stredu elipsy.

Transformácia do trojrozmerného priestoru je v tomto prípade veľmi jednoduchá. Stačí vynásobiť vektor vektor týmito veľkosťami, kde je jednotkový vektor hlavnej polosi. Teda body F1 a F2 v priestore budú :

#### Apsida

Je bod dráhy kozmického telesa ( v našom prípade planéty ), v ktorom sa nachádza najbližšie alebo najďalej od centrálneho telesa napríklad od Slnka. Najvzdialenejší bod od centrálneho telesa sa nazýva ***apoapsida*** alebo ***apofokus*.** Naopak najbližší bod k centrálnemu telesu sa volá ***periapsida*** alebo ***perifokus.***

Ak poznáme excentricitu dráhy a veľkosť hlavnej polosi ***periapsidu*** môžeme vypočítať ako

*a*

A ***apoapsidu***

*a*

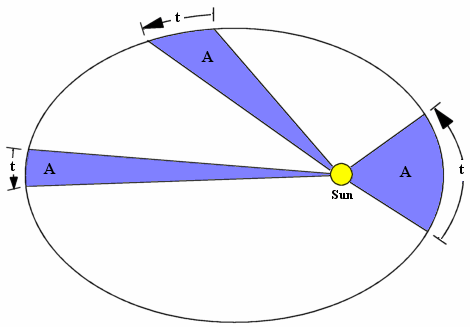
V mojej  implementácie majú telesá svoju začiatočnú práve v ***apoapside.*** Vstupné údaje pre orbitálnu dráhu sú v tomto prípade excentricita ***e*** a vzdialenosť centrálneho telesa od ***apoapsidu .*** Preto je potrebné vedieť vypočítať dĺžku hlavnej polosi a vedľajšej polosi z týchto dvoch údajov.

Nasledovná formula nám ukazuje ako

### Druhý Keplerov zákon

*„Sprievodič ( spojnica Slnka a planéty ) opíše za rovnaký čas rovnakú plochu.“*

Priamym dôsledkom tohoto zákona je zmena uhlovej rýchlosti resp. velkosti vektora rychlosti v závislosti vzdialenosti planéty od centrálneho telesa. Ako môžeme vidieť na *Obrázku 7* planéta opíše sa ten istý čas tú istú modro vyfarbenú plochu teda obsah všetkých troch plôch je ten istý. Čím je planéta bližšie k centrálnemu telesu , tým väčší uhol musí opísať, aby prešla za čas ***t*** *obsah* ***A.*** Najvyšiu orbitálnu rýchlosť dosiahne planéta v ***periapside*** , najnižšiu zase v ***apoapside.***



Obrázok - Modré plochy sú opísané za rovnaký času

Druhý keplerov zákon je možné implementovať dvoma spôsobmi.

1) Vypočítame si začiatočnú rýchlosť v *apoapside.* Tú môžeme dostať nasledovným spôsobom. je gravitačný parameter centrálneho telesa.

Z minimálnej rýchlosti si vypočítame konštatný obsah A, o ktorým sa budeme posúvať po elipse.

Nasledujúcim spôsobom potom dostaneme rýchlosť planéty v bode X

Kde ***r*** je spojnica medzi bodom **X** a centrálnym telesom**. φ** vypočítame uhol medzi ***r*** a dotyčnicou v bode **X** , ktorá je určuje smer vektora rýchlosti. Túto dotyčnicu vypočítame pomocou derivácie parametrickej rovnice elipsy. Z vektora rýchlosti v bode X vypočítame jeho uhlovú rýchlosť takto

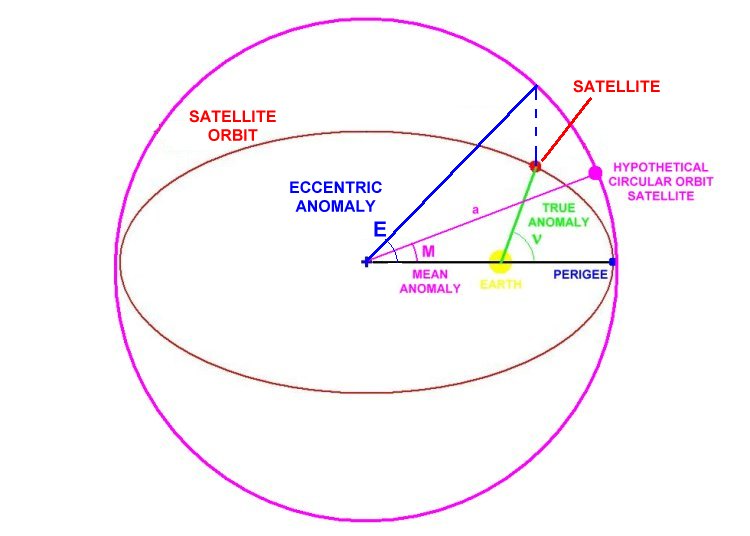
V každom kroku algoritmu pričítame k súčasnému celkovému uhlu jeho uhlovú rýchlosť . nám vypočíta bod ***X*** v podľa parametrickej rovnice elipsy. Uhol je v prvom kroku rovný nule. Spočiatku som sa snažil pohyb planét naimplementovať touto metódou, ale pretože nie je možné pomocou tohoto spôsobu určit presnú polohu planéty v ľubovoľnom čase *t,* rozhodol vo finálnej verzii algoritmu použit Keplerovu rovnicu.

#### Keplerova rovnica

Pre určenie polohy telesa na ekliptickej dráhe si môžeme pomôcť opísanou kružnicou, ktorá ma ten istý polomer ako hlavná polos našej elipsy a oba útvary zdieláju ten istý stred. Na pomocnej kruhovej dráhe sa pohybuje pomocné teleso rovnomerným pohybom čo znamená, že môžeme ľahko vypočítať jeho polohu v akomkoľvek okamžiku. Uhol medzi hlavnou polosou a telesom sa nazýva ***stredná anomália M.*** (ma *obrázku 8* označené ako Mean anomally ). Keplerova rovnica má potom tvar.

*)x*

Kde ***E*** je excentrická anomália, ktorú na *obrázku 8* môžeme vidieť znázornenú modrou farbou a je v tomto prípade excentricita. Kedže stredná anomália sa mení rovnomerne, udáva nám akú časť z periódy prešla planéta okolo Slnka. Z toho vyplýva, že tento údaj vieme veľmi jednoducho prepojiť s časom. Napríklad ak ma obiehajúce teleso strednú anomáliu 90° vieme, že teleso sa nachádza v ¼ svojej periódy.



Obrázok - Náčrt Keplerovej rovnice

Našou úlohou bude potom pomocou tejto rovnice nájsť *excetrickú anomáliu* pre dané ***M***. Na výpočet musíme použit Newtonovu iteračnú metódu, pretože ide o transcendetnú rovnicu a tú nie je možné ju vyriešiť algebraicky. Nasledujúci algoritmus ukazuje ako môžeme vypočítať ***E***. Vstupným parametrom bude presnosť.

Ak rozdiel a je väčší ako zadaná presnosť tak pokračujeme v iterovaní, ak je rozdiel menší bude výsledok rovný poslednému .

Po vypočítaní excentricke anomálie musíme ešte získať polohu obiehajúceho telesa. Priamka vedená zo stredu elipsy a odchýlená o ***E*** pretne dráhu pomocnej kružnice v uřčitom bode, z ktorého urobíme kolmý priemet na hlavnú polos. Naša výsledná pozícia v karteziánskej sústave bude

Do roviny v priestore transforumuje tým istým spôsobom ako iný bod a teda výsledná Keplerova rovnica bude vyzerať takto

### Tretí keplerov zákon

*„Pomer druhe mocniny obežnej dopy planéty a tretej mocniny jej strednej vzdialenosti od Slnka má pre všetky planéty rovnakú hodnotu“*

Na to, aby sme pomocu Keplerovej rovnice mohli určiť pozíciu obiehajúceho telesa v ľubovoľnom čase nám ešte chýba perióda. Matematicky tretí zákon hovorí, že výráz **/** je pre všetky planéty slnečnej sústavy alebo v rámci systému ( ako samostatný systém rátame aj npr. Jupiter s mesiacmi) je konštatný. Modernejšia formula je

Kde ***T*** je orbitálna perióda, ***M*** je hmotnosť telesa , ***G*** je univerzálna gravitačná konštanta ***a*** a je hlavná polos. V kompletnej Newtonovej formulácii vyzerá rovnica takto

M1 a M2 sú hmotnosti dvoch obiehajúcich telies okolo seba respektíve dvoch objektov, ktoré sa navzájom gravitačne ovplyvňujú. Hmotnosť Zeme oproti Slnku je tak zanedbateľná , že pre potreby našej aplikácie nám stačí použit prvú formulu. ***GM*** budeme odteraz označovať ako ***μ.***

Keplerov tretí zákon používam v rámci aplikácie dvoma spôsobmi. Buď planéte ako Neptún nastavím periódu, pretože je v scéne bližšie k Slnku ako v skutočnosti, alebo nastavím gravitačný parameter. V oboch prípadoch sa druhá veličina dopočíta a to nasledovne.

Alebo pre periódu platí

Závěr

A závěr bývá opět nadpis bez čísla. V tomto závěru se zamyslíme v souladu s příběhem, vyprávěným v Madar a kol. v (3) a zde rozvedeným. Hlavně se v rámci dokumentu řídit pravidly jednotně.

Seznam použité literatury

1. Carnegie, D. *Jak se zbavit starostí a začít žít*. Praha: Talpress, 1993. 316 s. ISBN 80-85609-32-0.
2. Fehlau, E.G. *Konflikty v práci*. Praha: Grada, 2003. 106 s. ISBN 80-247-0533-8.
3. Madar, J., Němcová, K. a Zeman, M. *Řízení kvality ve zdravotnickém zařízení*. Praha: GRADA Publishing, 2004, 248 s., ISBN: 80-247-0585-0.
4. Plamínek, J. *Vedení lidí, týmů a firem*. Praha: Grada, 2005. 13 s. ISBN 80-247-1092-7.
5. Šnýdrová, I. *Manažerka a stres*. Praha: Grada, 2006. 173 s. ISBN 80-247-1272-5.

Seznam příloh

1. Dotazník dobré nálady
2. Dotazník špatné nálady

**Příloha A:** **Dotazník dobré nálady**

**Příloha B: Dotazník špatné nálady**