Karlsruher Institut für Technologie

**Institut für Analysis**
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
M.Sc. Kevin Drescher

# 6. Übungsblatt

## Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2020/21

11. Dezember 2020

**Abgabe bis 18. Dezember 2020, 12:00 Uhr**

Auf diesem Übungsblatt wird der Vorlesungsstoff bis Seite 58 des Vorlesungsskripts behandelt.

**Aufgabe 21 (K):**
Bestimmen Sie für die folgenden Potenzreihen jeweils den Konvergenzradius sowie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, in denen die Potenzreihe konvergiert:

(i) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2-3n} x^n$, (ii) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} n^{\frac{n}{2}} x^n$,

(iii) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(4+(-1)^n)^{3n}} (x-1)^{3n}$, (iv) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})x^n$.

**Aufgabe 22:**

(i) Zeigen Sie mithilfe der Additionstheoreme folgende Formeln für $x, y \in \mathbb{R}$:

(a) $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$,

(b) $\cos(x) + \cos(y) = 2\cos(\frac{x+y}{2})\cos(\frac{x-y}{2})$,

(c) $\sin(x+y)\sin(x-y) = \sin^2(x) - \sin^2(y)$.

(ii) Entwickeln Sie die durch die folgenden Abbildungsvorschriften definierten Funktionen in Potenzreihen um 0, und bestimmen Sie den Konvergenzradius:

(a) $x \mapsto \dfrac{e^x}{1-x}$, (b) $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+x-2}$.

**Aufgabe 23:**

(i) Berechnen Sie die $q$-adische Entwicklung von $\frac{1}{5}$ für $q = 3$ und $q = 4$.

(ii) Es sei $q \in \mathbb{N}$ mit $q \geq 3$ und $0,212121...$ die $q$-adische Entwicklung einer Zahl $a \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie von $q$ abhängige Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ mit $a = \frac{m}{n}$.

**Aufgabe 24 (K):**
Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, falls sie existieren. Der Definitionsbereich sei dabei jeweils die Menge der $x \in \mathbb{R}$, für die der Ausdruck erklärt ist.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2+2x-15}{x^3-27}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{1}{x}\left(\frac{1}{2-x} - \frac{12}{8-x^3}\right)$,

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x}{x^2-x-6}$, (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}$,

(e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{8+x}-2}{x}$, (f) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^r-1}{x-1}$ mit $r \in \mathbb{Q}$.

# Information

Aufgrund der aktuellen Situation wird dieses Modul teilweise in digitaler Form angeboten. Die gesamte Abwicklung wird über das System ILIAS stattfinden. Melden Sie sich dafür mit Ihrem KIT-Account an und treten Sie dem Kurs **Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik** bei. Sie können diesem Kurs direkt über folgenden Link beitreten:

`https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1253943_rcodeHa6wkYEysN&client_id=produktiv`

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb, Scheinkriterien, Tutorien, Prüfung, Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung.

Zum Bearbeiten der Übungsblätter sollten Sie pro Woche etwa 9-10 Seiten des Skripts mithilfe der angebotenen Vorlesungsvideos durcharbeiten. Das kommende Übungsblatt wird den Vorlesungsstoff bis einschließlich Seite 70 beinhalten.

### Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 8 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-6 und 7-13 **jeweils** mindestens 48 bwz. 56 Punkte (50%) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal.