

Aufgabe 1 (*Inverse von Matrizen*)

Es sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ gegeben.

- a) Interpretieren Sie A als Matrix in $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ und bestimmen Sie ihr Inverses.
- b) Interpretieren Sie A als Matrix in $\mathbb{F}_5^{3 \times 3}$ und beweisen Sie, dass sie kein Inverses hat.
- c) Interpretieren Sie A als Matrix in $\mathbb{F}_3^{3 \times 3}$ und bestimmen Sie ihr Inverses.

Aufgabe 2 (*Selbstinverse 2×2 -Matrizen*)

(10 Punkte)

Es seien K ein Körper und $a, b \in K$ fest gewählt. Entscheiden Sie, ob es $x, y \in K$ gibt, sodass

$$B := \begin{pmatrix} a & x \\ b & y \end{pmatrix}^2 = \mathbb{1}_2$$

gilt, und bestimmen Sie gegebenenfalls alle möglichen Wahlen für (x, y) .

Aufgabe 3 (*Darstellungsmatrizen*)

(10 Punkte)

Es sei

$$S_3 = \left\{ A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid A = A^\top \right\}$$

die Menge der reellen symmetrischen 3×3 -Matrizen. Weiterhin sei die Abbildung

$$\begin{aligned} \text{sym}: \mathbb{R}^{3 \times 3} &\rightarrow S_3 \\ A &\mapsto \frac{1}{2}(A + A^\top) \end{aligned}$$

gegeben.

- a) Geben Sie (ohne Beweis) eine geordnete Basis B_{S_3} von S_3 und eine geordnete Basis $B_{\mathbb{R}^{3 \times 3}}$ von $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ als \mathbb{R} -Vektorräume an.
- b) Zeigen Sie, dass sym eine lineare Abbildung ist und bestimmen Sie die Darstellungsmatrix $M_{B_{S_3}, B_{\mathbb{R}^{3 \times 3}}}(\text{sym})$

Aufgabe 4 (*Basiswechsel*)

(10 Punkte)

Es seien

$$B := \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right) \quad C := \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

geordnete Basen von \mathbb{F}_3^3 . Bestimmen Sie die Basiswechselmatrizen $M_{B,C}(\text{id}_{\mathbb{F}_3^3})$ und $M_{C,B}(\text{id}_{\mathbb{F}_3^3})$.**Hinweis für Studierende der Mathematik**

Die Anmeldefrist für die Proseminare ist nächste Woche vom 18.01.2021 bis 24.01.2021.

Alle Informationen darüber finden Sie auf der folgenden Seite:

<https://www.math.kit.edu/lehre/seite/prosemanmeld/>

Abgabe bis Montag, den 18.01.21 um 18:00 Uhr. Bitte verfassen Sie Ihre Lösung handschriftlich und versehen Sie sie mit Ihren Namen, Ihren Matrikelnummern und E-Mail-Adressen aller Teilnehmenden ihrer Lerngruppe. Laden Sie sie dann als eine pdf-Datei in den entsprechenden Postkasten im ILIAS-Kurs hoch.