

# 1. Übungsblatt

## Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2020/21

6. November 2020

Abgabe bis 13. November 2020, 12:00 Uhr

Auf diesem Übungsblatt wird der Vorlesungsstoff bis Seite 11 des Vorlesungsskripts behandelt.

### Aufgabe 1 (K):

(i) Bestimmen Sie jeweils die Menge aller  $x \in \mathbb{R}$ , für die die folgenden Ungleichungen erfüllt sind:

(a)  $x \leq 5 + \sqrt{x+7}$ ,

(b)  $|x+5| \leq 2(4-x)$ .

(ii) Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen ein Infimum, Supremum, Minimum bzw. Maximum haben, und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Werte:

(a)  $A := \{(-1)^n - \frac{3}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ ,

(b)  $B := \{-x - \frac{1}{x} : 0 < x \leq 2\}$ .

### Aufgabe 2:

Es seien  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  mit  $A, B \neq \emptyset$ . Wir definieren  $A+B := \{a+b : a \in A, b \in B\}$ . Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(i) Sind  $A$  und  $B$  nach oben beschränkt, dann ist  $A+B$  nach oben beschränkt und es gilt:  $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$ .

(ii) Sind  $A$  und  $A+B$  nach oben beschränkt, dann ist  $B$  nach oben beschränkt und es gilt ebenfalls:  $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$ .

### Aufgabe 3:

Es sei  $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{R}$  nach unten beschränkt mit  $\inf A > 0$  und  $B := \{b \in \mathbb{R} : \frac{1}{b} \in A\}$ . Zeigen Sie, dass  $B$  nach oben beschränkt ist mit  $\sup B = \frac{1}{\inf A}$ .

### Aufgabe 4 (K):

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion:

(i) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{j=1}^n j^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

(ii) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{k=1}^n k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2.$$

(iii) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 6$  gilt  $3^n > 2n^3$ .

(iv) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  ist  $\frac{n^3+5n}{6}$  eine natürliche Zahl.

# Information

Aufgrund der aktuellen Situation wird dieses Modul teilweise in digitaler Form angeboten. Die gesamte Abwicklung wird über das System ILIAS stattfinden. Melden Sie sich dafür mit Ihrem KIT-Account an und treten Sie dem Kurs **Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik** bei. Sie können diesem Kurs direkt über folgenden Link beitreten:

[https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs\\_1253943\\_rcodeHa6wkYEysN&client\\_id=produktiv](https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1253943_rcodeHa6wkYEysN&client_id=produktiv)

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb, Scheinkriterien, Tutorien, Prüfung, Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung.

Zum Bearbeiten der Übungsblätter sollten Sie pro Woche etwa 9-10 Seiten des Skripts mithilfe der angebotenen Vorlesungsvideos durcharbeiten. Das kommende Übungsblatt wird den Vorlesungsstoff bis einschließlich Seite 19 beinhalten.

## Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 8 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-6 und 7-13 **jeweils** mindestens 48 bzw. 56 Punkte (50%) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal.