

## 2. Übungsblatt

### Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Sommersemester 2021

23. April 2021

**Abgabe bis 30. April 2021, 12:00 Uhr**

Auf diesem Übungsblatt wird der Vorlesungsstoff bis einschließlich Seite 15 des Vorlesungsskripts behandelt.

#### Aufgabe 5:

Es seien  $n \in \mathbb{N}$  und  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Weiter sei  $\overline{U_R(x)}$  die abgeschlossene Kugel um  $x \in \mathbb{R}^n$  mit Radius  $R > 0$ . Zeigen Sie, dass dann  $f(\overline{U_R(x)})$  ein kompaktes Intervall ist.

#### Aufgabe 6 (K):

- (i) Untersuchen Sie die folgenden komplexen Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Reihenwert:

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{2-i} \right)^n,$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - i\sqrt{n}}.$

- (ii) Bestimmen Sie jeweils den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + i)z^n,$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n} z^{3n}.$

- (iii) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die die folgende Reihe konvergiert:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^3}.$

#### Aufgabe 7 (K):

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die komplexe Fourierreihe. Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , in denen die Fourierreihe konvergiert.

(i)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, f(x) = x \ (x \in (-\pi, \pi]), f(x + 2\pi) = f(x) \ (x \in \mathbb{R}),$

(ii)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, f(x) = 1 + x + |x| \ (x \in (-\pi, \pi]), f(x + 2\pi) = f(x) \ (x \in \mathbb{R}).$

#### Aufgabe 8:

- (i) Es seien  $r \in [0, 1)$  und  $x \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie mithilfe der komplexen Exponentialfunktion:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos(nx) = \frac{1 - r \cos(x)}{1 - 2r \cos(x) + r^2}.$$

- (ii) Untersuchen Sie die komplexe Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$  auf Konvergenz.

- (iii) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} ((1+i)^n + (1-i)^n) z^n.$$

## Information

Aufgrund der aktuellen Situation wird dieses Modul teilweise in digitaler Form angeboten. Die gesamte Abwicklung wird über das System ILIAS stattfinden. Melden Sie sich dafür mit Ihrem KIT-Account an und treten Sie dem Kurs **Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik** bei. Sie können diesem Kurs direkt über folgenden Link beitreten:

[https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs\\_1460343\\_rcodeUyjdjAUg9P&client\\_id=produktiv](https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1460343_rcodeUyjdjAUg9P&client_id=produktiv)

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb, Scheinkriterien, Tutorien, Prüfung, Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung. Dort werden Sie auch über mögliche Änderungen informiert.

Zum Bearbeiten der Übungsblätter sollten Sie pro Woche etwa 7-8 Seiten des Skripts mithilfe der angebotenen Vorlesungsvideos durcharbeiten. Das kommende Übungsblatt wird den Vorlesungsstoff bis einschließlich Seite 22 beinhalten.

### Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 8 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-6 und 7-13 **jeweils** mindestens 48 bzw. 56 Punkte (50%) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal.