A 38 i) $f: (-2,\infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \log(x+2)$

$$f'(x) = \frac{1}{x+2} \cdot 1 = (x+2)^{-1}$$

$$f''(x) = -(x+2)^{-2}$$

$$f'''(x) = 2(x+2)^{-3}$$

$$f^{iv}(x) = -6(x+2)^{-4}$$

da $x \in (-2,\infty) \Rightarrow x+2 > 0$

$\log(x)$ ist auf $(0,\infty)$ d. b.

alle Ableitungen sind Wohldefiniert

$\boxed{f(1) = \log(3)}$ $\boxed{f'(1) = \frac{1}{3}}$ $\boxed{f''(1) = \frac{1}{9}}$ $\boxed{f'''(x) = \frac{2}{27}}$

$$T_3 f(x,1) = f(1) + f'(1).(x-1) + \frac{f''(1)}{2}(x-1)^2 + \frac{f'''(1)}{6}(x-1)^3$$

$$= \log(3) + \frac{x-1}{3} + \frac{(x-1)^2}{2 \cdot 3^2} + \frac{2(x-1)^3}{6 \cdot 3^3}$$

$$= \log(3) + \frac{x-1}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{3}\right)^3$$

A 40

a) $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx, \quad f([a,b]) \subseteq (0,\infty)$

Definiere $g(x) := \frac{f'(x)}{f(x)}$ und $G(x) := \log(f(x))$

$G'(x) = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) = g(x)$

$\Rightarrow$ $G(x)$ ist Stammfunktion für $g(x)$

$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \int_a^b g(x)\,dx = G(b) - G(a)$

$= \log(f(b)) - \log(f(a)) = \log\left(\frac{f(b)}{f(a)}\right)$

b) $\int_a^b f'(x) . f(x)\,dx$

Definiere $g(x) := f'(x).f(x)$, $h(x) := \frac{1}{2}$, $k(x) := (f(x))^2$

und $G(x) := (h \cdot k)(x)$

$G'(x) = h'(x)\,k(x) + h(x).k'(x)$

$= 0.k(x) + \frac{1}{2} \cdot 2f(x).f'(x) = f'(x).f(x) = g(x)$

$\Rightarrow$ $G(x)$ ist Stamm Funktion für $g(x)$

$\int_a^b f'(x).f(x)\,dx = \int_a^b g(x)\,dx = G(b) - G(a)$

$= \frac{1}{2}(f(b))^2 - \frac{1}{2}(f(a))^2 = \frac{f(b)^2 - f(a)^2}{2}$