

## 4. Übungsblatt

### Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Sommersemester 2021

7. Mai 2021

**Abgabe bis 14. Mai 2021, 12:00 Uhr**

Auf diesem Übungsblatt wird der Vorlesungsstoff bis Seite 30 des Vorlesungsskripts behandelt.

#### Aufgabe 13 (K):

- (i) Die zwei Funktionen  $f, g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  werden definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} 1, & 0 < y < x^2, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad g(x, y) := \begin{cases} x, & xy \geq 0, \\ x + y, & xy < 0. \end{cases}$$

Berechnen Sie für  $f$  und  $g$  alle Richtungsableitungen im Nullpunkt, sofern sie existieren.

- (ii) Es seien  $D := \mathbb{R} \times (-1, 1)$  und  $g: D \rightarrow \mathbb{R}, g(x, y) := \arctan(x)y^2$ . Zeigen Sie, dass  $g$  Lipschitz-stetig ist, d.h. es existiert eine Konstante  $C \geq 0$ , sodass gilt:

$$|g(x) - g(y)| \leq C \|x - y\| \quad (x, y \in D).$$

#### Aufgabe 14:

Die Funktion  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$  erfülle folgende Bedingung:

$$f_x(x, y) = f_y(x, y) \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

Zeigen Sie, dass dann für alle  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  gilt:  $f(x + y, 0) = f(x, y)$ .

#### Aufgabe 15:

- (i) Wenden Sie den aus der Vorlesung bekannten Satz von Taylor auf die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) := \sqrt{x^2 + y^2}$$

an der Stelle  $(3, 4)$  an und schätzen Sie die Differenz der Funktion und des Taylor-Polynoms erster Ordnung für  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  mit  $|(x - 3, y - 4)| < 0.1$  ab.

*Hinweis:* Dieses Taylor-Polynom ist gegeben durch

$$P: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad P(x, y) = f(3, 4) + \text{grad } f(3, 4) \cdot (x, y).$$

- (ii) Untersuchen Sie die folgende Funktion auf lokale und globale Extrema.

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = (x^2 + 2y^2)e^{-x^2 - y^2}.$$

#### Aufgabe 16 (K):

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  auf lokale und globale Extrema:

(i)  $D := \mathbb{R}^2, f(x, y) := (x - y)^2 - 8xy,$

(ii)  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}, f(x, y) = xy^2(x + y - 1).$

# Information

Aufgrund der aktuellen Situation wird dieses Modul teilweise in digitaler Form angeboten. Die gesamte Abwicklung wird über das System ILIAS stattfinden. Melden Sie sich dafür mit Ihrem KIT-Account an und treten Sie dem Kurs **Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik** bei. Sie können diesem Kurs direkt über folgenden Link beitreten:

[https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs\\_1460343\\_rcodeUyjdjAUg9P&client\\_id=produktiv](https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1460343_rcodeUyjdjAUg9P&client_id=produktiv)

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb, Scheinkriterien, Tutorien, Prüfung, Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung. Dort werden Sie auch über mögliche Änderungen informiert.

Zum Bearbeiten der Übungsblätter sollten Sie pro Woche etwa 7-8 Seiten des Skripts mithilfe der angebotenen Vorlesungsvideos durcharbeiten. Das kommende Übungsblatt wird den Vorlesungsstoff bis einschließlich Seite 36 beinhalten.

## Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 8 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-6 und 7-13 **jeweils** mindestens 48 bzw. 56 Punkte (50%) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal.

## Anmeldung zur Klausur

Die Klausur zur Höheren Mathematik I und II für die Fachrichtung Informatik wird am **14.09.2021** von **8:00 - 13:00 Uhr** stattfinden. Die Anmeldung zur Klausur ist ab sofort möglich. Beachten Sie bitte den **Anmeldeschluss** am **30.08.2021**. Eine nachträgliche Anmeldung ist nicht möglich.