

内部排序

- 稳定排序

```
1 typedef struct {
2     keyType key;           // 关键字
3     InfoType otherinfo;    // 其它数据项
4 } RecordType, node;       // 例如 node.key 表示其中一个分量
```

```
1 typedef struct {
2     RecordType r[MAXSIZE + 1]; // 存储顺序表的向量
3     int length;                // 顺序表的长度
4 } SqList L;                   // 例如 L.r 或 L.length 表示其中一个分量
```

插入排序

直接插入排序

```
1 void InsertSort (SqList &L) { // 对顺序表 L 作直接插入排序
2     for (i = 2; i <= L.length; ++i) { // 直接在原始无序表 L 中排序
3         if (L.r[i].key < L.r[i-1].key) { // 若 L.r[i] 较小则插入有序子表内
4             L.r[0] = L.r[i];           // 复制为哨兵
5             // 只要子表元素比哨兵大就不断后移直到子表元素小于哨兵
6             for (j = i - 1; L.r[0].key < L.r[j].key; --j) {
7                 L.r[j + 1] = L.r[j];
8             }
9             // 哨兵值送入当前要插入的位置（包括插入到表首）
10            L.r[j + 1] = L.r[0];
11        } // if
12    }
13 } // InsertSort
```

- 时间复杂度： $O(n^2)$
- 稳定

折半插入排序

- 利用折半搜索法寻找插入位置
- 时间效率
 - 全部元素比较次数为 $O(n \log_2 n)$
 - 但移动次数并未减少，排序效率仍为 $O(n^2)$
- 稳定

2-路插入排序

这是对折半插入排序的一种改进，其目的是减少排序过程中的移动次数。

代价： 需要增加 n 个记录的辅助空间。增开辅助数组 d ，大小与 r 相同。

思路： 将 $r[1]$ 赋值给 $d[1]$ ；以 $d[1]$ 内容为中值，排序过程中形成两个有序部分；前半部分序列的值都小于 $d[1]$ ，后半部分序列的值都大于 $d[1]$ ；每次将 $r[i]$ 元素逐个与 $d[1]$ 比较， $r[i] < d[1]$ 插入到 $d[1]$ 值之前的有序序列中； $r[i] > d[1]$ 插入到 $d[1]$ 之后的有序序列中。

实现：

设 $first$ 指针指示小于 $d[1]$ 的有序序列中最小的记录；

设 $final$ 指针指示大于 $d[1]$ 的有序序列中最大的记录。

- 移动记录的次数约为 $n^2/8$

表插入排序

- 只需修改 $2n$ 次指针值，但比较次数为减少，时间效率为 $O(n^2)$
- 稳定

```
1  int LinkInsertSort (Linklist &L) {
2      L.r[0].Key = MaxNum;
3      L.r[0].Link = 1;
4      L.r[1].Link = 0;          // 形成循环链表
5
6      for (int i = 2; i <= L.length; i++) {
7          int current = L.r[0].Link;    // current=当前记录指针
8          int pre = 0;                  // pre=当前记录current的前驱指针
9          while (L.r[current].Key <= L.r[i].Key) {
10             pre = current;              // current指针准备后移，pre跟上；
11             current = L.r[current].Link; // 找插入位置(即p=p->link)
12         }
13
14         L.r[i].Link = current;          // 新记录r[i]找到合适序位开始插入
15         L.r[pre].Link = i;              // 在pre与current之间链入
16     } // for
17 } // LinkInsertSort
```

希尔排序（缩小增量排序）

- 基本思想：先将整个待排记录序列分割成若干子序列,分别进行直接插入排序，待整个序列中的记录“基本有序”时，再对全体记录进行一次直接插入排序。

```
1  void shellSort(SqList &L, int d1ta[], int size) {
2      for(int i = 0; i < size; i++)
3          ShellInsert(L, d1ta[i]);
4  }
5
6  void ShellInsert(SqList &L, int dk)
7  {
8      // 对顺序表L进行一趟增量为dk的Shell排序，dk为步长因子
```

```

9      for(i=dk+1; i<=L.length; ++i)
10          if(r[i].key < r[i-dk].key) { // 开始将r[i]插入有序增量子表
11              r[0]=r[i];                // 暂存在r[0]，此处r[0]仍是哨兵
12              for(j=i-dk; j>0 && (r[0].key<r[j].key); j-=dk)
13                  r[j+dk]=r[j];
14
15              r[j+dk]=r[0];
16          }
17      // ShellInsert

```

交换排序

冒泡排序

- 时间效率： $O(n^2)$
- 稳定
- 比较总次数 $= \sum_{i=1}^n (n-i) = \frac{1}{2}n(n-1)$
- 记录移动次数 $= 3 \sum_{i=1}^n (n-i) = \frac{1}{2}n(n-1)$

快速排序

- 前提：顺序存储结构
- 时间效率： $O(n \log_2 n)$, 只需 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ 趟比较
- 空间效率： $O(\log_2 n)$
- 不稳定

```

1  int Partition(SqList &L, int low, int high) { // 一趟快排
2      // 交换子表 r[low...high] 的记录，使支点（枢轴）记录到位，并返回其位置。
3      // 返回时，在支点之前的记录均不大于它，支点之后的记录均不小于它。
4
5      r[0] = r[low]; // 以子表的首记录作为支点记录，放入 r[0] 单元
6
7      pivotkey = r[low].key; // 取支点的关键词存入 pivotkey 变量
8
9      while (low < high) {
10         // 从表的两端交替地向中间扫描
11         while (low < high && r[high].key >= pivotkey)
12             --high;
13
14         r[low] = r[high]; // 比支点小的记录交换到低端；
15
16         while (low < high && r[low].key <= pivotkey)
17             ++low;
18
19         r[high] = r[low]; // 比支点大的记录交换到高端；
20     }
21
22     r[low] = r[0]; // 支点记录到位；
23     return low; // 返回支点记录所在位置。

```

```

24 }// Partition
25
26 void QSort(SqList &L, int low, int high) {
27     // 对顺序表 L 中的子序列 r[low...high] 作快速排序
28     if (low < high) { // 长度 > 1
29         pivot = Partition(L, low, high); // 一趟快排，将 r[] 一分为二
30         QSort(L, low, pivot - 1); // 在左子区间进行递归快排，直到长度为 1
31         QSort(L, pivot + 1, high); // 在右子区间进行递归快排，直到长度为 1
32     } // if
33 }// QSort

```

选择排序

简单选择排序

- 时间效率： $O(n^2)$
- 不稳定

```

1 void select_sort(SqList &L) {
2     for (int i = 1; i < L.length; i++) {
3         if (i != min(L, i)) // 在 r[i...L.length] 中选择最小记录并定位
4             r[i] <-> r[min(L, i)];
5     }
6 }

```

锦标赛排序（树形选择排序）

- 时间复杂度： $O(n \log_2 n)$
- 空间效率： $O(n)$
- 稳定

堆排序

- 堆的定义：设有 n 个元素的序列 k_1, k_2, \dots, k_n ，当且仅当满足下述关系之一时，称之为堆。

$$\begin{cases} k_i \leq k_{2i} \\ k_i \leq k_{2i+1} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n/2$$

$$\begin{cases} k_i \geq k_{2i} \\ k_i \geq k_{2i+1} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n/2$$

解释：如果让满足以上条件的元素序列 (k_1, k_2, \dots, k_n) 顺次排成一棵完全二叉树，则此树的特点是：

树中所有结点的值均大于（或小于）其左右孩子，此树的根结点（即堆顶）必最大（或最小）。

- 从 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 即完全二叉树最后一个非叶子结点开始调整

```

1 typedef SqList HeapType;
2
3 void HeapSort(HeapType &H) {
4     // 对顺序表 H 进行堆排序

```

```

5     for (i = H.length / 2; i > 0; --i)
6         HeapAdjust(H, i, H.length); // for, 建立初始堆
7     for (i = H.length; i > 1; --i) {
8         H.r[1] <-> H.r[i];
9         HeapAdjust(H, 1, i - 1); // 重建最大堆
10    }
11 }
12
13 void HeapAdjust(HeapType &H, int s, int m) {
14     // 已知 H.r[s..m] 中记录的关键字除 H.r[s].key 之外均满足堆的定义, 本函数调整 H.r[s]
15     // 的关键字, 使 H.r[s..m] 成为一个大项堆 (对其中记录的关键字而言)
16     rc = H.r[s];
17     for (j = 2 * s; j <= m; j *= 2) { // 沿 key 较大的孩子结点向下筛选
18         if (j < m && LT(H.r[j].key, H.r[j + 1].key))
19             ++j; // j 为 key 较大的记录的下标
20
21         if (!LT(rc.key, H.r[j].key))
22             break; // rc 应插入在位置 s 上
23         H.r[s] = H.r[j];
24         s = j;
25     }
26
27     H.r[s] = rc; // 插入
28 } // HeapAdjust

```

- 时间效率: $O(n \log_2 n)$, 整个过程要调用 $n - 1$ 次 `HeapAdjust()`, 而算法本身耗时 $\log_2 n$
- 不稳定

归并排序

```

1 void Merge(RcdType SR[], RcdType &TR[], int i, int m, int n) {
2     // 将有序的SR[i...m]和SR[m+1...n]归并为有序的TR[i...n]
3     for(k=i, j=m+1; i<=m && j<=n; ++k) {
4         if (SR[i] <= SR[j])
5             TR[k] = SR[i++];
6         else
7             TR[k] = SR[j++]; // 将两个SR记录由小到大并入TR
8     } // for
9
10    if (i <= m)
11        TR[k...n] = SR[i...m]; // 将剩余的SR[i...m]复制到TR
12    if (j <= n)
13        TR[k...n] = SR[j...n]; // 将剩余的SR[j...n]复制到TR
14 } // Merge
15
16 void MSort(RcdType SR[], RcdType &TR1[], int s, int t) {
17     // 将无序的SR[s...t]归并排序为TR1[s...t]
18     if (s == t)
19         TR1[s] = SR[s]; // 当1 = length时返回
20     return;
21     else {
22         m = (s + t) / 2; // 将SR[s...t]平分为SR[s...m]和SR[m+1...t]

```

```

23     MSort(SR, &TR2, s, m); // 将SR一分为二，2分为4...
24                             // 递归地将SR[s...m]归并为有序的TR2[s...m]
25     MSort(SR, &TR2, m + 1, t);
26                             // 递归地将SR[m+1...t]归并为有序的TR2[m+1...t]
27     Merge(TR2, TR1, s, m, t);
28                             // 将TR2[s...m]和TR2[m+1...t]归并到TR1[s...t]
29 } // if
30 } // MSort
31
32 void MergeSort (SqList &L) {
33     Msort(L.r, L.r, 1, L.length);
34 }

```

- 在每趟归并排序的操作中，要调用 $\lfloor \frac{n}{2^h} \rfloor$ 次 Merge() 算法，将 SR[1...n] 中前后相邻且长度为 h 的有序段进行两两归并，得到前后相邻、长度为 2h 的有序段，并存放在 TR[1...n] 中。另外，整个归并排序有 $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 层，所以算法总的时间复杂度为 $O(n \log_2 n)$
- 空间效率： $O(n)$
- 稳定
- 简言之，先由“长”无序变成“短”有序，再从“短”有序归并为“长”有序。

基数排序

- 借助多关键字排序的思想对单逻辑关键字进行排序。即：用关键字不同的位值进行排序
- 过程见ppt

特点：不用比较和移动，改用分配和收集，时间效率高！

- 假设有 n 个记录，每个记录的关键字有 d 位，每个关键字的取值有 radix 个，则每趟分配需要的时间为 $O(n)$ ，每趟收集需要的时间为 $O(\text{radix})$ ，合计每趟总时间为 $O(n + \text{radix})$
- 全部排序需要重复进行 d 趟“分配”与“收集”。因此时间复杂度为： $O(d(n + \text{radix}))$ 。
- 基数排序需要增加 $n + 2\text{radix}$ 个附加链接指针，空间效率低，空间复杂度： $O(n + \text{radix})$ 。
- 稳定性：稳定。（一直前后有序）。

总结

| 排序方法 | 最好情况 | 平均时间 | 最坏情况 | 辅助存储 | 稳定性 |
|------|--------------|--------------|--------------|------------|-----|
| 简单排序 | $O(n)$ | $O(n^2)$ | $O(n^2)$ | $O(1)$ | 稳定 |
| 快速排序 | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(n^2)$ | $O(\lg n)$ | 不稳定 |
| 堆排序 | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(1)$ | 不稳定 |
| 归并排序 | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(n)$ | 稳定 |
| 基数排序 | $O(d(n+rd))$ | $O(d(n+rd))$ | $O(d(n+rd))$ | $O(rd)$ | 稳定 |
| | | | | | |
| 简单选择 | $O(n^2)$ | $O(n^2)$ | $O(n^2)$ | $O(1)$ | 不稳定 |
| 直接插入 | $O(n)$ | $O(n^2)$ | $O(n^2)$ | $O(1)$ | 稳定 |
| 折半插入 | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(n\lg n)$ | $O(1)$ | 稳定 |
| 冒泡 | $O(n)$ | $O(n^2)$ | $O(n^2)$ | $O(1)$ | 稳定 |