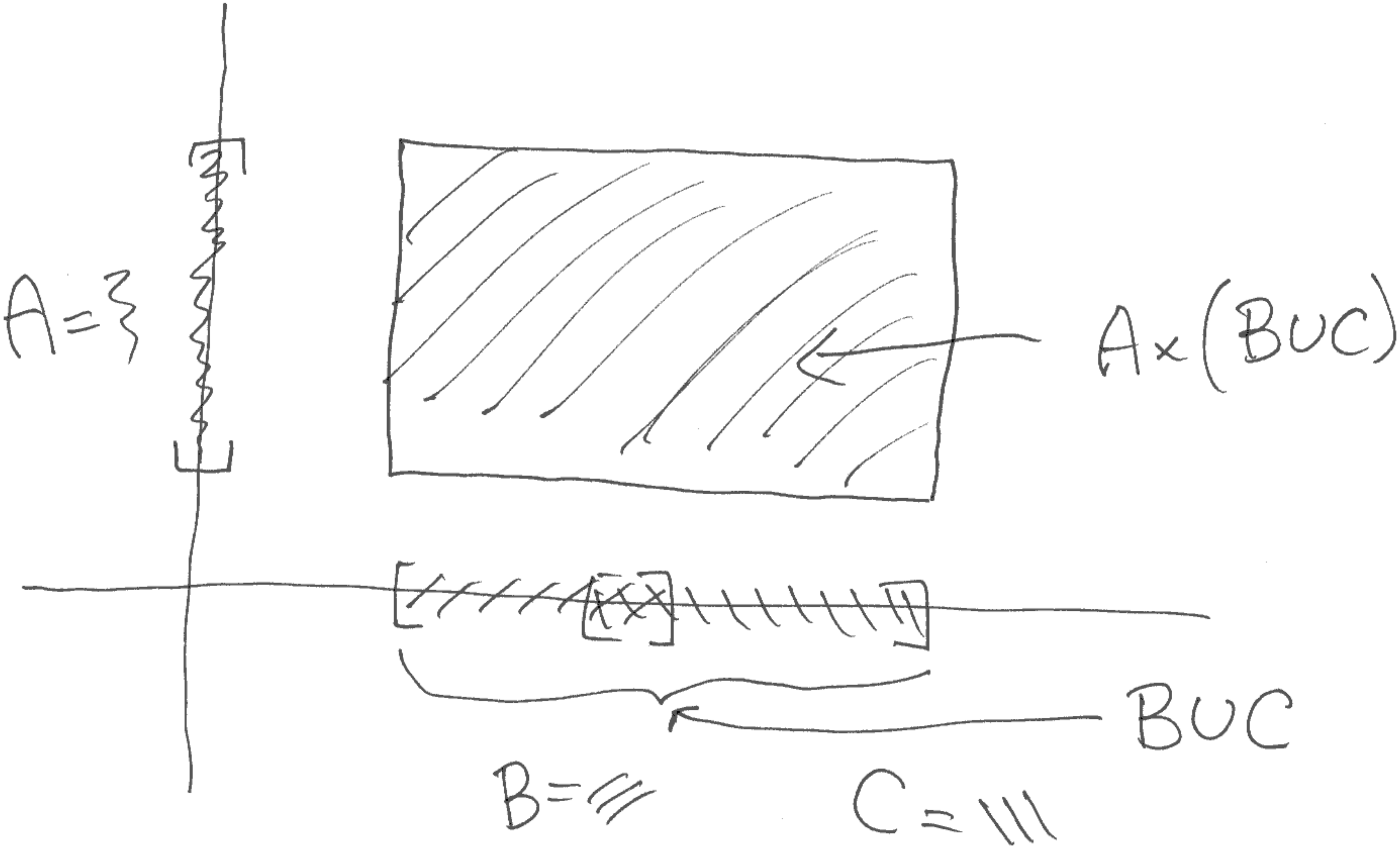
<u>ES. 10:</u> A, B, C INSIEMI.

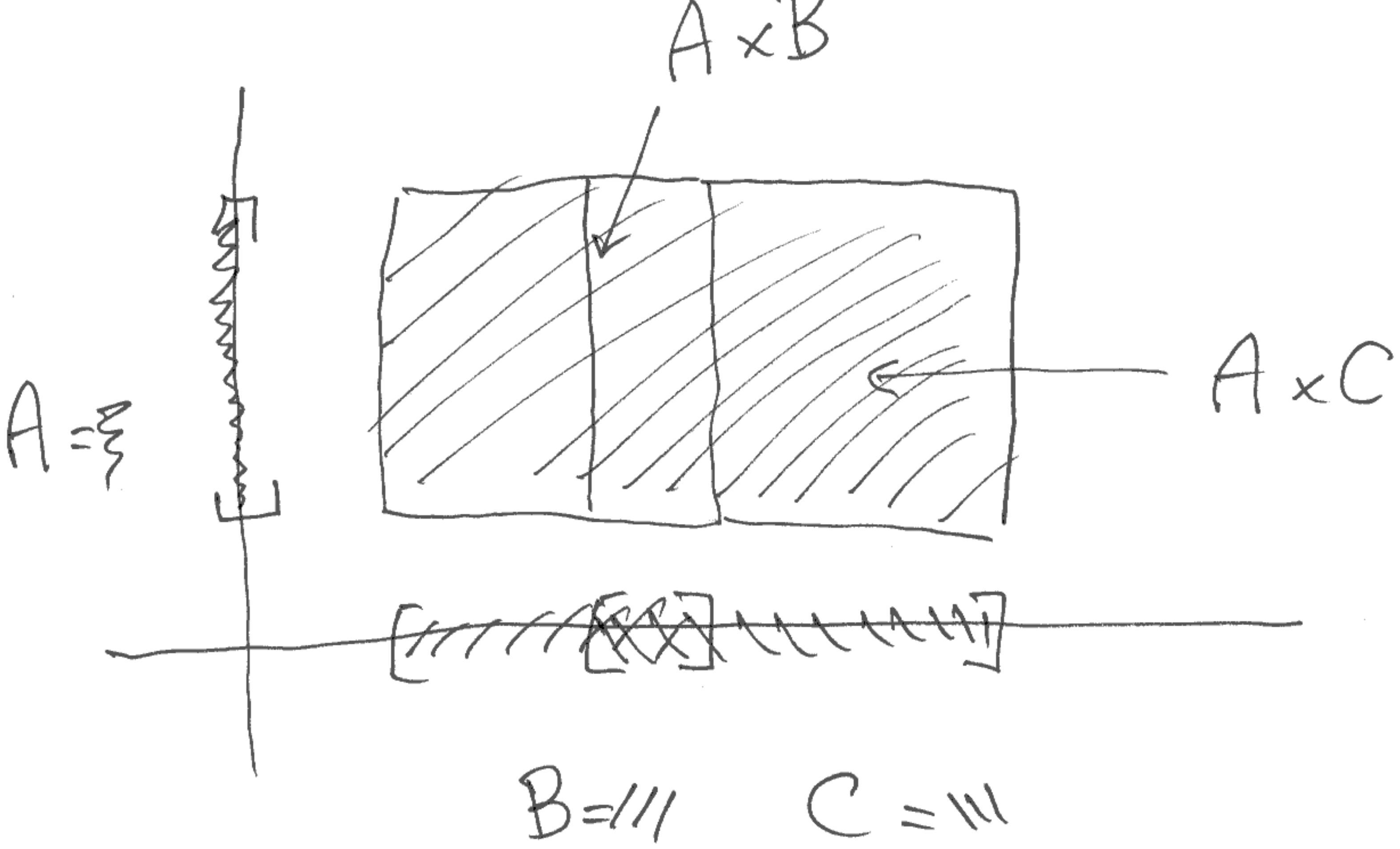
$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \; ?$$

<u>INTUIZIONE</u>: POSSO USARE I DIAGRAMMI DI VENN?
AVREI BISOGNO DI 4 DIMENSIONI...
MA A VOLTE SI PUÒ FARE



$A \times (B \cup C)$

DIAGRAMMA DI VENN:



$$(A \times B) \cup (A \times C)$$

SEMBRA DI SÌ.

DIMOSTRIAMOLO. SIA $(x,y) \in A \times (B \cup C)$ $\Rightarrow$ $x \in A$ e $y \in B \cup C$. SE $y \in B$ $\Rightarrow$ $(x,y) \in A \times B \Rightarrow (x,y) \in (A \times B) \cup (A \times C)$.

SE $y \in C \Rightarrow (x,y) \in A \times C \Rightarrow (x,y) \in (A \times B) \cup (A \times C)$.

VICEVERSA. SIA $(x,y) \in (A \times B) \cup$

$\cup (A \times C) \Rightarrow (x,y) \in A \times B$ o $(x,y) \in A \times C$. SE $(x,y) \in A \times B \Rightarrow x \in A$ e $y \in B \Rightarrow y \in B \cup C \Rightarrow (x,y) \in A \times (B \cup C)$.

SE $(x,y) \in A \times C \Rightarrow x \in A$ e $y \in C \Rightarrow y \in B \cup C \Rightarrow (x,y) \in A \times (B \cup C)$. $\square$

POSSO USARE LE TAVOLE DI VERITÀ?

Si, MA CON ATTENZIONE.

<u>SOLUZ. 2</u> (NOT RECOMMENDED)

$x \in A$	$y \in B$	$y \in C$	$y \in B \cup C$	$(x,y) \in A \times B$	$(x,y) \in A \times C$	$(x,y) \in A \times (B \cup C)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$(A\times B)\overset{(x,y)_{n}}{\cup}(A\times C)$	
1	LE COLONNE COR=
1	RISPONDENTI A
1	$A\times(B\cup C)$ e
0	$(A\times B)\cup(A\times C)$ SONO
0	UGUALI $\Rightarrow$ SÌ, È
0	SEMPRE VERO. $\square$
0	
0	

ES. 11. QUANTE $f:[3]\to[4]$ CI SONO CHE SONO INIETTIVE?

SIA $f:[3]\to[4]$. ALLORA CI SONO 4 POSSIBILITÀ PER $f(1)$, QUINDI CI SONO 3 POSSIBILITÀ PER $f(2)$ (PERCHÈ $f(1)\neq f(2)$),

E QUINDI CI SONO 2 POSSIBILITÀ PER $f(3)$ (PERCHÈ $f(3) \neq f(1)$ e $f(3) \neq f(2)$). PERTANTO, IN TOTALE, CI SONO $4 \times 3 \times 2 = 24$ TALI FUNZIONI f.

__ES. 12:__ SIANO A, B, C INSIEMI, TALI CHE $C \subseteq A$. È VERO CHE

$$(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C) ?$$

__INTUIZIONE__ (VENN): SEMBRA VERO.

__DIM.__ SIA $x \in (A \cap B) \cup C \Rightarrow$ o $x \in A \cap B$ o $x \in C$. SE $x \in A \cap B$

$\Rightarrow x \in A$ e $x \in B \Rightarrow x \in A$ e $x \in B \cup C \Rightarrow x \in A \cap (B \cup C)$. SE $x \in C \Rightarrow x \in B \cup C$ e $x \in A$ (PERCHÈ $C \subseteq A$) $\Rightarrow x \in A \cap (B \cup C)$.

VICEVERSA. SIA $x \in A \cap (B \cup C)$ $\Rightarrow x \in A$ e $x \in B \cup C$. SE $x \in B \Rightarrow x \in A \cap B \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup C$.

SE $x \in C \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup C$. $\square$

OSS. NON SI USA "$C \subseteq A$" NEL VICEVERSA.

POSSO USARE LE TAVOLE DI VERITÀ?

SI, CON ATTENZIONE

VEDIAMO

A	B	C	$A \cap B$	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
~~0~~	~~1~~	~~1~~			
0	1	0	0	1	0
~~0~~	~~0~~	~~1~~			
0	0	0	0	0	0

CASI IMPOSSIBILI PERCHÈ

$C \subseteq A$

$(A\cap B)\cup C$
1
1
1
0
0
0

LE COLONNE CORRISPONDENTI SONO UGUALI $\Rightarrow$ $(A\cap B)\cup C$ e $A\cap(B\cup C)$ SONO UGUALI (SE $C\subseteq A$). $\square$

ES. 13: SIA R LA RELAZIONE SU $\mathbb{Z}$ DEFINITA PONENDO

$$mRn \iff \begin{matrix} m = n \\ o \\ m + n = 5 \end{matrix}$$

$\forall\, m, n \in \mathbb{Z}$

(Es. $5R5$, $5 \not{R} 7$)

EQUIVALENZA ?

RIFLESSIVA?

SIA $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = m \Rightarrow mRm$ ✓

$(\Rightarrow$ SI$)$

SIMMETRICA?

SIANO $m, n \in \mathbb{Z}$ TALI CHE mRn

$\Rightarrow m = n$ o $m + n = 5$. SE $m = n$

$\Rightarrow n = m \Rightarrow nRm$. SE $m + n = 5$

$\Rightarrow m+m=5 \Rightarrow mRm$ ✓ ($\Rightarrow$ SI)

<u>TRANSITIVA?</u>

SIANO $a, b, c \in \mathbb{Z}$ TALI CHE aRb e bRc. ALLORA $(a=b \lor a+b=5)$ e $(b=c \lor b+c=5)$. SE $a=b$ e $b=c \Rightarrow a=c \Rightarrow aRc \Rightarrow$ O.K.

SE $a=b$ e $b+c=5 \Rightarrow a+c=5$

$\Rightarrow aRc \Rightarrow$ O.K. SE $a+b=5$ e

$b=c \Rightarrow a+c=5 \Rightarrow aRc \Rightarrow$ O.K.

SE $a+b=5$ e $b+c=5 \Rightarrow \cancel{a+2b+c=10}$

$\Rightarrow a+c=5 \Leftrightarrow 2b=5 \Leftrightarrow$ MAI

No

$\Rightarrow aRc$. QUINDI NO, PERCHÈ

NON È TRANSITIVA.

$\Rightarrow a = 5-b$ e $c = 5-b \Rightarrow a = c \Rightarrow$

aRc. QUINDI SI' È TRANSITIVA.

QUINDI È DI EQUIVALENZA.

QUALI SONO LE CLASSI DI EQUIVALENZA?

SIA $a \in \mathbb{Z}$. ALLORA

$$[a]_R = \{b \in \mathbb{Z} : aRb\} = \left\{b \in \mathbb{Z} : \begin{array}{c} a = b \\ \text{o} \\ a+b=5 \end{array}\right\}$$

$$= \{a, 5-a\}$$

QUINDI

$$[a]_R = \{a, 5-a\}$$

$\forall a \in \mathbb{Z}$

$(\Rightarrow [14]_R = \{14, -9\}$ ETC...$)$.

ES. 14: SIA R LA RELAZIONE SU

$\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$ DEFINITA PONENDO

$$(a,b)\, R\, (c,d) \iff a \cdot d = b \cdot c$$

$\forall\ (a,b), (c,d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^* \quad (\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\})$

EQUIVALENZA?

RIFLESSIVA?

SIA $(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^* \Rightarrow a \cdot b = a \cdot b \Rightarrow$

$(a,b) R (a,b) \Rightarrow$ SI

SIMMETRICA?

SIANO $(a,b), (c,d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ TALI CHE

$(a,b) R (c,d) \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \Rightarrow c \cdot b = d \cdot a$

$\Rightarrow (c,d) R (a,b) \Rightarrow$ SI

TRANSITIVA?

SIANO $(a,b),(c,d),(e,f) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ TALI CHE

$(a,b)R(c,d)$ e $(c,d)R(e,f) \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

e $c \cdot f = d \cdot e \Rightarrow a \cdot d \cdot f = b \cdot c \cdot f$ e

$b \cdot c \cdot f = b \cdot d \cdot e \Rightarrow a \cdot d \cdot f = b \cdot d \cdot e$. MA

$d \neq 0$ $(d \in \mathbb{Z}^*)$ $\Rightarrow a \cdot f = b \cdot e \Rightarrow (a,b)R$

$(e,f) \Rightarrow$ SI.

QUINDI È DI EQUIVALENZA. $\square$

DAL 18/10/20

LU	ME	VE
9-12	9-11	9-10 (SOLO ONLINE) 10-11 RICEVIMENTO

DAL 18/10/20

LU	ME	VE
9-12	9-11	9-10 (SOLO ONLINE) 10-11 RICEVIMENTO