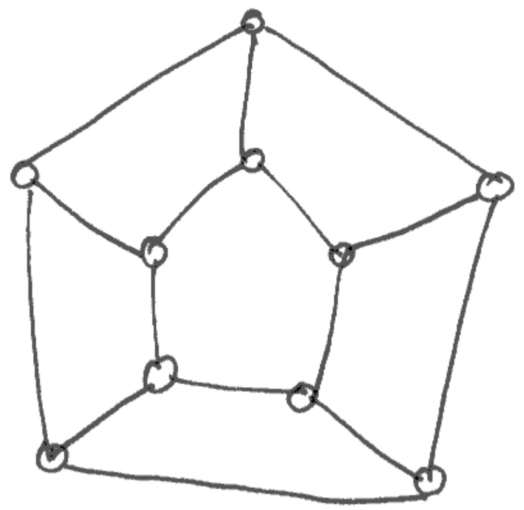
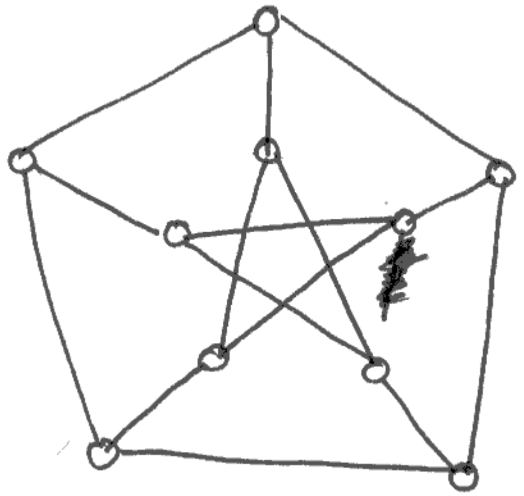
ES. I GRAFI

$G =$  ,

$H =$  SONO ISOMORFI ?

NO, PERCHÈ G HA CICLI DI LUNGHEZ=
ZA 4, MENTRE H NO.
ALTERNATIVAMENTE, G HA 2 CICLI DI
LUNGHEZZA 5, H HA (ALMENO) 7 CICLI
DI LUNGHEZZA 5.

ES. SIA $G = ([10]^3, E)$, DOVE

$$\{(a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3)\} \in E$$

$$\Updownarrow$$

$$|\{i \in [3] : a_i \neq b_i\}| = 1.$$

$$\forall (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) \in [10]^3.$$

(QUINDI, PER ES., $\{(1,2,3),(3,2,3)\} \in E$ MA $\{(1,2,3),(6,2,10)\} \notin E$). È POSSIBILE COLORARE G CON 30 COLORI?

SAPPIAMO DALLA TEORIA (6.3.1) CHE

$$\chi(G) \leq \max_{v \in V} \{d(v)\} + 1.$$

QUINDI È POSSIBILE COLORARE

G CON

$$\max_{v \in V} \{ d(v) \} + 1$$

COLORI. SIA $v = (a_1, a_2, a_3) \in [10]^3$. ALLORA

$$d(v) = \left| \{ u \in V : \{u, v\} \in E \} \right|$$

$$= \left| \{ (b_1, b_2, b_3) \in [10]^3 : \{ (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) \} \in E \} \right|$$

$$= \left| \{ (b_1, b_2, b_3) \in [10]^3 : \left| \{ i \in [3] : a_i = b_i \} \right| = 2 \} \right|$$

$$= \Big| \{(b_1, b_2, b_3) \in [10]^3 : \; b_1 \neq a_1, \; b_2 = a_2, \; b_3 = a_3\} \cup$$

$$\{(b_1, b_2, b_3) \in [10]^3 : \; b_1 = a_1, \; b_2 \neq a_2, \; b_3 = a_3\} \cup$$

$$\{(b_1, b_2, b_3) \in [10]^3 : \; b_1 = a_1, \; b_2 = a_2, \; b_3 \neq a_3\} \Big|$$

$$= |\{(b_1, b_2, b_3) \in [10]^3 : \; b_1 \neq a_1, \; b_2 = a_2, \; b_3 = a_3\}| +$$

$$|\{ \qquad\qquad : \; b_1 = a_1, \; b_2 \neq a_2, \; b_3 = a_3\}| +$$

$$|\{ \qquad\qquad : \; b_1 = a_1, \; b_2 = a_2, \; b_3 \neq a_3\}|$$

$= 9+9+9 = 27$

QUINDI $d(v) = 27$. MA v È QUALSIASI $\Rightarrow d(u) = 27$ PER $\forall u \in V$. PERTANTO

$$\max_{u \in V} \{d(u)\} + 1 = 27+1 = 28.$$

QUINDI, PER 6.3.1, $\Rightarrow \chi(G) \leq 28 \Rightarrow G$ È COLORABILE CON 28 COLORI $\Rightarrow$ CON 30 COLORI.

__ES.__ SIA $G=(V,E)$ UN GRAFO BIPARTITO, DOVE

$V=A \uplus B$, A E B SONO INDIPENDENTI, DEFINITO

PONENDO

$$A \stackrel{def}{=} \binom{[n]}{2} \quad , \quad B \stackrel{def}{=} \binom{[n]}{3}$$

$(n \in \mathbb{N},\ n \geq 5)$, E DOVE

$$\{X, Y\} \in E \iff X \subseteq Y$$

$\forall\, X \in A$ E $\forall\, Y \in B$. DECIDERE SE $\exists$ UN

ACCOPPIAMENTO DI A IN B.

SAPPIAMO DALLA TEORIA CHE

$$d(X) \geq d(Y) \text{ PER } \forall X \in A \text{ E } \forall Y \in B \implies \exists \text{ UN ACCOPPIAMENTO DI } A \text{ IN } B.$$

SIA $X \in A \implies X \subseteq [n]$ E $|X| = 2$. QUINDI

$$d(X) = \left|\left\{Y \in B : \{X, Y\} \in E\right\}\right|$$

$$= \left|\left\{Y \subseteq [n] : |Y| = 3,\ Y \supseteq X\right\}\right|$$

$$= n-2.$$

SIA $Y \in B \Rightarrow Y \subseteq [m]$ E $|Y| = 3$. QUINDI

$$d(Y) = \left| \{ X \in A : \{X, Y\} \in E \} \right|$$

$$= \left| \{ X \subseteq [m] : |X| = 2,\ X \subseteq Y \} \right|$$

$$= \left| \{ X \subseteq Y : |X| = 2 \} \right|$$

$$= \binom{3}{2} = 3.$$

PERTANTO $d(X) = m-2 \geq 3 = d(Y)$ PER $\forall X \in A$ E $\forall Y \in B \Rightarrow$ ESISTE UN ACCOPPIAMENTO

Di A iN B.