Appello 4

Esercizio 1 - compito 1

Un'urna ha 4 palline numerate con i numeri $1, 2, 3, 4$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e con reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre esattamente due volte il numero 4.
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$, dove X è la variabile aleatoria che conta quante volte viene estratto il numero 3.
• Si estraggono a caso 2 palline in blocco, e sia X la variabile aleatoria che indica il massimo tra i due numeri estratti.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X.

Prob. richiesta $= \binom{3}{2}(\frac{1}{4})^2(1-\frac{1}{4})^{3-2} = 3 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$.

$\mathbb{E}[X] = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

L'estrazione di ognuno dei $\binom{4}{2} = 6$ sottoinsiemi di due palline è equiprobabile:
$\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}$. Quindi $p_X(2) = \frac{1}{6}$, $p_X(3) = \frac{2}{6}$, $p_X(4) = \frac{3}{6}$.

Esercizio 1 - compito 2

Un'urna ha 4 palline numerate con i numeri $2, 3, 4, 5$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e con reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre esattamente due volte il numero 5.
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$, dove X è la variabile aleatoria che conta quante volte viene estratto il numero 4.
• Si estraggono a caso 2 palline in blocco, e sia X la variabile aleatoria che indica il minimo tra i due numeri estratti.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X.

Prob. richiesta $= \binom{3}{2}(\frac{1}{4})^2(1-\frac{1}{4})^{3-2} = 3 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$.

$\mathbb{E}[X] = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

L'estrazione di ognuno dei $\binom{4}{2} = 6$ sottoinsiemi di due palline è equiprobabile:
$\{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}$. Quindi $p_X(4) = \frac{1}{6}$, $p_X(3) = \frac{2}{6}$, $p_X(2) = \frac{3}{6}$.

Esercizio 1 - compito 3

Un'urna ha 4 palline numerate con i numeri $3, 4, 5, 6$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e con reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre esattamente una volta il numero 5.
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$, dove X è la variabile aleatoria che conta quante volte viene estratto il numero 6.
• Si estraggono a caso 2 palline in blocco, e sia X la variabile aleatoria che indica il minimo tra i due numeri estratti.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X.

Prob. richiesta $= \binom{3}{1}(\frac{1}{4})^1(1-\frac{1}{4})^{3-1} = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{64}$.

$\mathbb{E}[X] = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

L'estrazione di ognuno dei $\binom{4}{2} = 6$ sottoinsiemi di due palline è equiprobabile:
$\{3,4\}, \{3,5\}, \{3,6\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{5,6\}$. Quindi $p_X(5) = \frac{1}{6}$, $p_X(4) = \frac{2}{6}$, $p_X(3) = \frac{3}{6}$.

Esercizio 1 - compito 4

Un'urna ha 4 palline numerate con i numeri $4, 5, 6, 7$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e con reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre esattamente una volta il numero 6.
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$, dove X è la variabile aleatoria che conta quante volte viene estratto il numero 7.
• Si estraggono a caso 2 palline in blocco, e sia X la variabile aleatoria che indica il massimo tra i due numeri estratti.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X.

Prob. richiesta $= \binom{3}{1}(\frac{1}{4})^1(1-\frac{1}{4})^{3-1} = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{64}$.

$\mathbb{E}[X] = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

L'estrazione di ognuno dei $\binom{4}{2} = 6$ sottoinsiemi di due palline è equiprobabile:
$\{4,5\}, \{4,6\}, \{4,7\}, \{5,6\}, \{5,7\}, \{6,7\}$. Quindi $p_X(5) = \frac{1}{6}$, $p_X(6) = \frac{2}{6}$, $p_X(7) = \frac{3}{6}$.

Esercizio 2 - compito 1

Abbiamo due monete: se si lancia la moneta 1, la probabilità che esca testa è $\frac{1}{5}$; se si lancia la moneta 2, la probabilità che esca testa è $\frac{3}{5}$.
Si lancia un dado equo: se esce un numero pari si lancia la moneta 1; se esce un numero dispari si lancia la moneta 2.
- Calcolare la probabilità che esca testa nel lancio di moneta effettuato.

Formula delle probabilità totali:
$P(T) = P(T|M_1)P(M_1) + P(T|M_2)P(M_2) = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$.

Esercizio 2 - compito 2

Abbiamo due monete: se si lancia la moneta 1, la probabilità che esca testa è $\frac{2}{5}$; se si lancia la moneta 2, la probabilità che esca testa è $\frac{4}{5}$.
Si lancia un dado equo: se esce un numero pari si lancia la moneta 1; se esce un numero dispari si lancia la moneta 2.
- Calcolare la probabilità che esca testa nel lancio di moneta effettuato.

Formula delle probabilità totali:
$P(T) = P(T|M_1)P(M_1) + P(T|M_2)P(M_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

Esercizio 2 - compito 3

Abbiamo due monete: se si lancia la moneta 1, la probabilità che esca testa è $\frac{1}{8}$; se si lancia la moneta 2, la probabilità che esca testa è $\frac{5}{8}$.
Si lancia un dado equo: se esce un numero pari si lancia la moneta 1; se esce un numero dispari si lancia la moneta 2.
- Calcolare la probabilità che esca testa nel lancio di moneta effettuato.

Formula delle probabilità totali:
$P(T) = P(T|M_1)P(M_1) + P(T|M_2)P(M_2) = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{6} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{6} = \frac{18}{48} = \frac{3}{8}$.

Esercizio 2 - compito 4

Abbiamo due monete: se si lancia la moneta 1, la probabilità che esca testa è $\frac{3}{8}$; se si lancia la moneta 2, la probabilità che esca testa è $\frac{7}{8}$.
Si lancia un dado equo: se esce un numero pari si lancia la moneta 1; se esce un numero dispari si lancia la moneta 2.
- Calcolare la probabilità che esca testa nel lancio di moneta effettuato.

Formula delle probabilità totali:
$P(T) = P(T|M_1)P(M_1) + P(T|M_2)P(M_2) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{6} + \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{6} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$.

Esercizio 3 - compito 1

Siano $q_1, q_2, q_3 > 0$ tali che $q_1 + q_2 + q_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = q_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = q_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = q_3 \frac{2^j}{j!} e^{-2} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_1 = X_2)$.
- Calcolare $P(X_1 = 1 | X_1 + X_2 = 1)$.

$P(X_1 = X_2) = \sum_{j \geq 0} p_{X_1,X_2}(j,j) = q_3 \sum_{j \geq 0} \frac{2^j}{j!} e^{-2} = q_3 e^{-2} e^2 = q_3$.

$P(X_1 = 1 | X_1 + X_2 = 1) = \frac{p_{X_1,X_2}(1,0)}{p_{X_1,X_2}(1,0) + p_{X_1,X_2}(0,1)} = \frac{q_1/2}{(q_1+q_2)/2} = \frac{q_1}{q_1+q_2}$.

Esercizio 3 - compito 2

Siano $r_1, r_2, r_3 > 0$ tali che $r_1 + r_2 + r_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = r_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = r_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = r_3 \frac{3^j}{j!} e^{-3} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_1 = X_2)$.
- Calcolare $P(X_2 = 1 | X_1 + X_2 = 1)$.

$P(X_1 = X_2) = \sum_{j \geq 0} p_{X_1,X_2}(j,j) = r_3 \sum_{j \geq 0} \frac{3^j}{j!} e^{-3} = r_3 e^{-3} e^3 = r_3$.

$P(X_2 = 1 | X_1 + X_2 = 1) = \frac{p_{X_1,X_2}(0,1)}{p_{X_1,X_2}(1,0) + p_{X_1,X_2}(0,1)} = \frac{r_2/2}{(r_1+r_2)/2} = \frac{r_2}{r_1+r_2}$.

Esercizio 3 - compito 3

Siano $a_1, a_2, a_3 > 0$ tali che $a_1 + a_2 + a_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = a_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = a_3 \frac{4^j}{j!} e^{-4} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_1 = X_2)$.
- Calcolare $P(X_1 = 1 | X_1 + X_2 = 1)$.

$P(X_1 = X_2) = \sum_{j \geq 0} p_{X_1,X_2}(j,j) = a_3 \sum_{j \geq 0} \frac{4^j}{j!} e^{-4} = a_3 e^{-4} e^4 = a_3$.

$P(X_1 = 1 | X_1 + X_2 = 1) = \frac{p_{X_1,X_2}(1,0)}{p_{X_1,X_2}(1,0) + p_{X_1,X_2}(0,1)} = \frac{a_1/2}{(a_1+a_2)/2} = \frac{a_1}{a_1+a_2}$.

Esercizio 3 - compito 4

Siano $b_1, b_2, b_3 > 0$ tali che $b_1 + b_2 + b_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = b_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = b_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = b_3 \frac{5^j}{j!} e^{-5} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_1 = X_2)$.
- Calcolare $P(X_2 = 1 | X_1 + X_2 = 1)$.

$P(X_1 = X_2) = \sum_{j \geq 0} p_{X_1,X_2}(j,j) = b_3 \sum_{j \geq 0} \frac{5^j}{j!} e^{-5} = b_3 e^{-5} e^5 = b_3$.

$P(X_2 = 1 | X_1 + X_2 = 1) = \frac{p_{X_1,X_2}(0,1)}{p_{X_1,X_2}(1,0) + p_{X_1,X_2}(0,1)} = \frac{b_2/2}{(b_1+b_2)/2} = \frac{b_2}{b_1+b_2}$.

Esercizio 4 - compito 1

Sia X una variabile aleatoria con distribuzione uniforme su $(1,8)$.
- Trovare la densità continua di $Y = \sqrt{X-1}$.
- Calcolare $\mathbb{E}[Y^2]$.

Si ha $P(0 < Y < \sqrt{7}) = 1$. Per $y \in (0, \sqrt{7})$ si ha
$F_Y(y) = P(\sqrt{X-1} \le y) = P(X \le y^2+1) = \frac{y^2+1-1}{8-1} = \frac{y^2}{7}$ e quindi $f_Y(y) = \frac{2y}{7} 1_{(0,\sqrt{7})}(y)$.

$\mathbb{E}[Y^2] = \int_0^{\sqrt{7}} y^2 \cdot \frac{2y}{7} dy = \frac{2}{7} \int_0^{\sqrt{7}} y^3 dy = \frac{2}{7} [\frac{y^4}{4}]_{y=0}^{y=\sqrt{7}} = \frac{98}{28} = \frac{7}{2}$
oppure (usando la linearità del valore atteso e la formula del valore atteso di una uniforme)
$\mathbb{E}[Y^2] = \mathbb{E}[X-1] = \mathbb{E}[X] - 1 = \frac{1+8}{2} - 1 = \frac{1+8-2}{2} = \frac{7}{2}$.

Esercizio 4 - compito 2

Sia X una variabile aleatoria con distribuzione uniforme su $(2,7)$.
- Trovare la densità continua di $Y = \sqrt{X-2}$.
- Calcolare $\mathbb{E}[Y^2]$.

Si ha $P(0 < Y < \sqrt{5}) = 1$. Per $y \in (0, \sqrt{5})$ si ha
$F_Y(y) = P(\sqrt{X-2} \le y) = P(X \le y^2+2) = \frac{y^2+2-2}{7-2} = \frac{y^2}{5}$ e quindi $f_Y(y) = \frac{2y}{5} 1_{(0,\sqrt{5})}(y)$.

$\mathbb{E}[Y^2] = \int_0^{\sqrt{5}} y^2 \cdot \frac{2y}{5} dy = \frac{2}{5} \int_0^{\sqrt{5}} y^3 dy = \frac{2}{5} [\frac{y^4}{4}]_{y=0}^{y=\sqrt{5}} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$
oppure (usando la linearità del valore atteso e la formula del valore atteso di una uniforme)
$\mathbb{E}[Y^2] = \mathbb{E}[X-2] = \mathbb{E}[X] - 2 = \frac{2+7}{2} - 2 = \frac{2+7-4}{2} = \frac{5}{2}$.

Esercizio 4 - compito 3

Sia X una variabile aleatoria con distribuzione uniforme su $(3, 8)$.
- Trovare la densità continua di $Y = \sqrt{X-3}$.
- Calcolare $\mathbb{E}[Y^2]$.

Si ha $P(0 < Y < \sqrt{5}) = 1$. Per $y \in (0, \sqrt{5})$ si ha
$F_Y(y) = P(\sqrt{X-3} \leq y) = P(X \leq y^2 + 3) = \frac{y^2+3-3}{8-3} = \frac{y^2}{5}$ e quindi $f_Y(y) = \frac{2y}{5} 1_{(0,\sqrt{5})}(y)$.

$\mathbb{E}[Y^2] = \int_0^{\sqrt{5}} y^2 \cdot \frac{2y}{5} dy = \frac{2}{5} \int_0^{\sqrt{5}} y^3 dy = \frac{2}{5} [\frac{y^4}{4}]_{y=0}^{y=\sqrt{5}} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$
oppure (usando la linearità del valore atteso e la formula del valore atteso di una uniforme)
$\mathbb{E}[Y^2] = \mathbb{E}[X-3] = \mathbb{E}[X] - 3 = \frac{3+8}{2} - 3 = \frac{3+8-6}{2} = \frac{5}{2}$.

Esercizio 4 - compito 4

Sia X una variabile aleatoria con distribuzione uniforme su $(2, 9)$.
- Trovare la densità continua di $Y = \sqrt{X-2}$.
- Calcolare $\mathbb{E}[Y^2]$.

Si ha $P(0 < Y < \sqrt{7}) = 1$. Per $y \in (0, \sqrt{7})$ si ha
$F_Y(y) = P(\sqrt{X-2} \leq y) = P(X \leq y^2 + 2) = \frac{y^2+2-2}{9-2} = \frac{y^2}{7}$ e quindi $f_Y(y) = \frac{2y}{7} 1_{(0,\sqrt{7})}(y)$.

$\mathbb{E}[Y^2] = \int_0^{\sqrt{7}} y^2 \cdot \frac{2y}{7} dy = \frac{2}{7} \int_0^{\sqrt{7}} y^3 dy = \frac{2}{7} [\frac{y^4}{4}]_{y=0}^{y=\sqrt{7}} = \frac{98}{28} = \frac{7}{2}$
oppure (usando la linearità del valore atteso e la formula del valore atteso di una uniforme)
$\mathbb{E}[Y^2] = \mathbb{E}[X-2] = \mathbb{E}[X] - 2 = \frac{2+9}{2} - 2 = \frac{2+9-4}{2} = \frac{7}{2}$.

Esercizio 5 - compito 1

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.
- Sia Y una variabile aleatoria con Normale di media 10 e varianza 4. Dire per quale valore di $y > 10$ si ha $P(Y \leq y) = \Phi(3/2)$.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite), con distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Calcolare

$$P(110 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 121)$$

con l'approssimazione Normale, esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.

Indichiamo con $Y^* = \frac{Y-10}{\sqrt{4}}$ la standardizzata di Y e si ha
$\Phi(3/2) = P(Y \leq y) = P(Y^* \leq \frac{y-10}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-10}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-10}{2})$ da cui segue $\frac{3}{2} = \frac{y-10}{2}$ e quindi $y = 13$.

Osserviamo che $\mu = 1/\lambda = 1$ e $\sigma^2 = 1/\lambda^2 = 1$. Per l'approssimazione Normale (che segue dal Teorema Limite Centrale) si ha
$P(110 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 121) \approx \Phi\left(\frac{121-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) - \Phi\left(\frac{110-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) = \Phi(2.1) - \Phi(1)$.

Esercizio 5 - compito 2

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.
- Sia Y una variabile aleatoria con Normale di media 20 e varianza 4. Dire per quale valore di $y > 20$ si ha $P(Y \leq y) = \Phi(3/2)$.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite), con distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Calcolare

$$P(110 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 122)$$

con l'approssimazione Normale, esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.

Indichiamo con $Y^* = \frac{Y-20}{\sqrt{4}}$ la standardizzata di Y e si ha
$\Phi(3/2) = P(Y \leq y) = P(Y^* \leq \frac{y-20}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-20}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-20}{2})$ da cui segue $\frac{3}{2} = \frac{y-20}{2}$ e quindi $y = 23$.

Osserviamo che $\mu = 1/\lambda = 1$ e $\sigma^2 = 1/\lambda^2 = 1$. Per l'approssimazione Normale (che segue dal Teorema Limite Centrale) si ha
$P(110 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 122) \approx \Phi\left(\frac{122-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) - \Phi\left(\frac{110-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) = \Phi(2.2) - \Phi(1)$.

Esercizio 5 - compito 3

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.
- Sia Y una variabile aleatoria con Normale di media 30 e varianza 4. Dire per quale valore di $y > 30$ si ha $P(Y \leq y) = \Phi(1/2)$.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite), con distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Calcolare

$$P(120 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 123)$$

con l'approssimazione Normale, esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.

Indichiamo con $Y^* = \frac{Y-30}{\sqrt{4}}$ la standardizzata di Y e si ha
$\Phi(1/2) = P(Y \leq y) = P(Y^* \leq \frac{y-30}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-30}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-30}{2})$ da cui segue $\frac{1}{2} = \frac{y-30}{2}$ e quindi $y = 31$.

Osserviamo che $\mu = 1/\lambda = 1$ e $\sigma^2 = 1/\lambda^2 = 1$. Per l'approssimazione Normale (che segue dal Teorema Limite Centrale) si ha
$P(120 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 123) \approx \Phi\left(\frac{123-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) - \Phi\left(\frac{120-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) = \Phi(2.3) - \Phi(2)$.

Esercizio 5 - compito 4

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.
- Sia Y una variabile aleatoria con Normale di media 40 e varianza 4. Dire per quale valore di $y > 40$ si ha $P(Y \leq y) = \Phi(1/2)$.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite), con distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Calcolare

$$P(120 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 124)$$

con l'approssimazione Normale, esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.

Indichiamo con $Y^* = \frac{Y-40}{\sqrt{4}}$ la standardizzata di Y e si ha
$\Phi(1/2) = P(Y \leq y) = P(Y^* \leq \frac{y-40}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-40}{\sqrt{4}}) = \Phi(\frac{y-40}{2})$ da cui segue $\frac{1}{2} = \frac{y-40}{2}$ e quindi $y = 41$.

Osserviamo che $\mu = 1/\lambda = 1$ e $\sigma^2 = 1/\lambda^2 = 1$. Per l'approssimazione Normale (che segue dal Teorema Limite Centrale) si ha
$P(120 \leq X_1 + \cdots + X_{100} \leq 124) \approx \Phi\left(\frac{124-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) - \Phi\left(\frac{120-100\cdot 1}{1\cdot\sqrt{100}}\right) = \Phi(2.4) - \Phi(2)$.