Appello 3

Esercizio 1 - compito 1

Un'urna ha 2 palline bianche, 3 rosse e 5 nere.
• Si estraggono a caso 2 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X che conta il numero di palline rosse estratte.
- Calcolare la probabilità di estrarre la sequenza di colori $(\text{rosso}, \text{nero})$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre due palline bianche e una rossa in un qualsiasi ordine.

Distribuzione ipergeometrica:
$p_X(0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}$, $p_X(1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{7}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}$, $p_X(2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{7}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{15}$.

Prob. richiesta $= \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{6}$.

Prob. richiesta $= \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{1}\binom{5}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{120} = \frac{1}{40}$.

Esercizio 1 - compito 2

Un'urna ha 2 palline bianche, 3 rosse e 5 nere.
• Si estraggono a caso 2 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X che conta il numero di palline rosse estratte.
- Calcolare la probabilità di estrarre la sequenza di colori $(\text{bianco}, \text{nero})$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre due palline bianche e una nera in un qualsiasi ordine.

Distribuzione ipergeometrica:
$p_X(0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}$, $p_X(1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{7}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}$, $p_X(2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{7}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{15}$.

Prob. richiesta $= \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{9}$.

Prob. richiesta $= \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{0}\binom{5}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5}{120} = \frac{1}{24}$.

Esercizio 1 - compito 3

Un'urna ha 2 palline bianche, 3 rosse e 5 nere.
• Si estraggono a caso 2 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X che conta il numero di palline nere estratte.
- Calcolare la probabilità di estrarre la sequenza di colori $(\text{bianco}, \text{rosso})$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre due palline bianche e una nera in un qualsiasi ordine.

Distribuzione ipergeometrica:
$p_X(0) = \frac{\binom{5}{0}\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{2}{9}$, $p_X(1) = \frac{\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{5}{9}$, $p_X(2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{5}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{2}{9}$.

Prob. richiesta $= \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{15}$.

Prob. richiesta $= \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{0}\binom{5}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5}{120} = \frac{1}{24}$.

Esercizio 1 - compito 4

Un'urna ha 2 palline bianche, 3 rosse e 5 nere.
• Si estraggono a caso 2 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Trovare la densità discreta della variabile aleatoria X che conta il numero di palline nere estratte.
- Calcolare la probabilità di estrarre la sequenza di colori $(\text{nero}, \text{nero})$.
• Si estraggono a caso 3 palline, una alla volta e senza reinserimento.
- Calcolare la probabilità di estrarre due palline bianche e una rossa in un qualsiasi ordine.

Distribuzione ipergeometrica:
$p_X(0) = \frac{\binom{5}{0}\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{2}{9}$, $p_X(1) = \frac{\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{5}{9}$, $p_X(2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{5}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{2}{9}$.

Prob. richiesta $= \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$.

Prob. richiesta $= \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{1}\binom{5}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{120} = \frac{1}{40}$.

Esercizio 2 - compito 1

Si consideri il seguente gioco. Si lancia un dado equo:
- si perde il gioco se esce 1;
- se esce 2 o 3 o 4 o 5, si lancia una moneta equa e si vince il gioco se esce testa;
- si vince il gioco se esce 6.

- Calcolare la probabilità che sia uscito il numero k nel lancio del dado (per $k \in \{1,2,3,4,5,6\}$) sapendo di aver vinto il gioco.

Formula di Bayes:

$$P(E_k|V) = \frac{P(V|E_k)P(E_k)}{P(V)} = \frac{P(V|E_k)\cdot\frac{1}{6}}{0\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{6}+1\cdot\frac{1}{6}} = \frac{P(V|E_k)}{3} = \begin{cases} 0 & \text{se } k=1 \\ 1/6 & \text{se } k \in \{2,3,4,5\} \\ 1/3 & \text{se } k=6. \end{cases}$$

Esercizio 2 - compito 2

Si consideri il seguente gioco. Si lancia un dado equo:
- si perde il gioco se esce 1 o 2;
- se esce 3 o 4, si lancia una moneta equa e si vince il gioco se esce testa;
- si vince il gioco se esce 5 o 6.

- Calcolare la probabilità che sia uscito il numero k nel lancio del dado (per $k \in \{1,2,3,4,5,6\}$) sapendo di aver vinto il gioco.

Formula di Bayes:

$$P(E_k|V) = \frac{P(V|E_k)P(E_k)}{P(V)} = \frac{P(V|E_k)\cdot\frac{1}{6}}{0\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6}+1\cdot\frac{2}{6}} = \frac{P(V|E_k)}{3} = \begin{cases} 0 & \text{se } k \in \{1,2\} \\ 1/6 & \text{se } k \in \{3,4\} \\ 1/3 & \text{se } k \in \{5,6\}. \end{cases}$$

Esercizio 2 - compito 3

Si consideri il seguente gioco. Si lancia un dado equo:
- si perde il gioco se esce 1 o 2;
- se esce 3 o 4 o 5, si lancia una moneta equa e si vince il gioco se esce testa;
- si vince il gioco se esce 6.

- Calcolare la probabilità che sia uscito il numero k nel lancio del dado (per $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) sapendo di aver vinto il gioco.

Formula di Bayes:

$$P(E_k|V) = \frac{P(V|E_k)P(E_k)}{P(V)} = \frac{P(V|E_k)\cdot\frac{1}{6}}{0\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}+1\cdot\frac{1}{6}} = \frac{2P(V|E_k)}{5} = \begin{cases} 0 & \text{se } k \in \{1,2\} \\ 1/5 & \text{se } k \in \{3,4,5\} \\ 2/5 & \text{se } k = 6. \end{cases}$$

Esercizio 2 - compito 4

Si consideri il seguente gioco. Si lancia un dado equo:
- si perde il gioco se esce 1;
- se esce 2 o 3 o 4, si lancia una moneta equa e si vince il gioco se esce testa;
- si vince il gioco se esce 5 o 6.

- Calcolare la probabilità che sia uscito il numero k nel lancio del dado (per $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) sapendo di aver vinto il gioco.

Formula di Bayes:

$$P(E_k|V) = \frac{P(V|E_k)P(E_k)}{P(V)} = \frac{P(V|E_k)\cdot\frac{1}{6}}{0\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}+1\cdot\frac{2}{6}} = \frac{2P(V|E_k)}{7} = \begin{cases} 0 & \text{se } k = 1 \\ 1/7 & \text{se } k \in \{2,3,4\} \\ 2/7 & \text{se } k \in \{5,6\}. \end{cases}$$

Esercizio 3 - compito 1

Siano $q_1, q_2, q_3 > 0$ tali che $q_1 + q_2 + q_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = q_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = q_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = q_3 \frac{2^j}{j!} e^{-2} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_1 = 0)$.
- Calcolare $P(X_1 + X_2 \leq 1)$.

$P(X_1 = 0) = p_{X_1,X_2}(0,0) + \sum_{k\geq 1} p_{X_1,X_2}(0,k) = q_3 e^{-2} + q_2 \sum_{k\geq 1} \left(\frac{1}{2}\right)^k = q_3 e^{-2} + q_2$.

$P(X_1 + X_2 \leq 1) = p_{X_1,X_2}(0,0) + p_{X_1,X_2}(1,0) + p_{X_1,X_2}(0,1) = q_3 e^{-2} + \frac{q_1+q_2}{2}$.

Esercizio 3 - compito 2

Siano $r_1, r_2, r_3 > 0$ tali che $r_1 + r_2 + r_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = r_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = r_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = r_3 \frac{3^j}{j!} e^{-3} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_2 = 0)$.
- Calcolare $P(X_1 + X_2 \leq 1)$.

$P(X_2 = 0) = p_{X_1,X_2}(0,0) + \sum_{k\geq 1} p_{X_1,X_2}(k,0) = r_3 e^{-3} + r_1 \sum_{k\geq 1} \left(\frac{1}{2}\right)^k = r_3 e^{-3} + r_1$.

$P(X_1 + X_2 \leq 1) = p_{X_1,X_2}(0,0) + p_{X_1,X_2}(1,0) + p_{X_1,X_2}(0,1) = r_3 e^{-3} + \frac{r_1+r_2}{2}$.

Esercizio 3 - compito 3

Siano $a_1, a_2, a_3 > 0$ tali che $a_1 + a_2 + a_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = a_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = a_3 \frac{4^j}{j!} e^{-4} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_2 = 0)$.
- Calcolare $P(X_1 + X_2 = 2)$.

$P(X_2 = 0) = p_{X_1,X_2}(0,0) + \sum_{k\geq 1} p_{X_1,X_2}(k,0) = a_3 e^{-4} + a_1 \sum_{k\geq 1} \left(\frac{1}{2}\right)^k = a_3 e^{-4} + a_1$.

$P(X_1 + X_2 = 2) = p_{X_1,X_2}(1,1) + p_{X_1,X_2}(2,0) + p_{X_1,X_2}(0,2) = 4a_3 e^{-4} + \frac{a_1+a_2}{4}$.

Esercizio 3 - compito 4

Siano $b_1, b_2, b_3 > 0$ tali che $b_1 + b_2 + b_3 = 1$.
Consideriamo la seguente densità congiunta discreta:

$$p_{X_1,X_2}(k,0) = b_1 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{e} \quad p_{X_1,X_2}(0,k) = b_2 \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad \text{per } k \geq 1 \text{ intero;}$$

$$p_{X_1,X_2}(j,j) = b_3 \frac{5^j}{j!} e^{-5} \quad \text{per } j \geq 0 \text{ intero.}$$

- Calcolare $P(X_1 = 0)$.
- Calcolare $P(X_1 + X_2 = 2)$.

$P(X_1 = 0) = p_{X_1,X_2}(0,0) + \sum_{k\geq 1} p_{X_1,X_2}(0,k) = b_3 e^{-5} + b_2 \sum_{k\geq 1} \left(\frac{1}{2}\right)^k = b_3 e^{-5} + b_2$.

$P(X_1 + X_2 = 2) = p_{X_1,X_2}(1,1) + p_{X_1,X_2}(2,0) + p_{X_1,X_2}(0,2) = 5b_3 e^{-5} + \frac{b_1+b_2}{4}$.

Esercizio 4 - compito 1

Sia X una variabile aleatoria con densità continua $f_X(x) = \frac{e^x}{e^2-1} 1_{(0,2)}(x)$.
- Trovare la funzione di distribuzione di $Y = X^2$. In particolare quanto vale $F_Y(5)$?
- Calcolare $\mathbb{E}[e^{-X}]$.

Si ha $P(0 < Y < 4) = 1$. Allora, per $y \in (0, 4)$,
$F_Y(y) = P(X^2 \leq y) = P(X \leq \sqrt{y}) = \int_0^{\sqrt{y}} \frac{e^x}{e^2-1} dx = \frac{e^{\sqrt{y}}-1}{e^2-1}$; quindi $F_Y(5) = 1$ perché $F_Y(4) = 1$.

$\mathbb{E}[e^{-X}] = \int_0^2 e^{-x} \cdot \frac{e^x}{e^2-1} dx = \int_0^2 \frac{1}{e^2-1} dx = \frac{2}{e^2-1}$.

Esercizio 4 - compito 2

Sia X una variabile aleatoria con densità continua $f_X(x) = \frac{e^x}{e^3-1} 1_{(0,3)}(x)$.
- Trovare la funzione di distribuzione di $Y = X^2$. In particolare quanto vale $F_Y(10)$?
- Calcolare $\mathbb{E}[e^{-X}]$.

Si ha $P(0 < Y < 9) = 1$. Allora, per $y \in (0, 9)$,
$F_Y(y) = P(X^2 \leq y) = P(X \leq \sqrt{y}) = \int_0^{\sqrt{y}} \frac{e^x}{e^3-1} dx = \frac{e^{\sqrt{y}}-1}{e^3-1}$; quindi $F_Y(10) = 1$ perché $F_Y(9) = 1$.

$\mathbb{E}[e^{-X}] = \int_0^3 e^{-x} \cdot \frac{e^x}{e^3-1} dx = \int_0^3 \frac{1}{e^3-1} dx = \frac{3}{e^3-1}$.

Esercizio 4 - compito 3

Sia X una variabile aleatoria con densità continua $f_X(x) = \frac{e^x}{e^4-1} 1_{(0,4)}(x)$.
- Trovare la funzione di distribuzione di $Y = X^2$. In particolare quanto vale $F_Y(17)$?
- Calcolare $\mathbb{E}[e^{-X}]$.

Si ha $P(0 < Y < 16) = 1$. Allora, per $y \in (0, 16)$,
$F_Y(y) = P(X^2 \leq y) = P(X \leq \sqrt{y}) = \int_0^{\sqrt{y}} \frac{e^x}{e^4-1} dx = \frac{e^{\sqrt{y}}-1}{e^4-1}$; quindi $F_Y(17) = 1$ perché $F_Y(16) = 1$.

$\mathbb{E}[e^{-X}] = \int_0^4 e^{-x} \cdot \frac{e^x}{e^4-1} dx = \int_0^4 \frac{1}{e^4-1} dx = \frac{4}{e^4-1}$.

Esercizio 4 - compito 4

Sia X una variabile aleatoria con densità continua $f_X(x) = \frac{e^x}{e^5-1} 1_{(0,5)}(x)$.
- Trovare la funzione di distribuzione di $Y = X^2$. In particolare quanto vale $F_Y(26)$?
- Calcolare $\mathbb{E}[e^{-X}]$.

Si ha $P(0 < Y < 25) = 1$. Allora, per $y \in (0, 25)$,
$F_Y(y) = P(X^2 \leq y) = P(X \leq \sqrt{y}) = \int_0^{\sqrt{y}} \frac{e^x}{e^5-1} dx = \frac{e^{\sqrt{y}}-1}{e^5-1}$; quindi $F_Y(26) = 1$ perché $F_Y(25) = 1$.

$\mathbb{E}[e^{-X}] = \int_0^5 e^{-x} \cdot \frac{e^x}{e^5-1} dx = \int_0^5 \frac{1}{e^5-1} dx = \frac{5}{e^5-1}$.

Esercizio 5 - compito 1

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

- Siano X_1 e X_2 due variabili aleatorie Normali standard (cioè con media 0 e varianza 1) e indipendenti. Si calcoli $P(X_1 - X_2 \geq 1.7\sqrt{2})$ esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite). Supponiamo che abbiano media finita $\mu = 0$ e varianza finita $\sigma^2 = 121$. Dire per quale valore di $x > 0$ si ha

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{\sqrt{n}} \geq -2x\right) = 1 - \Phi(-2).$$

La variabile aleatoria $X_1 - X_2$ ha distribuzione Normale di media 0 e varianza 2 (essendo una combinazione lineare di Normali indipendenti) e quindi si ha
$P(X_1 - X_2 \geq 1.7\sqrt{2}) = P\left(\frac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{2}} \geq \frac{1.7\sqrt{2} - 0}{\sqrt{2}}\right) = 1 - \Phi(1.7)$.

Osserviamo che $\sigma = \sqrt{121} = 11$. Per il Teorema Limite Centrale si ha
$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{\sqrt{n}} \geq -2x\right) = \lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{11\sqrt{n}} \geq -2\frac{x}{11}\right) = 1 - \Phi\left(-2\frac{x}{11}\right)$
da cui segue $-2\frac{x}{11} = -2$ e $x = 11$.

Esercizio 5 - compito 2

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

- Siano X_1 e X_2 due variabili aleatorie Normali standard (cioè con media 0 e varianza 1) e indipendenti. Si calcoli $P(X_1 - X_2 \leq 1.6\sqrt{2})$ esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite). Supponiamo che abbiano media finita $\mu = 0$ e varianza finita $\sigma^2 = 196$. Dire per quale valore di $x > 0$ si ha

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{\sqrt{n}} \geq -2x\right) = 1 - \Phi(-1).$$

La variabile aleatoria $X_1 - X_2$ ha distribuzione Normale di media 0 e varianza 2 (essendo una combinazione lineare di Normali indipendenti) e quindi si ha
$P(X_1 - X_2 \leq 1.6\sqrt{2}) = P\left(\frac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{2}} \leq \frac{1.6\sqrt{2} - 0}{\sqrt{2}}\right) = \Phi(1.6)$.

Osserviamo che $\sigma = \sqrt{196} = 14$. Per il Teorema Limite Centrale si ha
$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{\sqrt{n}} \geq -2x\right) = \lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{14\sqrt{n}} \geq -2\frac{x}{14}\right) = 1 - \Phi\left(-2\frac{x}{14}\right)$
da cui segue $-2\frac{x}{14} = -1$ e $x = 7$.

Esercizio 5 - compito 3

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.
- Siano X_1 e X_2 due variabili aleatorie Normali standard (cioè con media 0 e varianza 1) e indipendenti. Si calcoli $P(X_1 - X_2 \geq 1.5\sqrt{2})$ esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite). Supponiamo che abbiano media finita $\mu = 0$ e varianza finita $\sigma^2 = 169$. Dire per quale valore di $x > 0$ si ha

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{\sqrt{n}} \geq -x\right) = 1 - \Phi(-1).$$

La variabile aleatoria $X_1 - X_2$ ha distribuzione Normale di media 0 e varianza 2 (essendo una combinazione lineare di Normali indipendenti) e quindi si ha
$P(X_1 - X_2 \geq 1.5\sqrt{2}) = P\left(\frac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{2}} \geq \frac{1.5\sqrt{2} - 0}{\sqrt{2}}\right) = 1 - \Phi(1.5)$.

Osserviamo che $\sigma = \sqrt{169} = 13$. Per il Teorema Limite Centrale si ha
$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{\sqrt{n}} \geq -x\right) = \lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{13\sqrt{n}} \geq -\frac{x}{13}\right) = 1 - \Phi\left(-\frac{x}{13}\right)$
da cui segue $-\frac{x}{13} = -1$ e $x = 13$.

Esercizio 5 - compito 4

Poniamo $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.
- Siano X_1 e X_2 due variabili aleatorie Normali standard (cioè con media 0 e varianza 1) e indipendenti. Si calcoli $P(X_1 - X_2 \leq 1.4\sqrt{2})$ esprimendo il risultato con la funzione $\Phi(y)$ con un argomento y non negativo.
- Sia $\{X_n : n \geq 1\}$ una successione di variabili aleatorie i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite). Supponiamo che abbiano media finita $\mu = 0$ e varianza finita $\sigma^2 = 144$. Dire per quale valore di $x > 0$ si ha

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{\sqrt{n}} \geq -x\right) = 1 - \Phi(-2).$$

La variabile aleatoria $X_1 - X_2$ ha distribuzione Normale di media 0 e varianza 2 (essendo una combinazione lineare di Normali indipendenti) e quindi si ha
$P(X_1 - X_2 \leq 1.4\sqrt{2}) = P\left(\frac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{2}} \leq \frac{1.4\sqrt{2} - 0}{\sqrt{2}}\right) = \Phi(1.4)$.

Osserviamo che $\sigma = \sqrt{144} = 12$. Per il Teorema Limite Centrale si ha
$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{\sqrt{n}} \geq -x\right) = \lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1+\cdots+X_n}{12\sqrt{n}} \geq -\frac{x}{12}\right) = 1 - \Phi\left(-\frac{x}{12}\right)$
da cui segue $-\frac{x}{12} = -2$ e $x = 24$.