ES. : TROVARE TUTTI GLI $x, y \in \mathbb{Z}$ TALI CHE

$$89 \cdot x + 43 \cdot y = 1. \qquad (*)$$

SAPPIAMO DALLA TEORIA CHE ESISTONO TALI $x, y \in \mathbb{Z}$ SE E SOLO SE $\mathrm{MCD}(89, 43) \mid 1$. CALCOLIAMO $(89, 43)$ CON A.E.

$$89 = 2 \cdot 43 + 3$$

$$43 = 14 \cdot 3 + \boxed{1}$$

$$3 = 3 \cdot 1 + 0$$

QUINDI $(89, 43) = 1$. POICHÈ $1 | 1 \Rightarrow$ CI SONO SOLUZIONI E QUESTE SONO TUTTE DELLA FORMA

$$x = x_0 - \left(\frac{b}{d}\right) \cdot t \quad , \quad y = y_0 + \left(\frac{a}{d}\right) \cdot t$$

CON $t \in \mathbb{Z}$. QUINDI NEL NOSTRO CASO

$$X = X_0 - 43 \cdot t \quad , \quad Y = Y_0 + 89 \cdot t$$

DOVE X_0, Y_0 È UNA SOLUZIONE PARTICO= LARE DI (*). PER TROVARE X_0 E Y_0 CALCOLIAMO L'ID. DI BEZOÚT. SVOLGIAMO A.E. A RITROSO:

$$1 = 43 + 3(-14)$$

$$= 43 + \left(89 + 43(-2)\right) \cdot (-14)$$

$$= 43 \cdot 29 + 89 \cdot (-14)$$

QUINDI L'ID. DI BEZOÚT È

$$1 = 43 \cdot (29) + 89 \cdot (-14)$$

PERTANTO $X_0 = -14$ E $Y_0 = 29$ SONO SOLUZIONE DI (*). QUINDI LE SOL.

DI (*) SONO

$$X = -14 - 43 \cdot t \quad , \quad Y = 29 + 89 \cdot t$$

CON $t \in \mathbb{Z}$. PERTANTO PER ES.

$X = -14$, $Y = 29$ È SOL. $(t = 0)$

$X = -57$, $Y = 118$ È SOL. $(t = 1)$

$X = 29$, $Y = -60$ È SOL. $(t = -1)$

ETC...

__ES.__ : TROVARE TUTTI GLI $x, y \in \mathbb{Z}$ TALI CHE

$$875 \cdot x + 235 \cdot y = 10. \qquad (*)$$

SAPPIAMO DALLA TEORIA CHE TALI $x, y \in \mathbb{Z}$ ESISTONO SE E SOLO SE $(875, 235) \mid 10$.
CALCOLIAMO $(875, 235)$ CON A.E:

$$875 = 3 \cdot 235 + 170 \qquad (1)$$

$$235 = 1 \cdot 170 + 65 \qquad (2)$$

$$170 = 2 \cdot 65 + 40 \qquad (3)$$

$$65 = 1 \cdot 40 + 25 \qquad (4)$$

$$40 = 1 \cdot 25 + 15 \qquad (5)$$

$$25 = 1 \cdot 15 + 10 \qquad (6)$$

$$15 = 1 \cdot 10 + \boxed{5} \qquad (7)$$

$$10 = 2 \cdot 5 + 0$$

$\Rightarrow$ MCD$(875, 235) = 5$. POICHÈ $5 \mid 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ CI SONO SOL. E SONO TUTTE DELLA FORMA

$$x = x_0 - \left(\frac{235}{5}\right) \cdot t \quad , \quad y = y_0 + \left(\frac{875}{5}\right) \cdot t$$

DOVE $t \in \mathbb{Z}$ E x_0, y_0 È UNA SOLUZIONE DI (*). PER TROVARE x_0 E y_0 CALCOLIAMO L'ID. DI BEZOÚT:

$$5 = 15 + 10 \cdot (-1)$$

(7)

$$= 15 + \left(25 + 15(-1)\right) \cdot (-1)$$

(6)

$$= 15 \cdot (2) + 25 \cdot (-1)$$

$$= \left(40 + 25 \cdot (-1)\right) \cdot (2) + 25 \cdot (-1)$$

(5)

$$= 40 \cdot (2) + 25 \cdot (-3)$$

$$= 40 \cdot (2) + \left(65 + 40 \cdot (-1)\right) \cdot (-3)$$

(4)

$$= 40 \cdot (5) + 65 \cdot (-3)$$

$$= \left(170 + 65 \cdot (-2)\right) \cdot (5) + 65 \cdot (-3)$$

(3)

$$= 170 \cdot (5) + 65 \cdot (-13)$$

$$= 170 \cdot (5) + \left(235 + 170(-1)\right) \cdot (-13)$$

(2)

$$= 170 \cdot (18) + 235 \cdot (-13)$$

$$\overset{(1)}{=}\left(875+235\cdot(-3)\right)(18)+235\cdot(-13)$$

(1)

$$=875\cdot(18)+235\cdot(-67)$$

QUINDI L'ID. DI BEZOÚT È

$$5=\cancel{845}\ 875\cdot(18)+235\cdot(-67)$$

MA A NOI INTERESSA 10 $\Rightarrow$ MOLTIPLICO PER 2:

$$10 = 875 \cdot (36) + 235 (-134)$$

QUINDI $x_0 = 36$ E $y_0 = -134$ È UNA SOL. DI (*). PERTANTO LE SOL. SONO

$$x = 36 - 47 \cdot t \quad , \quad y = -134 + 175 \cdot t$$

CON $t \in \mathbb{Z}$.