

# Matematica Discreta

(Prof. F. Brenti)

## VI Appello

(23 Settembre, 2019)

Ogni problema vale 4 punti. Gli studenti che sostengono l'esame per 3 crediti devono risolvere solo i problemi 3, 4, e 5. Motivare tutte le risposte. Punti possono essere tolti per comunicazioni con altri studenti, o per un lavoro particolarmente disordinato. Comunicazioni con l'esterno, o l'uso di uno smartphone, comportano l'annullamento dell'esame. Gli OPA in questo esame sono i problemi 2, 7 e 8.

1. Sia  $R$  la relazione su  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  definita ponendo  $aRb$  se e solo se  $a - b$  è dispari oppure è uguale a 0. Decidere se  $R$  è una relazione di equivalenza.

2. ~~Trovare tutte le classi di resto  $[a]_{150}$  tali che~~

Calcolare, se esiste, l'inversa  
moltiplicativa di

~~$[62]_{150} [2]_{150} = [18]_{150}$~~

$[31]_{65}$

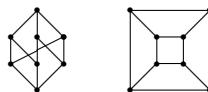
3. Calcolare

$$|\{f \in S_8 : f(1) \neq 1, f(7) \neq 7\}|.$$

4. Trovare un'espressione asintotica chiusa per

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{i^2 + 1}{i} \right).$$

5. Siano  $G_1$  e  $G_2$  i grafi rappresentati graficamente nella seguente figura



Decidere se  $G_1$  e  $G_2$  sono isomorfi. In caso affermativo esibire un isomorfismo, altrimenti esibire una proprietà invariante per isomorfismo che uno dei due grafi possiede e l'altro no.

6. Dimostrare che esistono infiniti numeri primi.
7. Trovare tutte le coppie di numeri interi  $x, y \in \mathbb{Z}$  tali che

$$33x + 138y = 99.$$

8. Risolvere la ricorsione lineare

$$f(n+3) = 3f(n+1) - 2f(n)$$

per  $n \geq 0$ , con le condizioni iniziali  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f(2) = 9$ .