ES. SIANO $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_{>0}$ DEFINITE PONENDO

$$f(n) \stackrel{def}{=} \log_2(n) \quad , \quad g(n) \stackrel{def}{=} \log_{10}(n)$$

$\forall n \in \mathbb{N}$. DECIDERE QUALI DELLE RELAZIONI, $o, O, \Omega, \Theta, \approx$ VALGONO TRA f E g.

ABBIAMO CHE

$$f(n) = \frac{\ln(n)}{\ln(2)} \quad , \quad g(n) = \frac{\ln(n)}{\ln(10)}$$

PERTANTO

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{\ln(10)}{\ln(2)} \to \frac{\ln(10)}{\ln(2)}$$

SE $n \to +\infty$. QUINDI $f \not\sim g$. INOLTRE

$$\frac{f(n)}{g(n)} \leq \frac{\ln(10)}{\ln(2)}$$

SE $n > 0 \Rightarrow f = O(g)$. SIMILMENTE $g = O(f) \Rightarrow f = \Omega(g)$ E $g = \Omega(f)$.

INFINE $\dfrac{f(n)}{g(n)} \not\to 0$ SE $n \to +\infty \Rightarrow f \neq o(g)$.

SIMILMENTE $g \neq o(f)$.

<u>ES.</u> COME SOPRA PER

$$f(n) = 1 + \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right), \quad g(n) = 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

$\forall n \in \mathbb{N}$.

ABBIAMO CHE

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8				
$f(n)$	2	1	0	1	2	1	0	1	2	1	0	1	....
$g(n)$	1	2	1	0	1	2	1	0	1	2	1	0	...

POICHÈ $\lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$ NON ESISTE $\Rightarrow f \not\asymp g$,

$f \neq o(g)$ E $g \neq o(f)$. INOLTRE SE $\exists\, c > 0$

TALE CHE $f(n) \leq c \cdot g(n)$ SE $n > N$

$\Rightarrow 1 \leq c \cdot 0 \Rightarrow$ ASSURDO $\Rightarrow f \neq O(g)$.

SIMILMENTE $g \neq O(f)$. QUINDI $g \neq \Omega(f)$ E

$f \neq \Omega(g)$ E $f \neq \Theta(g)$.

<u>OSS.</u> SE

$$f(n) \stackrel{def}{=} 2 + \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right), \quad g(n) = 2 + \mathrm{sen}\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ COME SOPRA $\left(f \not\sim g,\ f \neq o(g),\ g \neq o(f)\right)$

MA $f = O(g)$ E $g = O(f) \Rightarrow g = \Omega(f)$ E

$f = \Omega(g)$ E $f = \Theta(g)$ $\left(\Rightarrow g = \Theta(f)\right)$.