数学实验与数学软件第一次作业

姓名：郑博引 学号：23339147

作业：P19到P20 6 7 8 10

6：

6. 在 MATLAB 中输入如下命令：

```
format long
x=4/3-1
y=3*x
z=1-y
```

观察计算结果，并思考和分析 z 的结果为什么不是精确地等于零.

解：

```
x =

   0.333333333333333


y =

   1.000000000000000


z =

     2.220446049250313e-16
```

注意到我们首先我们计算x的值时就并非使用完整的三分之一来描述，而是使用一个有限位的小数储存结果，这样就导致我们后续计算y的值的时候产生了偏差，最后z也因此不为0。

7:

7. 为了画出多项式函数 $y=x^7-7x^6+21x^5-35x^4+35x^3-21x^2+7x-1$ 在区间 [0.988,1.012]上的图形,请你在 MATLAB 中输入如下命令:


```
x=0.988:.0001:1.012
y=x.^7-7*x.^6+21*x.^5-35*x.^4+35*x.^3-21*x.^2+7*x-1
plot(x,y)
```

或者直接输入如下命令:

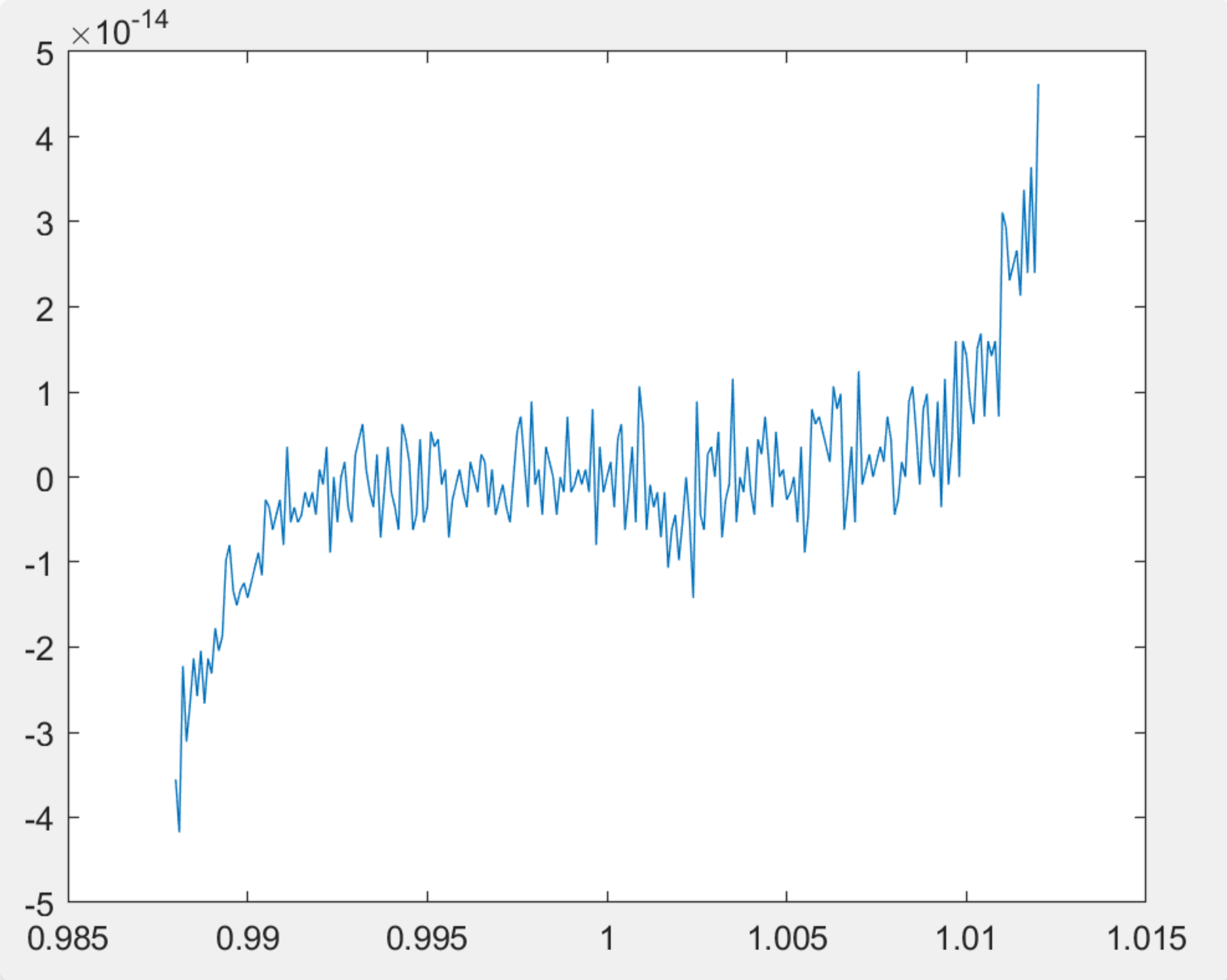
```
fplot(@(x) x.^7-7*x.^6+21*x.^5-35*x.^4+35*x.^3-21*x.^2+7*x-1, [0.988,1.012])
```

观察计算结果,并思考和分析为什么图形看起来不连续.

解:

y 其实是二项式 $(x-1)^7$ 的展开形式。

结果:



当直接计算这个展开式时，会用一些非常相近的大数进行加减运算，这会导致严重的精度损失，相当于一次的精度丢失现在有八次，这也就导致函数和实际值差距很大。

8：

8. 请用 MATLAB 编写函数 M-文件计算

$$f(a,n)=\underbrace{(((\underbrace{\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{a}}}}_{n\text{次}})^2)^2\cdots)^2}_{n\text{次}}.$$

固定 a，当 n 变大时(如 $a=4$，n 从 1 变为 $2,3,\cdots,100$)，观察计算结果是否永远是 a.

解：

代码：

说明并非一直为4，而是由于精度损失而误差逐渐变大，甚至直接为1。

```
%% 第八问
a=4;
T=1:10;
for n=10:10:100
    for i=1:n
        a=sqrt(a);
    end
    for i=1:n
        a=a^2;
    end
    T(n/10)=a;
end
T
```

输出结果为：

```
T =

  列 1 至 4

   4.000000000000094   4.000000000629434   3.999999967110217
3.999744390658126

  列 5 至 8

   3.490342924893666   1.000000000000000   1.000000000000000
1.000000000000000

  列 9 至 10

   1.000000000000000   1.000000000000000
```

说明并非一直为4，而是由于精度损失而误差逐渐变大，甚至直接为1。

10:

10. 请你用 MATLAB 命令 roots，ploy(其用法可以查阅 MATLAB 帮助系统)进行下面的实验：

(1) 用 ploy 命令构造多项式 $f(x)=(x-1)(x-2)\cdots(x-20)$；

(2) 用 roots 命令解方程 $f(x)=0$(显然精确解应该是 $1,2,\cdots,20$).

(3) 用 roots 命令解方程

$$f_\varepsilon(x) = f(x) + \varepsilon x^{18} = 0,$$

其中 ε 是一个接近于 0 的实数(如 $\varepsilon=10^{-5}$，10^{-8}等). 观察所有解是否也接近于 $1,2,\cdots,20$.

解:

```
%% 第十问
r=1:20;
p=poly(r);
p % (1)内容
r_1=roots(p);
r_1% (2)内容
t= 1e-8;
p_1=p;
p_1(3)=p_1(3)+t;
r_2=roots(p_1);
r_2% (3)内容
```

输出结果:

```
p =

   1.0e+19 *

  列 1 至 4

   0.0000000000000000  -0.0000000000000000   0.0000000000000002
 -0.0000000000000126

  列 5 至 8
```

```
    0.000000000005333  -0.000000000167228   0.000000004017177
  -0.000000075611118

   列 9 至 12

    0.000001131027700  -0.000013558518290   0.000130753501054
  -0.001014229986551

   列 13 至 16

    0.006303081209929  -0.031133364316139   0.120664780378037
  -0.359997951794761

   列 17 至 20

    0.803781182264505  -1.287093124515099   1.380375975364070
  -0.875294803676160

   列 21

    0.243290200817664


 r_1 =

   19.999874055724192
   19.001295393676987
   17.993671562737585
   17.018541647321989
   15.959717574548915
   15.059326234074415
   13.930186454760916
   13.062663652011070
   11.958873995343460
   11.022464271003383
    9.991190949230132
    9.002712743189727
    7.999394310958664
    7.000096952230211
    5.999989523351082
    5.000000705531480
    3.999999973862455
```

```
   3.000000000444877
   1.999999999998383
   0.999999999999949


r_2 =

  19.977506826975461 + 0.000000000000000i
  19.132625368386968 + 0.000000000000000i
  17.627507554757212 + 0.495204963654490i
  17.627507554757212 - 0.495204963654490i
  15.477533612739578 + 0.724199480250577i
  15.477533612739578 - 0.724199480250577i
  13.381920832593188 + 0.381152737874424i
  13.381920832593188 - 0.381152737874424i
  11.894154285856741 + 0.000000000000000i
  11.022916520683049 + 0.000000000000000i
   9.995721467135750 + 0.000000000000000i
   8.999077517745961 + 0.000000000000000i
   8.000248469228177 + 0.000000000000000i
   6.999976111940325 + 0.000000000000000i
   5.999998041466225 + 0.000000000000000i
   5.000000792400743 + 0.000000000000000i
   3.999999914641676 + 0.000000000000000i
   3.000000003838546 + 0.000000000000000i
   1.999999999942617 + 0.000000000000000i
   1.000000000000112 + 0.000000000000000i
```

第二问的解有所偏差，而第三问的解更是直接出现复数，波动极大。

总代码：

```
%% 第六问
format long
x=4/3-1;
x
y=3*x;
y
z=1-y;
```

```
z
%% 第七问
x=0.988:.0001:1.012;
y=x.^7-7*x.^6+21*x.^5-35*x.^4+35*x.^3-21*x.^2+7*x-1;
plot(x,y)
%% 第八问
a=4;
T=1:10;
for n=10:10:100
    for i=1:n
        a=sqrt(a);
    end
    for i=1:n
        a=a^2;
    end
    T(n/10)=a;
end
T
%% 第十问
r=1:20;
p=poly(r);
p % (1)内容
r_1=roots(p);
r_1% (2)内容
t= 1e-8;
p_1=p;
p_1(3)=p_1(3)+t;
r_2=roots(p_1);
r_2% (3)内容
```