

- $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$

example:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A + B)^2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)^2 = \left(\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + 2AB + B^2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow (A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$$

- $AB = 0, A \neq 0, B \neq 0$

example:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow AB = 0, A \neq 0, B \neq 0$$