

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$M = uv^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$M - \lambda I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - \lambda & 3 \\ 4 & 6 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(M - \lambda I) = 0$$

$$(2 - \lambda)(6 - \lambda) - 3 * 4 = 0$$

$$\lambda^2 - 8\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda - 8) = 0$$

$$\text{eigenvalues: } \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 8$$

$$\text{eigenvector } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{eigenvector for } \lambda_1 = 0:$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$2x_1 + 3x_2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{eigenvector } x = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{eigenvector for } \lambda_2 = 8:$$

$$\begin{bmatrix} 2 - 8 & 3 \\ 4 & 6 - 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$2x_1 - 1x_2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{eigenvector } x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$