$Given\ P(A|B,C) > P(A|B)$

$$\frac{P(A,B,C)}{P(B,C)} > \frac{P(A,B)}{P(B)}$$

$$\frac{P(C|A,B)P(A,B)}{P(B)P(C|B)} > \frac{P(A,B)}{P(B)}$$

$$\frac{P(C|A,B)}{P(C|B)} > 1$$

$P(C|A,B) > P(C|B)$

$P(C^c|A,B) = 1 - P(C|A,B)$

$\rightarrow P(C^c|A,B) < 1 - P(C|B)$

$P(C^c|B) = 1 - P(C|B)$

$\rightarrow P(C^c|A,B) < P(C^c|B)$

$prove\ P(A|B,C^c) < P(A|B)$:

$$P(A|B,C^c) = \frac{P(A,B,C^c)}{P(B,C^c)} = \frac{P(C^c|A,B)P(A,B)}{P(B)P(C^c|B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A,B)}{P(B)} = \frac{P(C^c|B)P(A,B)}{P(B)P(C^c|B)}$$

$Because\ P(C^c|A,B) < P(C^c|B), \dfrac{P(C^c|A,B)P(A,B)}{P(B)P(C^c|B)} < \dfrac{P(C^c|B)P(A,B)}{P(B)P(C^c|B)}$

$\rightarrow P(A|B,C^c) < P(A|B)$

$Thus, we\ can\ prove\ that\ if\ P(A|B,C) > P(A|B), then\ P(A|B,C^c) < P(A|B).$