ANÁLISIS NUMÉRICO I – 2013
Trabajo de Laboratorio N$^{\underline{\text{o}}}$ 6

1. Escriba dos funciones en `Octave` llamadas `soltrsup` y `soltrinf` que resuelvan sistemas lineales con matrices triangulares (superior e inferior). La salida debe ser la solución x y debe tener entrada (A, b) con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ matriz triangular y $b \in \mathbb{R}^n$. Se debe imprimir un mensaje de error si la matriz es singular.

2. (a) Escriba una función en `Octave` llamada `egauss` que implemente el método de eliminación Gaussiana. Debe tener entrada (A, b) con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y $b \in \mathbb{R}^n$, con salida $[U, y]$ con $U \in \mathbb{R}^{n\times n}$ triangular superior (usar `triu`) e $y \in \mathbb{R}^n$.
   (b) Escriba una función en `Octave` llamada `soleg` que resuelva sistemas lineales $Ax = b$ usando eliminación Gaussiana y resolviendo el sistema triangular superior $Ux = y$ (usando `soltrsup`). La salida debe ser la solución x y debe tener entrada (A, b) con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y $b \in \mathbb{R}^n$.

3. Escriba una función en `Octave` llamada `sollu` que resuelva sistemas lineales $Ax = b$ usando descomposición LU (comando `[L,U]=lu(A)`) para luego resolver $Ly = b$ y $Ux = y$ usando `soltrinf` y `soltrsup`. La salida debe ser la solución x y debe tener entrada (A, b) con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y $b \in \mathbb{R}^n$.

4. Compare las soluciones dadas por `soleg` y `sollu` al resolver $Ax = b$ con

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \; b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ y también } b_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

   Ayuda: `n=3`, `b1=[ones(n,1);zeros(n,1)]`, `b2=ones(2*n,1)`,
   `I=eye(n)`, `B=diag(4*ones(n,1))-diag(ones(n-1,1),1)-diag(ones(n-1,1),-1)`,
   `A=[B,-I;-I,B]`.

5. Escriba dos funciones en `Octave` llamadas `jacobi` y `gseidel` que resuelvan sistemas lineales $Ax = b$ usando los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel, respectivamente. La salida debe ser $[x, k]$ donde x es la solución aproximada y k la catidad de iteraciones realizadas. Debe tener entrada (A, b, e, m) con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$, e tolerancia de error y m cantidad máxima de iteraciones. El algoritmo debe parar si $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty \leq e$ o $k \geq m$.

6. Use los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver

$$(1) \quad \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad (2) \quad \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 \\ 32 \\ 33 \\ 31 \end{bmatrix}.$$

   con una tolerancia de: (1) con 10^{-11} y (2) con 10^{-4}. ¿Cuántas iteraciones son necesarias en cada caso para alcanzar la precisión deseada?

7. Resuelva el sistema $Ax = b$ usando `soleg`, `sollu`, `jacobi` y `gseidel` para las matrices y vectores de la ayuda del ejercicio 4 con $n = 500$. Compare las soluciones usando $\|\cdot\|_2$.