



ATITUS

Sistemas de Controle Automático II - 2023/2

Nome: William Sleman e João Gabriel de Oliveira

COMPENSADOR POR AVANÇO DE FASE

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um projeto de compensador de avanço, utilizando o MATLAB e o método em domínio da frequência. A proposta é projetar um sistema de controle que possa compensar a falta de resposta do sistema em altas frequências, conhecida como avanço. Este é um problema comum em sistemas de controle e pode ser resolvido através de técnicas de projeto de controle avançado. O MATLAB é uma ferramenta poderosa que fornece uma variedade de funções e recursos para a análise e projeto de sistemas de controle. O método em domínio da frequência é uma técnica eficaz para o projeto de sistemas de controle, pois permite a análise de sistemas de controle em termos de resposta em frequência, que é uma medida direta de como o sistema responde a diferentes frequências de entrada.

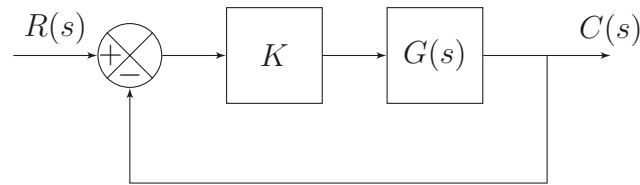
2 OBJETIVO

O projeto do compensador tem como objetivo concluir os seguintes pontos propostos:

- Definir o número do tipo da função de transferência da planta.
- Calcular o ganho adicional K_c necessário para atender o requisito de precisão (E_{ss} – erro estático).
- Calcular a função de transferência $G(s)$ do sistema não compensado, e com o ganho ajustado. plotar os gráficos logarítmicos de $G(j\omega)$ e obter as margens de fase e de ganho.
- Calcular a defasagem máxima do compensador por avanço de fase, os parâmetros α e T do compensador.
- Escrever a função de transferência do compensador $C(s)$.
- Compensar o sistema; desenhar os gráficos logarítmicos do sistema compensado e verificar as margens de fase e de ganho obtidas.
- Fechar a malha de controle (realimentação unitária e negativa) e obter o gráfico da resposta transitória.
- Obter o erro estático e compará-lo com o erro estático especificado.

3 DESENVOLVIMENTO

Projeto proposto: tendo as seguintes especificações: $m_f = 45^\circ \text{ mg} = 12 \text{ dB}$ e $e_{ss} = 0,01$.



Determine o compensador de avanço para a planta:

$$G(s) = \frac{10}{s \cdot (s + 15)}$$

Solução:

1. Definir o numero do tipo da função de transferência da planta:

Tem-se por definição que o tipo da função se dá pelo numero de polos na origem, no caso da função $G(s)$, existe 2 polos $s_1 = 0$ e $s_2 = -15$. Logo, temos apenas um polo na origem **a função de transferência da planta é do tipo 1**.

No Matlab a função da planta foi definida como G , tendo em vista sua forma simplificada:

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 15s}$$

Segue o código:

```
1 num = 10;  
2 den = [1 15 0];  
3 G = tf(num, den)
```

2. Calcular o ganho adicional K_c necessário para atender o requisito de precisão (e_{ss} – erro estático):

Por definição temos que para o tipo 1 de função de transferência:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v}, \text{ onde } K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s)$$

sendo assim, podemos calcular o K_v atual,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{10}{s \cdot (s + 15)} \Rightarrow K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10}{(0 + 15)} = \frac{10}{15}$$

com isso podemos supor a adição de um controlador, que será chamado de $C(s)$, tendo em vista que o erro especificado para o projeto é de 0,01, podemos achar o novo K_v ,

$$e_{ss} = 0,01 = \frac{1}{K_v} \Rightarrow K_v = 100$$

logo, considerando a equação para nosso compensador sendo,

$$C(s) = K_c \cdot \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$

nossa planta compensada terá forma $C(s)G(s)$, com isso se pode calcular o valor do ganho adicional necessário K_c ,

$$K_v = 100 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot K_c \cdot \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \cdot \frac{10}{s(s + 15)} \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} K_c \cdot \frac{10}{(0 + 15)} \cdot \frac{T \cdot 0 + 1}{\alpha T \cdot 0 + 1} = 100$$

$$K_c \cdot \frac{10}{15} = 100$$

$$K_c = 150$$

Esse será o valor de ganho adicional, será adicionado ao matlab de tal forma:

```
1 Kc = 150;
```

3. Calcular a função de transferência $G(s)$ do sistema não compensado, e com o ganho ajustado. Plotar os gráficos logarítmicos de $G(j\omega)$ e obter as margens de fase e de ganho.

Tendo já definido a função $G(s)$ no tópico 1, será feito apenas o plot da mesma seguindo o código:

```
1 figure(1)
2 bode(G)
3 margin(G)
4 grid
```

tal código irá gerar o gráfico da **Figura 1**, onde encontramos $mg = \infty$ e $mf = 87,5^\circ$, para o sistema não compensado.

Agora ajustando a função de transferência com K_c , acharemos uma primeira estimativa da frequência de cruzamento, teremos a função $K_c \cdot G(s)$,

$$K_c \cdot G(s) = 150 \cdot \frac{10}{s^2 + 15s}$$

utilizando o código:

```
1 GKc=tf(Kc*nump,denp);
2 figure(2)
3 bode(GKc)
4 margin(GKc)
5 grid
```

Com isso encontramos o gráfico da **Figura 2**, onde temos $mf = 21,9$ na frequência $37,3 \text{ rad/s}$ e $mf = \infty$.

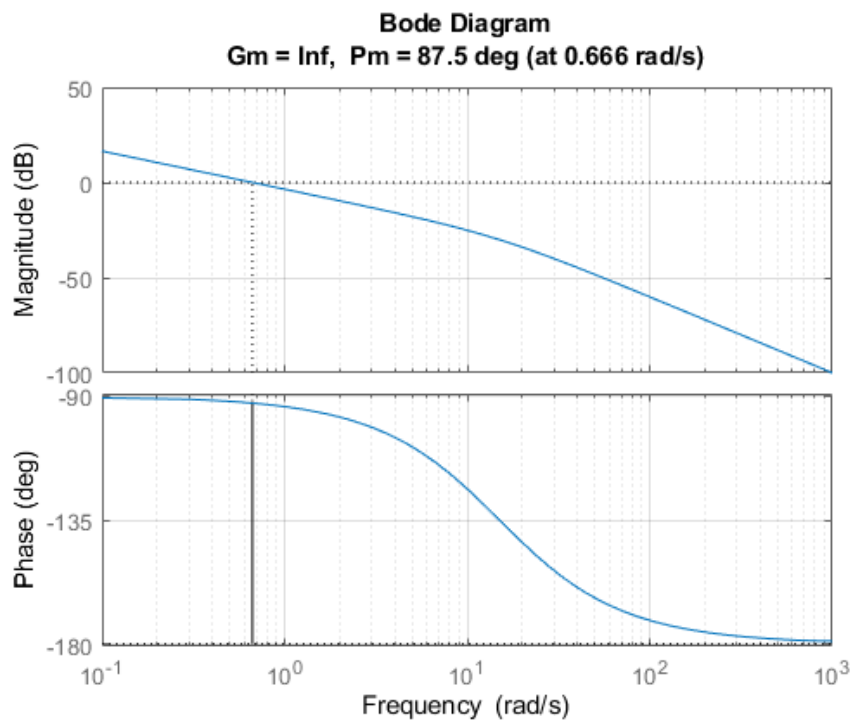


Figura 1: Bode da planta não compensada

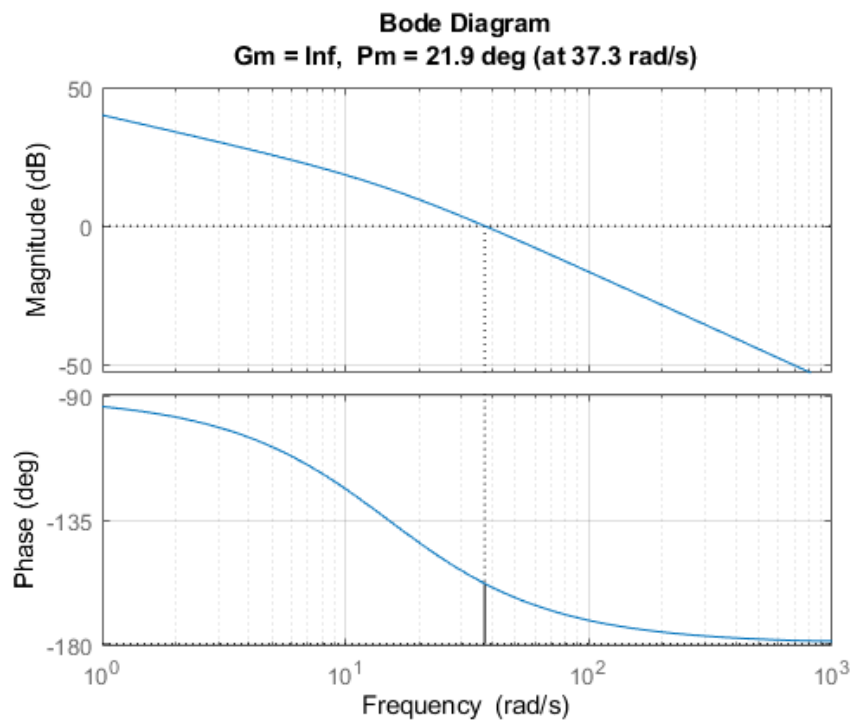


Figura 2: Bode da planta com o ganho compensado

4. Calcular a defasagem máxima do compensador por avanço de fase, os parâmetros α e T do compensador.

Como a margem de fase é aproximadamente $21,9^\circ$ a frequência em torno de $37,3$ rad/s. Podemos calcular o ϕ_m (defasagem máxima), considerando a margem de fase de 45° especificado e somando 5° como folga, por conta de que a frequência de cruzamento será sempre maior pela ação do controlador. Assim teremos,

$$\phi_m = 45 - 21,9 + 5$$

$$\phi_m = 28,1^\circ$$

Determinando a posição "relativa" do polo em relação ao zero, a razão entre as frequências do zero e do polo, que é igual a α , que é dado por,

$$\alpha = \frac{1 - \sin(\frac{\phi_m \pi}{180})}{1 + \sin(\frac{\phi_m \pi}{180})} = \frac{1 - \sin(\frac{28,1\pi}{180})}{1 + \sin(\frac{28,1\pi}{180})}$$

$$\alpha = 0,3596$$

Determinando a "localização" da resposta em frequência do controlador, ou seja, encontrar ω_m , frequência em que ocorre ϕ_m . Nessa frequência o ganho do controlador é (em dB):

$$G_{c_{\omega_m}} = 20\log_{10}(Kc\sqrt{\alpha}) = 20\log_{10}(\frac{150}{\sqrt{0,3596}}) = 47.96$$

Para que ω_m seja a nova frequência de cruzamento, o ganho de malha nessa frequência deve ser 1. Ou seja, o ganho da planta (sem Kc obviamente) deve ser o inverso do ganho do controlador nessa frequência. Em dB, o ganho da planta deve ser o recíproco (negativo) do ganho do controlador, logo deve ser igual a -47.96 dB. Utilizando manualmente um data tip do matlab na **Figura 1**, podemos encontrar o valor de ω_m :

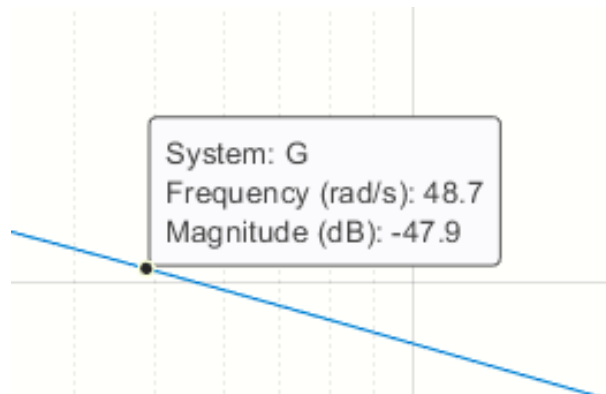


Figura 3: Data tip no primeiro plot para achar ω_m

Nota-se que em torno da frequência 48,7 rad/s a planta tem ganho $-G_{c_{wm}}$ (em dB). Portanto o valor encontrado em 28.3 dB é,

$$\omega_m = 48,7$$

Com isso encontramos o último valor,

$$T = \frac{1}{\omega_m \cdot \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{48,7 \cdot \sqrt{0,3596}}$$

$$T = 0,0342$$

Em matlab, foi usado os seguintes comandos para realizar tais cálculos:

```
1 phi_m=28.1;
2 a=(1-sin(phi_m*pi/180))/(1+sin(phi_m*pi/180))
3 Gc_wm=20*log10(Kc/sqrt(a))
4 %olhar grafico 1 com data tip
5 wm=48.7;
6 T=1/(wm*sqrt(a))
```

5. Escrever a função de transferência do compensador C(s).

Com os parâmetros encontrados basta substituí-los,

$$C(s) = K_c \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = 150 \frac{0,0342s + 1}{0,0342 \cdot 0,3596s + 1}$$

$$C(s) = \frac{5.136s + 150}{0.01231s + 1}$$

Em matlab:

```
1 numc=Kc*[T 1];
2 denc=[a*T 1];
3 C=tf(numc,denc)
```

6. Compensar o sistema; desenhar os gráficos logarítmicos do sistema compensado e verificar as margens de fase e de ganho obtidas.

Para isso foi usado o matlab, compensando em uma função de transferência nomeada $CG(s)$ para simplificar o entendimento, segue o código:

```
1 CG=C*G;
2 figure(3)
3 bode(CG)
4 margin(CG)
5 grid
```

Com isso tivemos o seguinte gráfico da planta do sistema compensado:

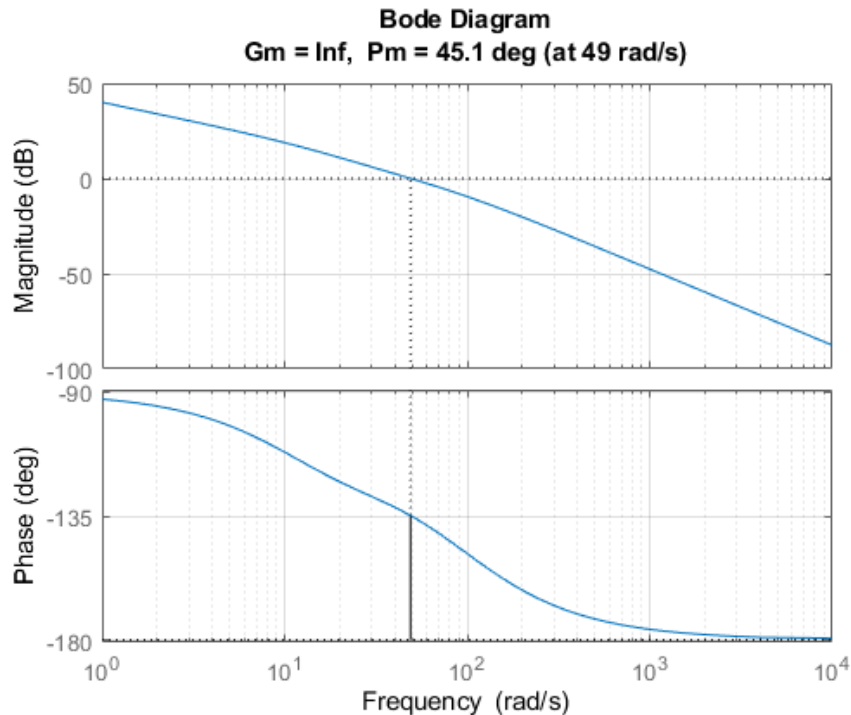


Figura 4: Bode da planta do sistema compensado

Com isso encontramos o ganho de fase igual a $45,1^\circ$, o que fica muito próximo do especificado no projeto.

E a margem de ganho encontrada foi de ∞ , o que significa que o sistema ficará estável, não importa o quanto for aumentado o ganho.

Logo, o sistema está dentro das especificações do projeto.

7. Fechar a malha de controle (realimentação unitária e negativa) e obter o gráfico da resposta transitória.

Para um melhor entendimento, no gráfico foi colado tanto o sistema não compensado quanto o com o controlador. E após foi feito gráfico apenas da resposta do sistema com o controlador.

Com o seguinte código em matlab:

```
1 Y_R=feedback(G,1); % sem controlador!!!  
2 Y_R2=feedback(CG,1); % com controlador  
3  
4 figure(4)  
5 step(Y_R, 'b', Y_R2, 'r');  
6 legend('Sem Compensador', 'Com Compensador');  
7  
8 figure(5)  
9 step(Y_R2, 'r');
```

Assim, foi encontrado os seguintes gráficos que deixam claro o efeito do nosso compensador de avanço:

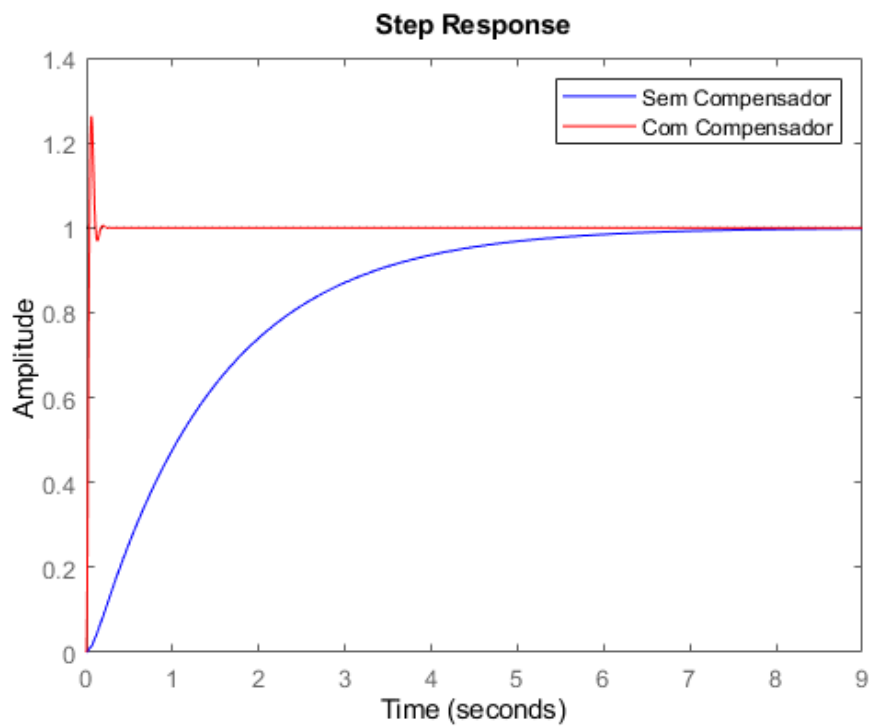


Figura 5: Resposta ao degrau com e sem compensador

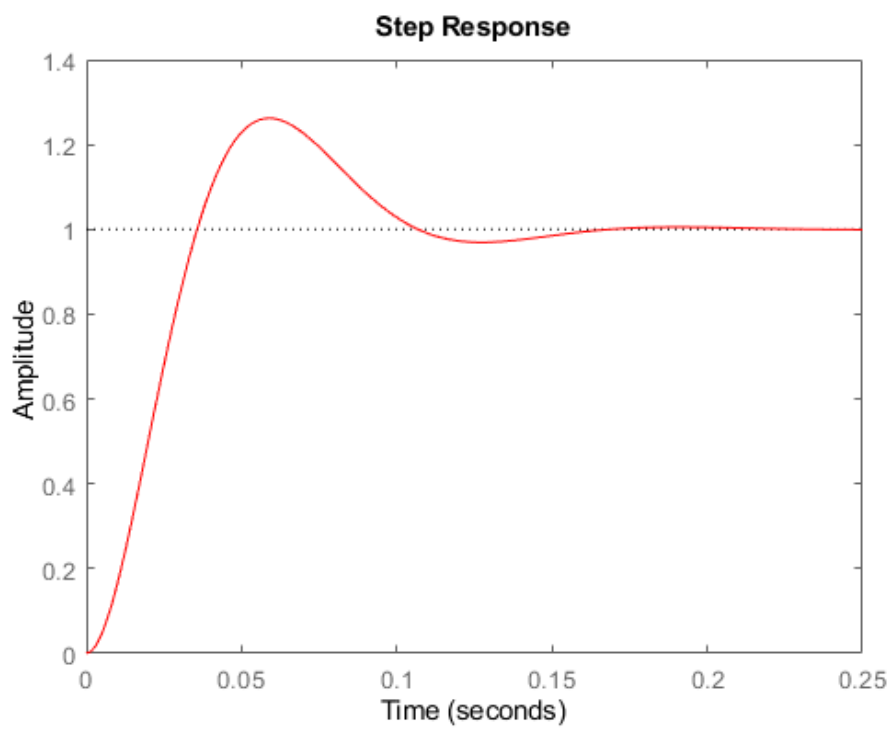


Figura 6: Resposta ao degrau com compensador

7. Obter o erro estático e compará-lo com o erro estático especificado. .

Para achar o valor do erro estático foi utilizado o matlab, foi encontrado o valor numérico e feito o gráfico comparando a resposta a rampa dos sistemas com e sem compensador, segue o código:

```
1 t=0:0.01:2;  
2 Yg_R=feedback(G,1);  
3 yg=lsim(Yg_R,t,t);  
4  
5 figure(6)  
6 y=lsim(Y_R2,t,t);  
7 figure(6)  
8 plot(t,t,'k',t,y,t,yg);  
9 xlabel('tempo')  
10 ess=t(end)-y(end)
```

O código resultou num erro estático igual a,

$$e_{ss} = 0,0100$$

O que fechou exatamente com o valor especificado, vendo o gráfico:

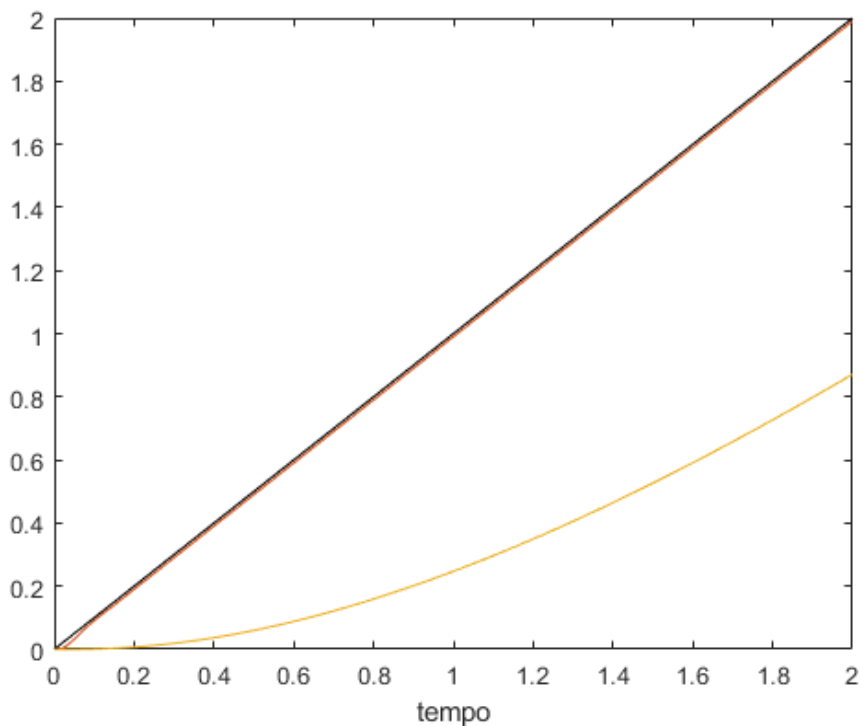


Figura 7: Resposta a rampa com e sem compensador

Fica claro que o sistema compensado fica quase totalmente sobre a rampa. O que comprova mais ainda a assertividade do projeto.

4 CÓDIGO COMPLETO

Segue o código completo e comentado passo a passo do projeto realizado, em matlab.

```
1 %% ESPECIFICACOES
2 % PLANTA:  $G(s) = 10/(s(s+15))$ 
3 % mf = 45 deg
4 % mg = 12 dB
5 % ess = 0,01
6
7 close all
8 clc
9
10 %% Planta (tipo 1)
11 nump = 10;
12 denp = [1 15 0];
13 G = tf(nump,denp)
14
15 %% Determinar a constante Kc do controlador com base no
16 % desempenho em estado estacionario. Como Kv=100, . Portanto
17 % o controlador deve contribuir com ganho CC de 150. Assim
18 Kc = 150;
19
20 %% Determinar de quanto precisa ser o aumento de fase para
21 % termos MF aprox 50 graus ao final.
22 % Primeiro fazemos o diagrama de Bode do sistema nao
    compensado
23 figure(1)
24 bode(G)
25 margin(G)
26 grid
27
28 % usando o Kc somente, acharemos uma primeira estimativa da
29 % frequencia de cruzamento:
30 % planta com compensacao de ganho
31 GKc=tf(Kc*nump,denp);
32
33 % Diagrama de Bode do sistema compensado com ganho
34 figure(2)
35 bode(GKc)
36 margin(GKc)
37 grid
38
39 % a margem de fase eh aproximadamente 21,9 graus e a
    frequencia em torno de 37,3 rad/s.
40 % Portanto faltam 23,1 graus para 45. Como a frequencia de
    cruzamente sera
41 % sempre maior (pela acao do controlador), somaremos uma
```

```

folga, de 5 graus.
42 % Assim, desejamos que no ponto de maxima elevacao de fase, o
    controlador
43 % contribua 28,1 graus: phi_m = 45 - 21,9 + 5 = 28,1
44 phi_m=28.1;
45
46 %% Determinar a posicao "relativa" do polo em relacao ao zero
47 % A razao entre as frequencias do zero e do polo, que eh
    igual a
48 % "a", que eh dado por
49 a=(1-sin(phi_m*pi/180))/(1+sin(phi_m*pi/180))
50
51 %% Determinar a "localizacao" da resposta em frequencia do
52 % controlador, ou seja, encontrar wm, frequencia em que
    ocorre phi_m. Nessa
53 % frequencia o ganho do controlador eh (em dB):
54 Gc_wm=20*log10(Kc/sqrt(a))
55
56 %% Para que wm seja a nova frequencia de cruzamento, o ganho
57 % de malha nessa frequencia deve ser 1. Ou seja, o ganho da
    planta (sem Kc obviamente)
58 % deve ser o inverso do ganho do controlador nessa frequencia
    . Em dB, o ganho da
59 % planta deve ser o reciproco (negativo) do ganho do
    controlador. Mas ja
60 % calculamos o ganho do controlador em wm: Gc_wm, portanto
    podemos obter a
61 % frequencia graficamente:
62 % Olhar no primeiro grafico!!!
63
64 % note que em torno da frequencia 48,7 rad/s a planta tem
    ganho -Gc_wm (em dB).
65 % Portanto -> valor encontrado em 28.3 dB
66 wm=48.7;
67
68 %% Determinar o valor de T
69 T=1/(wm*sqrt(a))
70
71 %% Estah projetado o controlador:
72 numc=Kc*[T 1];
73 denc=[a*T 1];
74 C=tf(numc,denc)
75
76
77 %% Compensando o sistema e plotando o bode
78 % sistema compensado
79 CG=C*G;
80

```

```

81 figure(3)
82 bode(CG)
83 margin(CG)
84 grid
85
86 %% Dominio do tempo
87 % resposta do sistema controlado (em malha fechada) ao degrau
    unitario
88 Y_R=feedback(G,1); % sem controlador!!!
89 Y_R2=feedback(CG,1); % com controlador
90
91 figure(4)
92 step(Y_R, 'b', Y_R2, 'r');
93 legend('Sem Compensador', 'Com Compensador');
94
95 figure(5)
96 step(Y_R2, 'r');
97
98 %% Erro em estado estacionario
99 t=0:0.01:2;
100 Yg_R=feedback(G,1);
101 yg=lsim(Yg_R,t,t);
102
103 figure(6)
104 y=lsim(Y_R2,t,t);
105 figure(6)
106 plot(t,t, 'k', t,y,t,yg);
107 xlabel('tempo')
108 ess=t(end)-y(end)

```

OBS: O código será entregue junto a atividade.

5 CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho, foi desenvolvido um projeto de compensador de avanço utilizando o MATLAB e o método em domínio da frequência. O projeto foi realizado com sucesso, demonstrando a eficácia do método em domínio da frequência para o projeto de sistemas de controle. O MATLAB foi uma ferramenta valiosa para a análise e projeto do sistema, fornecendo uma variedade de funções e recursos que facilitaram o processo. A implementação do compensador de avanço resultou em um sistema de controle que foi capaz de compensar efetivamente o avanço, melhorando a resposta do sistema. Este trabalho demonstra a importância do projeto de sistemas de controle avançado e a utilidade das ferramentas como o MATLAB e o método em domínio da frequência.



6 REFÊRENCIAS

OGATA, K. Modern Control Engineering. 5. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2010.

CASTRUCCI, P. L.; BITTAR, A.; SALES, R. M. Controle Automático. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.