ATITUS
Sistemas de Controle Automático II - 2023/2

Nome: William Sleman e João Gabriel de Oliveira
Professor: Me. Douglas Haupt

COMPENSADOR POR AVANÇO DE FASE

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um projeto de compensador de avanço, utilizando o MATLAB e o método em domínio da frequência. A proposta é projetar um sistema de controle que possa compensar a falta de resposta do sistema em altas frequências, conhecida como avanço. Este é um problema comum em sistemas de controle e pode ser resolvido através de técnicas de projeto de controle avançado. O MATLAB é uma ferramenta poderosa que fornece uma variedade de funções e recursos para a análise e projeto de sistemas de controle. O método em domínio da frequência é uma técnica eficaz para o projeto de sistemas de controle, pois permite a análise de sistemas de controle em termos de resposta em frequência, que é uma medida direta de como o sistema responde a diferentes frequências de entrada.

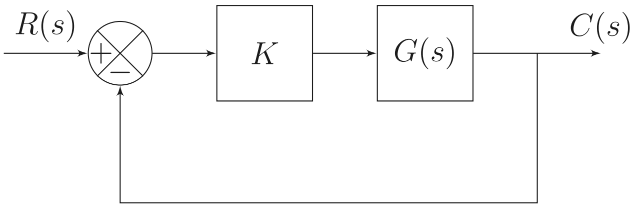
2 OBJETIVO

O projeto do compensador tem como objetivo concluir os seguintes pontos propostos:

- Definir o número do tipo da função de transferência da planta.
- Calcular o ganho adicional K_c necessário para atender o requisito de precisão (E_{ss} – erro estático).
- Calcular a função de transferência G(s) do sistema não compensado, e com o ganho ajustado. Plotar os gráficos logarítmicos de G($j\omega$) e obter as margens de fase e de ganho.
- Calcular a defasagem máxima do compensador por avanço de fase, os parâmetros α e T do compensador.
- Escrever a função de transferência do compensador C(s).
- Compensar o sistema, desenhar os gráficos logarítmicos do sistema compensado e verificar as margens de fase e de ganho obtidas.
- Fechar a malha de controle (realimentação unitária e negativa) e obter o gráfico da resposta transitória.
- Obter o erro estático e compará-lo com o erro estático especificado.

3 DESENVOLVIMENTO

Projeto proposto: tendo as seguintes espificações: mf = 45^o mg = 12 dB e $e_{ss} = 0,01$.



Determine o compensador de avanço para a planta:

$$G(s) = \frac{10}{s \cdot (s + 15)}$$

Solução:

1. Definir o número do tipo da função de transferência da planta:

Tem-se por definição que o tipo da função se dá pelo número de polos na origem, no caso da função $G(s)$, existe 2 polos $s_1 = 0$ e $s_2 = -15$. Logo, temos apenas um polo na origem a função de transferência da planta é do tipo 1.

No Matlab a função da planta foi definida como G, tendo em vista sua forma simplificada:

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 15s}$$

Segue o código:

```
nump = 10;
denp = [1 15 0];
G = tf(nump,denp)
```

2. Calcular o ganho adicional K_c necessário para atender o requisito de precisão (e_{ss} – erro estático):

Por definição temos que para o tipo 1 de função de transferência:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v}, \text{ onde } K_v = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s)$$

sendo assim, podemos calcular o K_v atual,

$$K_v = \lim_{s \to 0} s \frac{10}{s \cdot (s + 15)} \Rightarrow K_v = \lim_{s \to 0} \frac{10}{(0 + 15)} = \frac{10}{15}$$

com isso podemos supor a adição de um controlador, que será chamado de $C(s)$, tendo em vista que o erro especificado para o projeto é de $0,01$, podemos achar o novo K_v,

$$e_{ss} = 0,01 = \frac{1}{K_v} \Rightarrow K_v = 100$$

logo, considerando a equação para nosso compensador sendo,

$$C(s) = K_c \cdot \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

nossa planta compensada terá forma $C(s)G(s)$, com isso se pode calcular o valor do ganho adicional necessário K_c,

$$K_v = 100 = \lim_{s\to 0} s \cdot K_c \cdot \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \cdot \frac{10}{s(s+15)} \Rightarrow \lim_{s\to 0} K_c \cdot \frac{10}{(0+15)} \cdot \frac{T\cdot 0+1}{\alpha T\cdot 0+1} = 100$$

$$K_c \cdot \frac{10}{15} = 100$$

$$\boxed{K_c = 150}$$

Esse será o valor de ganho adicional, será adicionado ao matlab de tal forma:

```
Kc = 150;
```

3. Calcular a função de transferência G(s) do sistema não compensado, e com o ganho ajustado. Plotar os gráficos logarítmicos de $G(j\omega)$ e obter as margens de fase e de ganho.

Tendo já definido a função $G(s)$ no tópico 1, será feito apenas o plot da mesma seguindo o código:

```
figure(1)
bode(G)
margin(G)
grid
```

tal código irá gerar o gráfico da **Figura 1**, onde encontramos mg = ∞ e mf = $87,5^o$, para o sistema não compensado.

Agora ajustando a função de transferência com K_c, acharemos uma primeira estimativa da frequência de cruzamento, teremos a função $Kc \cdot G(s)$,

$$Kc \cdot G(s) = 150 \cdot \frac{10}{s^2+15s}$$

utilizando o código:

```
GKc=tf(Kc*nump,denp);
figure(2)
bode(GKc)
margin(GKc)
grid
```

Com isso encontramos o gráfico da **Figura 2**, onde temos mf $= 21,9$ na frequência $37,3$ rad/s e mf = ∞.

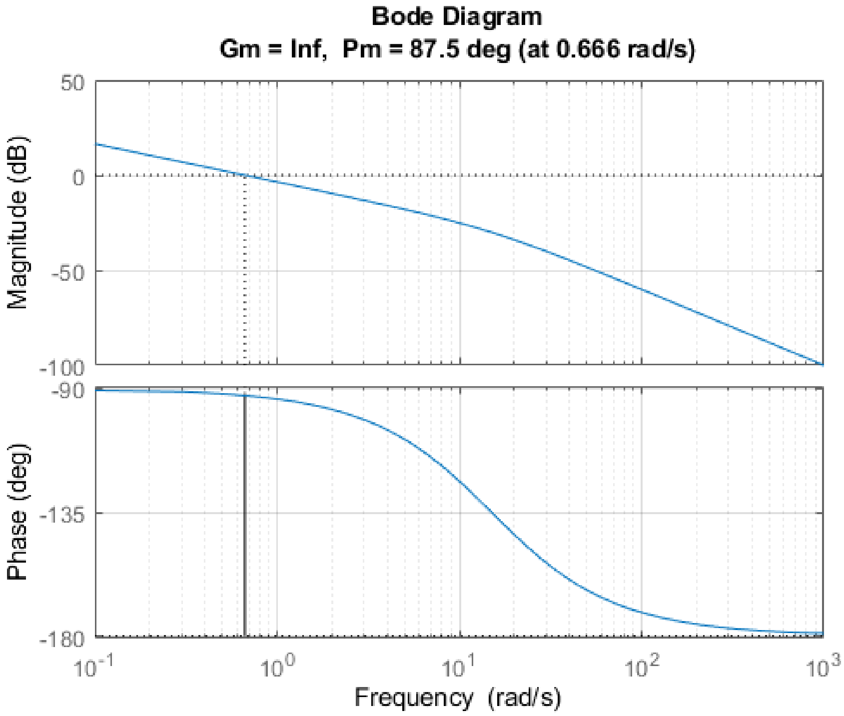


Figura 1: Bode da planta não compensada

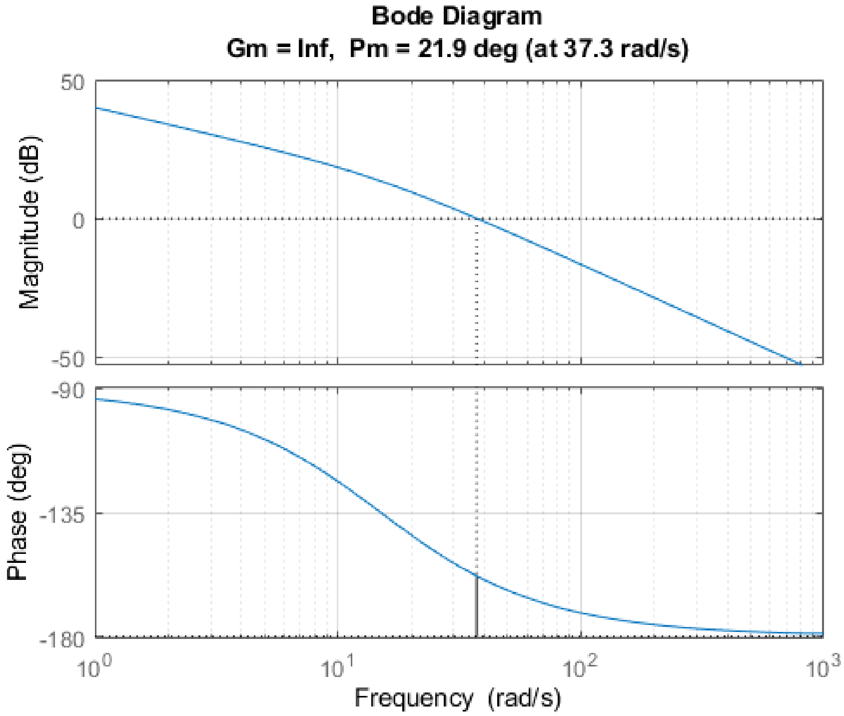


Figura 2: Bode da planta com o ganho compensado

4. Calcular a defasagem máxima do compensador por avanço de fase, os parâmetros α e T do compensador.

Como a margem de fase é aproximadamente $21,9^o$ a frequência em torno de $37,3$ rad/s. Podemos calcular o ϕ_m (defasagem máxima), considerando a margem de fase de 45^o específicado e somando 5^o como folga, por conta de que a frequência de cruzamento será sempre maior pela ação do controlador. Assim teremos,

$$\phi_m = 45 - 21,9 + 5$$

$$\boxed{\phi_m = 28,1^o}$$

Determinando a posição "relativa" do polo em relação ao zero, a razão entre as frequências do zero e do polo, que é igual a α, que é dado por,

$$\alpha = \frac{1 - sen(\frac{\phi_m \pi}{180})}{1 + sen(\frac{\phi_m \pi}{180})} = \frac{1 - sen(\frac{28,1\pi}{180})}{1 + sen(\frac{28,1\pi}{180})}$$

$$\boxed{\alpha = 0,3596}$$

Determinando a "localização" da resposta em frequência do controlador, ou seja, encontrar ω_m, frequência em que ocorre ϕ_m. Nessa frequência o ganho do controlador é (em dB):

$$Gc_{wm} = 20log_{10}(Kc\sqrt(\alpha)) = 20log_{10}(\frac{150}{\sqrt{0,3596}}) = 47.96$$

Para que ω_m seja a nova frequência de cruzamento, o ganho de malha nessa fequencia deve ser 1. Ou seja, o ganho da planta (sem Kc obviamente) deve ser o inverso do ganho do controlador nessa frequência. Em dB, o ganho da planta deve ser o recíproco (negativo) do ganho do controlador, logo deve ser igual a -47.96 dB. Utilizando manualmente um data tip do matlab na **Figura 1**, podemos encontrar o valor de ω_m:

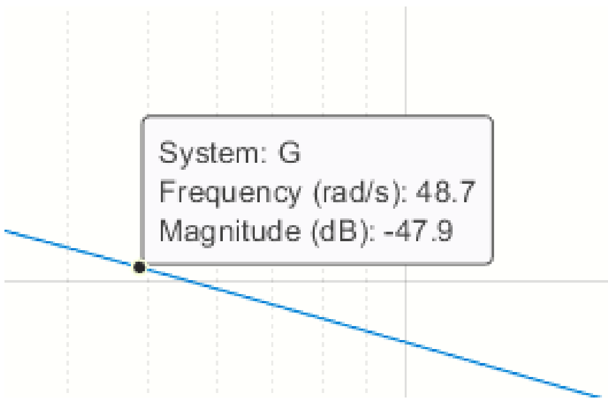


Figura 3: Data tip no primeiro plot para achar ω_m

Nota-se que em torno da fequencia $48,7$ rad/s a planta tem ganho $-Gc_{wm}$ (em dB). Portanto o valor encontrado em -47.9 dB é,

$$\boxed{\omega_m = 48,7}$$

Com isso encontramos o último valor,

$$T = \frac{1}{\omega_m \cdot \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{48,7 \cdot \sqrt{0,3596}}$$

$$\boxed{T = 0.,0342}$$

Em matlab, foi usado os seguintes comandos para realizar tais cálculos:

```
phi_m=28.1;
a=(1-sin(phi_m*pi/180))/(1+sin(phi_m*pi/180))
Gc_wm=20*log10(Kc/sqrt(a))
%olhar grafico 1 com data tip
wm=48.7;
T=1/(wm*sqrt(a))
```

5. Escrever a função de transferência do compensador C(s).

Com os parâmetros encontrados basta substituí-los,

$$C(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = 150\frac{0,0342s+1}{0,0342 \cdot 0,3596s+1}$$

$$\boxed{C(s) = \frac{5.136s+150}{0.01231s+1}}$$

Em matlab:

```
numc=Kc*[T 1];
denc=[a*T 1];
C=tf(numc,denc)
```

6. Compensar o sistema; desenhar os gráficos logarítmicos do sistema compensado e verificar as margens de fase e de ganho obtidas.

Para isso foi usado o matlab, compensando em uma função de transferência nomeada $CG(s)$ para simplificar o entendimento, segue o cógigo:

```
CG=C*G;
figure(3)
bode(CG)
margin(CG)
grid
```

Com isso tivemos o seguinte gráfico da planta do sistema compensado:

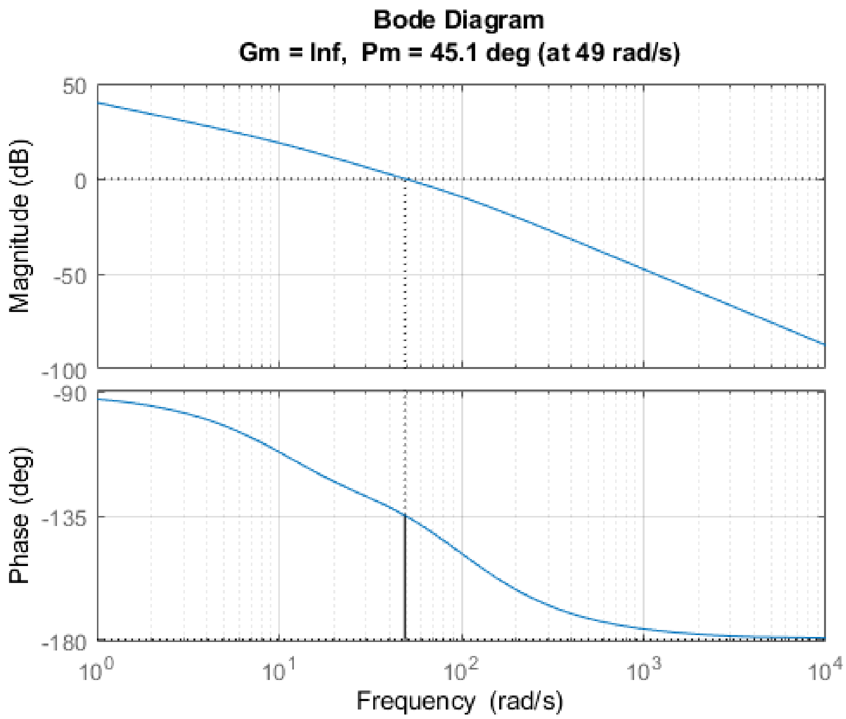


Figura 4: Bode da planta do sistema compensado

Com isso encontramos o ganho de fase igual a $45,1^o$, o que fica muito próximo do especificado no projeto.

E a margem de ganho encontrada foi de ∞, o que significa que o sistema ficará estável, não importa o quanto for aumentado o ganho.

Logo, o sistema está dentro das especificações do projeto.

7. Fechar a malha de controle (realimentação unitária e negativa) e obter o gráfico da resposta transitória.

Para um melhor entendimento, no gráfico foi colado tanto o sistema não compensado quanto o com o controlador. E após foi feito gráfico apenas da resposta do sistema com o controlador.

Com o seguinte código em matlab:

```
Y_R=feedback(G,1); % sem controlador!!!
Y_R2=feedback(CG,1);  % com controlador

figure(4)
step(Y_R,'b',Y_R2,'r');
legend('Sem Compensador','Com Compensador');

figure(5)
step(Y_R2, 'r');
```

Assim, foi encontrado os seguintes gráficos que deixam claro o efeito do nosso compensador de avanço:

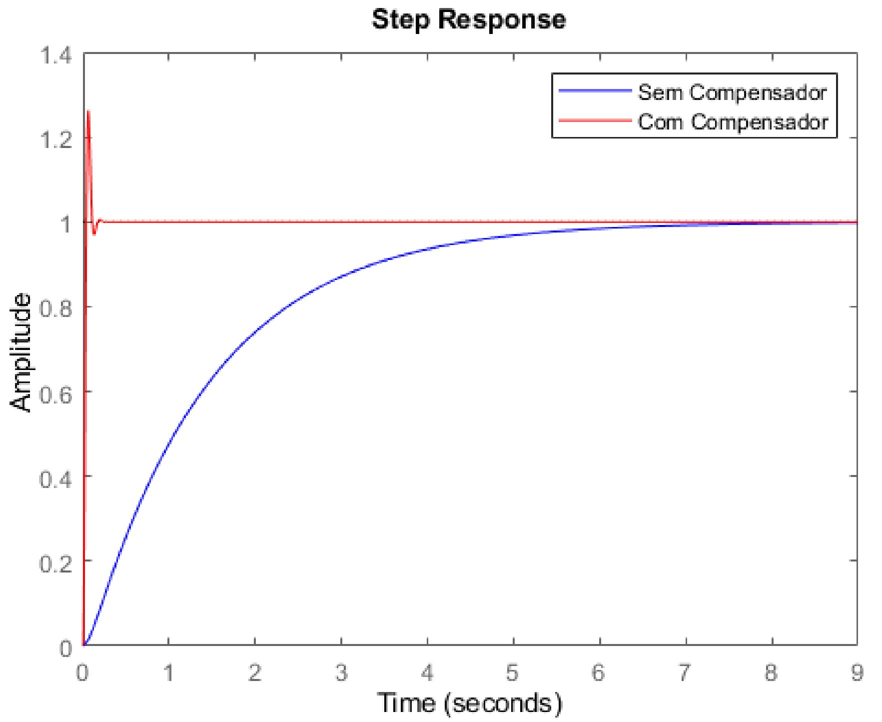


Figura 5: Resposta ao degrau com e sem compensador

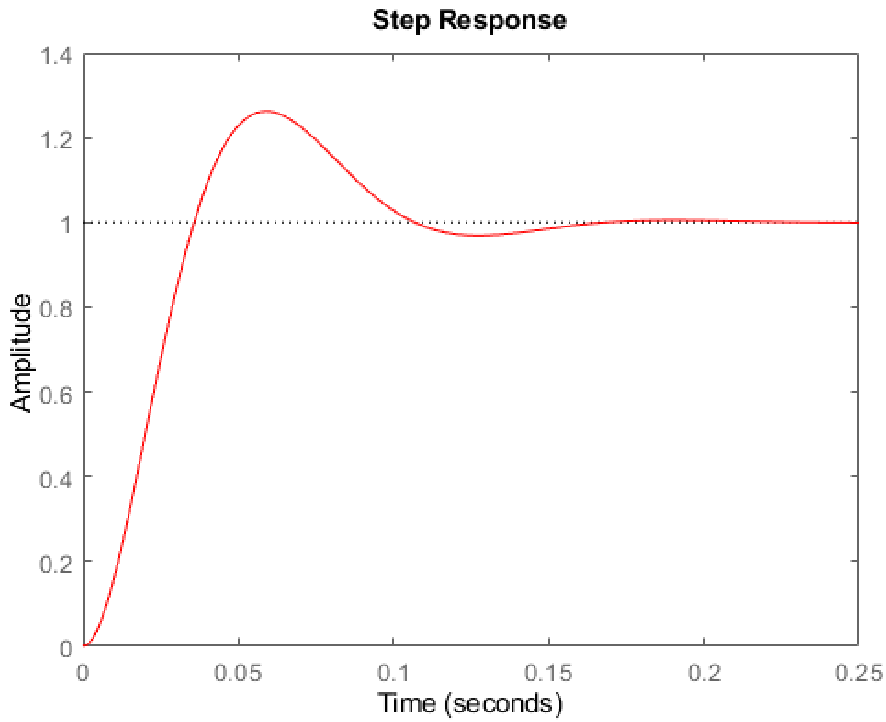


Figura 6: Resposta ao degrau com compensador

8. Obter o erro estático e compará-lo com o erro estático especificado. .

Para achar o valor do erro estático foi utilizado o matlab, foi encontrado o valor numérico e feito o gráfico comparando a resposta a rampa dos sistemas com e sem compensador, segue o código:

```
t=0:0.01:2;
Yg_R=feedback(G,1);
yg=lsim(Yg_R,t,t);

figure(6)
y=lsim(Y_R2,t,t);
figure(6)
plot(t,t,'k',t,y,t,yg);
xlabel('tempo')
ess=t(end)-y(end)
```

O código resultou num erro estático igual a,

$$\boxed{e_{ss} = 0,0100}$$

O que fechou exatamente com o valor específicado, vendo o gráfico:

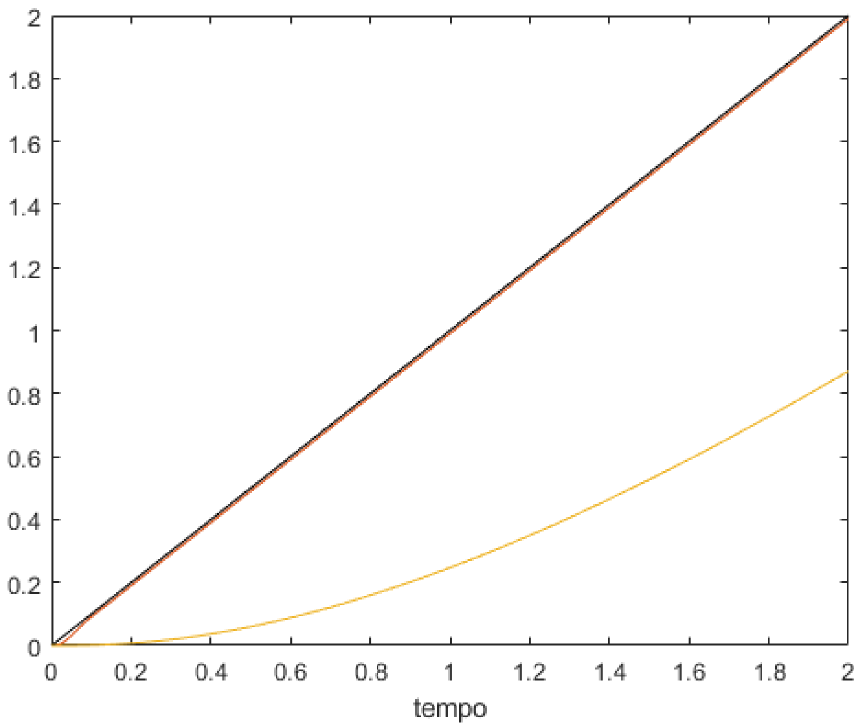


Figura 7: Resposta a rampa com e sem compensador

Fica claro que o sistema compensado fica quase totalmente sobre a rampa. O que comprova mais ainda a assertividade do projeto.

4 CÓDIGO COMPLETO

Segue o código completo e comentado passo a passo do projeto realizado, em matlab.

```
%% ESPECIFICACOES
%  PLANTA: G(s) = 10/(s(s+15))
%  mf  = 45 deg
%  mg  = 12 dB
%  ess = 0,01

close all
clc

%% Planta (tipo 1)
nump = 10;
denp = [1 15 0];
G = tf(nump,denp)

%% Determinar a constante Kc do controlador com base no
% desempenho em estado estacionario. Como Kv=100, . Portanto
% o controlador deve contribuir com ganho CC de 150. Assim
Kc = 150;

%% Determinar de quanto precisa ser o aumento de fase para
% termos MF aprox 50 graus ao final.
% Primeiro fazemos o diagrama de Bode do sistema nao
   compensado
figure(1)
bode(G)
margin(G)
grid

% usando o Kc somente, acharemos uma primeira estimativa da
% frequencia de cruzamento:
% planta com compensacao de ganho
GKc=tf(Kc*nump,denp);

% Diagrama de Bode do sistema compensado com ganho
figure(2)
bode(GKc)
margin(GKc)
grid

% a margem de fase eh aproximadamente 21,9 graus e a
   frequencia em torno de 37,3 rad/s.
% Portanto faltam 23,1 graus para 45. Como a frequencia de
   cruzamente sera
% sempre maior (pela acao do controlador), somaremos uma
```

```
folga, de 5 graus.
% Assim, desejamos que no ponto de maxima elevacao de fase, o controlador
% contribua 28,1 graus: phi_m = 45 - 21,9 + 5 = 28,1
phi_m=28.1;

%% Determinar a posicao "relativa" do polo em relacao ao zero
% A razao entre as frequencias do zero e do polo, que eh igual a
% "a", que eh dado por
a=(1-sin(phi_m*pi/180))/(1+sin(phi_m*pi/180))

%% Determinar a "localizacao" da resposta em frequencia do
% controlador, ou seja, encontrar wm, frequencia em que ocorre phi_m. Nessa
% frequencia o ganho do controlador eh (em dB):
Gc_wm=20*log10(Kc/sqrt(a))

%% Para que wm seja a nova frequencia de cruzamento, o ganho
% de malha nessa fequencia deve ser 1. Ou seja, o ganho da planta (sem Kc obviamente)
% deve ser o inverso do ganho do controlador nessa frequencia. Em dB, o ganho da
% planta deve ser o reciproco (negativo) do ganho do controlador. Mas ja
% calculamos o ganho do controlador em wm: Gc_wm, portanto podemos obter a
% frequencia graficamente:
% Olhar no primeiro grafico!!!

% note que em torno da fequencia 48,7 rad/s a planta tem ganho -Gc_wm (em dB).
% Portanto -> valor encontrado em -47.9 dB
wm=48.7;

%% Determinar o valor de T
T=1/(wm*sqrt(a))

%% Estah projetado o controlador:
numc=Kc*[T 1];
denc=[a*T 1];
C=tf(numc,denc)


%% Compensando o sistema e plotando o bode
% sistema compensado
CG=C*G;

```

```
figure(3)
bode(CG)
margin(CG)
grid

%% Dominio do tempo
% resposta do sistema controlado (em malha fechada) ao degrau unitario
Y_R=feedback(G,1); % sem controlador!!!
Y_R2=feedback(CG,1);  % com controlador

figure(4)
step(Y_R,'b',Y_R2,'r');
legend('Sem Compensador','Com Compensador');

figure(5)
step(Y_R2, 'r');

%% Erro em estado estacionario
t=0:0.01:2;
Yg_R=feedback(G,1);
yg=lsim(Yg_R,t,t);

figure(6)
y=lsim(Y_R2,t,t);
figure(6)
plot(t,t,'k',t,y,t,yg);
xlabel('tempo')
ess=t(end)-y(end)
```

OBS: O código será entregue junto a atividade.

5 CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho, foi desenvolvido um projeto de compensador de avanço utilizando o MATLAB e o método em domínio da frequência. O projeto foi realizado com sucesso, demonstrando a eficácia do método em domínio da frequência para o projeto de sistemas de controle. O MATLAB foi uma ferramenta valiosa para a análise e projeto do sistema, fornecendo uma variedade de funções e recursos que facilitaram o processo. A implementação do compensador de avanço resultou em um sistema de controle que foi capaz de compensar efetivamente o avanço, melhorando a resposta do sistema. Este trabalho demonstra a importância do projeto de sistemas de controle avançado e a utilidade das ferramentas como o MATLAB e o método em domínio da frequência.

6 REFÊRENCIAS

OGATA, K. Modern Control Engineering. 5. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2010.

CASTRUCCI, P. L.; BITTAR, A.; SALES, R. M. Controle Automático. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.