# Типы и модель данных

**С.В. Лемешевский (sergey.lemeshevsky@gmail.com)**

Институт математики НАН Беларуси

Feb 24, 2020

Здесь разберем как Python работает с переменными и определим, какие типы данных можно использовать в рамках этого языка. Подробно рассмотрим модель данных Python, а также механизмы создания и изменения значения переменных.

## 1. Кратко о типизации языков программирования

Если достаточно формально подходить к вопросу о типизации языка Python, то можно сказать, что он относится к языкам с неявной сильной динамической типизацией.

Неявная типизация означает, что при объявлении переменной вам не нужно указывать её тип, при явной – это делать необходимо. В качестве примера языков с явной типизацией можно привести Java, C++ . Вот как будет выглядеть объявление целочисленной переменной в Java и Python.

- Java:

```
int a = 1 ;
```

- Python:

```
a = 1
```

## 2. Типы данных в Python

В Python типы данных можно разделить на встроенные в интерпретатор (`built-in`) и не встроенные, которые можно использовать при импортировании соответствующих модулей.

К основным встроенным типам относятся:

1. `None` (неопределенное значение переменной)
2. Логические переменные (`Boolean Type`)
3. Числа (`Numeric Type`)
   (a) `int` – целое число
   (b) `float` – число с плавающей точкой
   (c) `complex` – комплексное число
4. Списки (`Sequence Type`)
   (a) `list` – список
   (b) `tuple` – кортеж
   (c) `range` – диапазон
5. Строки (`Text Sequence Type`)
   (a) `str`
6. Бинарные списки ( Binary Sequence Types )
   (a) `bytes` – байты
   (b) `bytearray` – массивы байт
   (c) `memoryview` – специальные объекты для доступа к внутренним данным объекта через `protocol buffer`
7. Множества (`Set Types`)
   (a) `set` – множество
   (b) `frozenset` – неизменяемое множество
8. Словари (`Mapping Types`)
   (a) `dict` – словарь

## 2.1. Модель данных

Рассмотрим как создаются объекты в памяти, их устройство, процесс объявления новых переменных и работу операции присваивания.

Для того, чтобы объявить и сразу инициализировать переменную необходимо написать её имя, потом поставить знак равенства и значение, с которым эта переменная будет создана.

Например строка:

```
b = 5
```

Объявляет переменную `b` и присваивает ей значение `5`.

Целочисленное значение `5` в рамках языка Python по сути своей является *объектом*. Объект, в данном случае – это абстракция для представления данных, данные – это числа, списки, строки и т.п. При этом, под *данными* следует понимать как непосредственно сами объекты, так и отношения между ними (об этом чуть позже). Каждый объект имеет три атрибута – это *идентификатор*, *значение* и *тип*.

*Идентификатор* – это уникальный признак объекта, позволяющий отличать объекты друг от друга, а *значение* – непосредственно информация, хранящаяся в памяти, которой управляет интерпретатор.

При инициализации переменной, на уровне интерпретатора, происходит следующее:

- создается целочисленный объект `5` (можно представить, что в этот момент создается ячейка и число `5` «кладется» в эту ячейку);
- данный объект имеет некоторый идентификатор, значение: `5`, и тип: целое число;
- посредством оператора `=` создается ссылка между переменной `b` и целочисленным объектом `5` (переменная `b` ссылается на объект `5`).

**Об именах переменных.**

Допустимые имена переменных в языке Python – это последовательность символов произвольной длины, содержащей «начальный символ» и ноль или более «символов продолжения». Имя переменной должно следовать определенным правилам и соглашениям.

Первое правило касается начального символа и символов продолжения. Начальным символом может быть любой символ, который в кодировке Юникод рассматривается как принадлежащий диапазону алфавитных символов ASCII (`a`, `b`, ..., `z`, `A`, `B`, ..., `Z`), символ подчеркивания (`_`), а также символы большинства национальных (не английских) алфавитов. Каждый символ продолжения может быть любым символом из тех, что пригодны в качестве начального символа, а также любым непробельным символом, включая символы, которые в кодировке Юникод считаются цифрами, такие как (`0`, `1`, ..., `9`), и символ Каталана `·`. Идентификаторы чувствительны к регистру, поэтому `TAXRATE`, `Taxrate`, `TaxRate`, `taxRate` и `taxrate` – это пять разных переменных.

Имя переменной не должно совпадать с ключевыми словами интерпретатора Python. Список ключевых слов можно получить непосредственно в программе, для этого нужно подключить модуль `keyword` и воспользоваться командой `keyword.kwlist`.

```
import keyword
print("Python keywords: " , keyword.kwlist)
```

Проверить является или нет идентификатор ключевым словом можно так:

```
>>> keyword.iskeyword("try")
True
```

```
>>> keyword.iskeyword( "b" )
False
```

**Об использовании символа подчеркивания в именах переменных.**

Не должны использоваться имена, начинающиеся и заканчивающиеся двумя символами подчеркивания (такие как `__lt__`). В языке Python определено множество различных специальных методов и переменных с такими именами (и в случае специальных методов мы можем заменять их, то есть создать свои версии этих методов), но мы не должны вводить новые имена такого рода.

Символ подчеркивания сам по себе может использоваться в качестве идентификатора; внутри интерактивной оболочки интерпретатора или в командной оболочке Python в переменной с именем `_` сохраняется результат последнего вычисленного выражения. Во время выполнения обычной программы идентификатор `_` отсутствует, если мы явно не определяем его в своем программном коде. Некоторые программисты любят использовать `_` в качестве идентификатора переменной цикла в циклах `for ... in`, когда не требуется обращаться к элементам, по которым выполняются итерации. Например:

```
for _ in (0, 1, 2, 3, 4, 5):
    print("Hello")
```

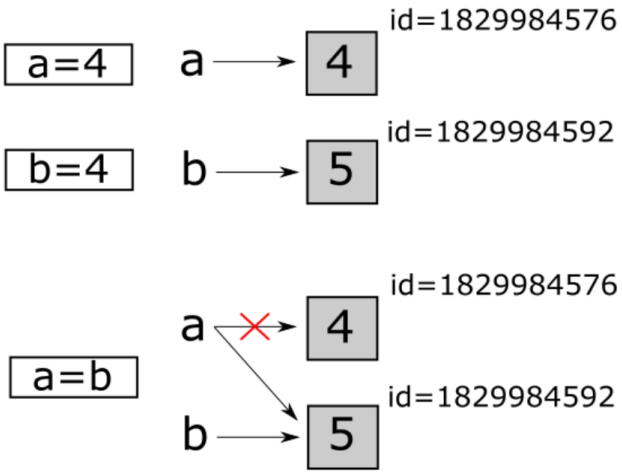
Для того, чтобы посмотреть на объект с каким идентификатором ссылается данная переменная, можно использовать функцию `id()`.

```
>>> a = 4
>>> b = 5
>>> id (a)
1829984576
```

```
>>> id (b)
1829984592
```

```
>>> a = b
>>> id (a)
1829984592
```

Как видно из примера, идентификатор – это некоторое целочисленное значение, посредством которого уникально адресуется объект. Изначально переменная a ссылается на объект `4` с идентификатором `1829984576`, переменная `b` – на объект с `id = 1829984592`. После выполнения операции присваивания `a = b`, переменная a стала ссылаться на тот же объект, что и `b`.




Тип переменной можно определить с помощью функции `type()`. Пример использования приведен ниже.

```
>>> a = 10
>>> b = ”hello”
>>> c = ( 1 , 2 )
>>> type (a)
< class 'int' >
```

```
>>> type (b)
< class 'str' >
```

```
>>> type (c)
< class 'tuple' >
```

## 3. Изменяемые и неизменяемые типы данных

В Python существуют изменяемые и неизменяемые типы.

К неизменяемым (`immutable`) типам относятся:

- целые числа (`int`);
- числа с плавающей точкой (`float`);
- комплексные числа (`complex`);
- логические переменные (`bool`);
- кортежи (`tuple`);
- строки (`str`);
- неизменяемые множества (`frozen set`).

К изменяемым ( mutable ) типам относятся

- списки (`list`);
- множества (`set`);
- словари (`dict`).

Как уже было сказано ранее, при создании переменной, вначале создается объект, который имеет уникальный идентификатор, тип и значение, после этого переменная может ссылаться на созданный объект.

Неизменяемость типа данных означает, что созданный объект больше не изменяется. Например, если мы объявим переменную `k = 15`, то будет создан объект со значением `15`, типа `int` и идентификатором, который можно узнать с помощью функции `id()`.

```
>>> k = 15
>>> id (k)
1672501744
```

```
>>> type (k)
< class 'int' >
```

Объект с `id = 1672501744` будет иметь значение `15` и изменить его уже нельзя. Если тип данных изменяемый, то можно менять значение объекта.

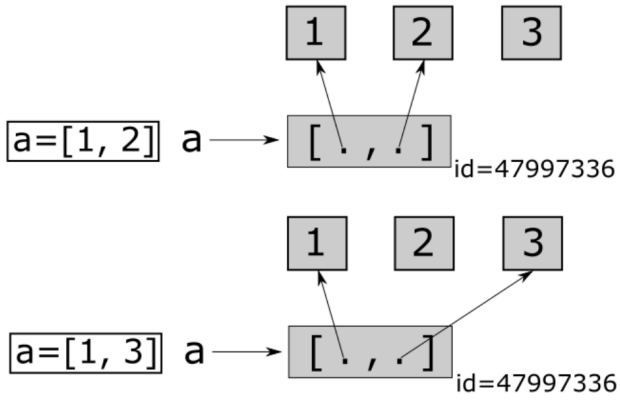
Например, создадим список `[1, 2]`, а потом заменим второй элемент на `3`.

```
>>> a = [1, 2]
>>> id (a)
47997336
```

```
>>> a[1] = 3
>>> a
[ 1 , 3 ]
```

```
>>> id(a)
47997336
```

Как видно, объект на который ссылается переменная `a`, был изменен. Это можно проиллюстрировать следующим рисунком.




В рассмотренном случае, в качестве данных списка, выступают не объекты, а отношения между объектами. Т.е. в переменной a хранятся ссылки на объекты содержащие числа `1` и `3`, а не непосредственно сами эти числа.

# 4. Целочисленные типы

В языке Python имеется два целочисленных типа, `int` и `bool`. И целые числа, и логические значения являются неизменяемыми объектами, но благодаря присутствию в языке Python комбинированных операторов присваивания эта особенность практически незаметна. В логических выражениях число `0` и значение

`False` представляют `False`, а любое другое целое число и значение `True` представляют `True`. В числовых выражениях значение `True` представляет `1`, а `False` – `0`. Это означает, что можно записывать весьма странные выражения, например, выражение `i += True` увеличит значение `i` на единицу. Естественно, более правильным будет записывать подобные выражения как `i += 1`.

Размер целого числа ограничивается только объемом памяти компьютера, поэтому легко можно создать и обрабатывать целое число, состоящее из тысяч цифр, правда, скорость работы с такими числами существенно медленнее, чем с числами, которые соответствуют машинному представлению.

Литералы целых чисел по умолчанию записываются в десятичной сис- теме счисления, но при желании можно использовать другие системы счисления:

```
>>> 14600926
14600926
>>> 0b110111101100101011011110
14600926
>>> 0o67545336
14600926
>>> 0xDECADE
14600926
```

Двоичные числа записываются с префиксом `0b`, восьмеричные – в префиксом `0o` и шестнадцатеричные – с префиксом `0x`. В префиксах допускается использовать символы верхнего регистра.

При работе с целыми числами могут использоваться обычные математические функции и операторы, как показано в табл. 1. Для арифметических операций `+`, `-`, `/`, `//`, `%` и `**` имеются соответствующие комбинированные операторы присваивания: `+=`, `-=`, `/=`, `//=`, `%=` и `**=`, где выражение `x op= y` является эквивалентом выражения `x = x op y`.

Объекты могут создаваться путем присваивания литералов переменным, например, `x = 17`, или обращением к имени соответствующего типа как к функции, например, `x = int(17)`. Создание объекта посредством использования его типа может быть выполнено одним из трех способов:

- вызов типа данных без аргументов. В этом случае объект приобретает значение по умолчанию, например, выражение `x = int()` создаст целое число `0`. Любые встроенные типы могут вызываться без аргументов.

- тип вызывается с единственным аргументом. Если указан аргумент соответствующего типа, будет создана поверхностная копия оригинального объекта. Если задан аргумент другого типа, будет предпринята попытка выполнить преобразование. Такой способ использования описывается в табл. 2

- передается два или более аргументов; не все типы поддерживают такую возможность, а для тех типов, что поддерживают ее, типы аргументов и их назначение отличаются. В случае типа `int` допускается передавать два аргумента, где первый аргумент – это строка с представлением целого числа,

Таблица 1: Арифметические операторы и функции

| Синтаксис | Описание |
|---|---|
| `x + y` | Складывает число `x` и число `y` |
| `x - y` | Вычитает число `y` из числа `x` |
| `x * y` | Умножает `x` на `y` |
| `x / y` | Делит `x` на `y` – результатом всегда является значение типа `float` (или `complex`, если `x` или `y` является комплексным числом) |
| `x // y` | Делит `x` на `y`, при этом усекает дробную часть, поэтому результатом всегда является значение типа `int`; смотрите также функцию `round()` |
| `x % y` | Возвращает модуль (остаток) от деления `x` на `y` |
| `x**y` | Возводит `x` в степень `y`; смотрите также функцию `pow()` |
| `-x` | Изменяет знак числа `x`, если оно не является нулем, если ноль – ничего не происходит |
| `+x` | Ничего не делает иногда используется для повышения удобочитаемости программного кода |
| `abs(x)` | Возвращает абсолютное значение `x` |
| `divmod(x, y)` | Возвращает частное и остаток деления `x` на `y` в виде кортежа двух значений типа `int` |
| `pow(x, y)` | Возводит `x` в степень `y`; то же самое что и оператор `**` |
| `pow(x, y, z)` | Более быстрая альтернатива выражению `(x ** y) % z` |
| `round(x, n)` | Возвращает значение типа `int`, соответствующее значению `x` типа `float`, округленному до ближайшего целого числа (или значение типа `float`, округленное до $n$-го знака после запятой, если задан аргумент `n`) |

а второй аргумент – число основания системы счисления. Например, вызов `int("A4", 16)` создаст десятичное значение `164`.

В табл. 3 перечислены битовые операторы. Все битовые операторы (`|`, `^`, `&`, « и ») имеют соответствующие комбинированные операторы присваивания (`|=`, `^=`, `&=`, «= и »=), где выражение `i op= j` является логическим эквивалентом выражения `i = i op j` в случае, когда обращение к значению `i` не имеет побочных эффектов.

## 4.1. Логические значения

Существует два встроенных логических объекта: `True` и `False`. Как и все остальные типы данных в языке Python (встроенные, библиотечные или ваши собствен-

Таблица 2: Функции преобразования целых чисел

| Синтаксис | Описание |
|---|---|
| `bin(i)` | Возвращает двоичное представление целого числа `i` в виде строки, например, `bin(1980) == '0b11110111100'` |
| `hex(i)` | Возвращает шестнадцатеричное представление целого числа `i` в виде строки, например, `hex(1980) == '0x7bc'` |
| `int(x)` | Преобразует объект `x` в целое число; в случае ошибки во время преобразования возбуждает исключение `ValueError`, а если тип объекта `x` не поддерживает преобразование в целое число возбуждает исключение `TypeError`. Если `x` является числом с плавающей точкой, оно преобразуется в целое число путем усечения дробной части. |
| `int(s, base)` | Преобразует строку `s` в целое число; в случае ошибки возбуждает исключение `ValueError`. Если задан необязательный аргумент `base`, он должен быть целым числом в диапазоне от `2` до `36` включительно. |
| `oct(i)` | Возвращает восьмеричное представление целого числа `i` в виде строки, например, `oct(1980) == '0o3674'` |

Таблица 3: Функции преобразования целых чисел

| Синтаксис | Описание |
|---|---|
| `i \| j` | Битовая операция OR (ИЛИ) над целыми числами `i` и `j`; отрицательные числа представляются как двоичное дополнение |
| `i ^ j` | Битовая операция XOR (исключающее ИЛИ) над целыми числами `i` и `j` |
| `i & j` | Битовая операция AND (И) над целыми числами `i` и `j` |
| `i « j` | Сдвигает значение `i` влево на `j` битов аналогично операции `i * (2 ** j)` без проверки на переполнение |
| `i » j` | Сдвигает значение `i` вправо на `j` битов аналогично операции `i // (2 ** j)` без проверки на переполнение |
| `\~i` | Инвертирует биты числа `i` |

ные), тип данных `bool` может вызываться как функция – при вызове без аргументов возвращается значение `False`, при вызове с аргументом типа `bool` возвращается копия аргумента, а при вызове с любым другим аргументом предпринимается попытка преобразовать указанный объект в тип `bool`. Все встроенные типы данных и типы данных из стандартной библиотеки могут быть преобразованы в тип `bool`, а добавить поддержку такого преобразования в свои собственные типы данных не представляет никакой сложности. Ниже приводится пара присваиваний логических значений и пара логических выражений:

```
>>> t = True
>>> f = False
>>> t and f
False
>>> t and True
True
```

в языке Python имеется три логических оператора: `and`, `or` и `not`. Выражения с участием операторов `and` и `or` вычисляются в соответствии с логикой сокращенных вычислений (*short-circuit logic*), и возвращается операнд, определяющий значение всего выражения, тогда как результатом оператора `not` всегда является либо `True`, либо `False`.

## 5. Типы чисел с плавающей точкой

Язык Python предоставляет три типа значений с плавающей точкой: встроенные типы `float` и `complex` и тип `decimal.Decimal` в стандартной библиотеке. Все три типа данных относятся к категории неизменяемых. Тип `float` представляет числа с плавающей точкой двойной точности, диапазон значений которых зависит от компилятора языка C (или C# или Java), применявшегося для компиляции интерпретатора Python. Числа этого типа имеют ограниченную точность и не могут надежно сравниваться на равенство значений. Числа типа `float` записываются с десятичной точкой или в экспоненциальной форме записи, например, `0.0`, `4.`, `5.7`, `-2.5`, `-2e9`, `8.9e-4`.

В машинном представлении числа с плавающей точкой хранятся как двоичные числа. Это означает, что одни дробные значения могут быть представлены точно (такие как `0.5`), а другие – только приблизительно (такие как `0.1` и `0.2`). Кроме того, для представления используется фиксированное число битов, поэтому существует ограничение на количество цифр в представлении таких чисел. Ниже приводится поясняющий пример:

```
>>> 0.0, 5.4, -2.5, 8.9e-4
```

Проблема потери точности – это не проблема, свойственная только языку Python; все языки программирования обнаруживают проблему с точным представлением чисел с плавающей точкой.

Если действительно необходимо обеспечить высокую точность, можно использовать числа типа `decimal.Decimal`. Эти числа обеспечивают уровень точности, который вы укажете (по умолчанию 28 знаков после запятой), и могут точно представлять периодические числа, такие как 0.1 , но скорость работы с такими числами существенно ниже, чем с обычными числами типа `float`. Вследствие высокой точности числа типа `decimal.Decimal` прекрасно подходят для производства финансовых вычислений.

Смешанная арифметика поддерживается таким образом, что результатом выражения с участием чисел типов `int` и `float` является число типа `float`, а с участием типов `float` и `complex` результатом является число типа `complex`. Поскольку числа типа `decimal.Decimal` имеют фиксированную точность, они могут участвовать в выражениях только с другими числами `decimal.Decimal` и с числами типа `int`; результатом таких выражений является число `decimal.Decimal`. В случае попытки выполнить операцию над несовместимыми типами возбуждается исключение `TypeError`.

## 5.1. Числа с плавающей точкой

Все числовые операторы и функции, представленные в табл. 1, могут применяться к числам типа float, включая комбинированные операторы присваивания. Тип данных float может вызываться как функция – без аргументов возвращается число `0.0`, с аргументом типа float возвращается копия аргумента, а с аргументом любого другого типа предпринимается попытка выполнить преобразование указанного объекта в тип float. При преобразовании строки аргумент может содержать либо простую форму записи числа с десятичной точкой, либо экспоненциальное представление числа. При выполнении операций с числами типа float может возникнуть ситуация, когда в результате получается значение `NaN` (*not a number* – не число) или «бесконечность». К сожалению, поведение интерпретатора в таких ситуациях может отличаться в разных реализациях и зависит от математической библиотеки системы.

Ниже приводится пример простой функции, выполняющей сравнение чисел типа float на равенство в пределах машинной точности:

```
def equal_float(a, b):
    return abs(a - b) <= sys.float_info.epsilon
```

Чтобы воспользоваться этой функцией, необходимо импортировать модуль `sys`. Объект `sys.float_info` имеет множество атрибутов. Так, `sys.float_info.epsilon` хранит минимально возможную разницу между двумя числами с плавающей точкой. На одной из 32-разрядных машин автора книги это число чуть больше 0.0000000000000002. Тип `float` в языке Python обеспечивает надежную точность до 17 значащих цифр.

В дополнение к встроенным функциональным возможностям работы с числами типа `float` модуль `math` предоставляет множество функций, которые приводятся в табл. 4. Ниже приводятся несколько фрагментов программного кода, демонстрирующих, как можно использовать функциональные возможности модуля:

```
>>> import math
>>> math.pi * (5 ** 2)
78.539816339744831
>>> math.hypot(5, 12)
13.0
>>> math.modf(13.732)
(0.73199999999999932, 13.0)
```

Модуль `math` в значительной степени опирается на математическую библиотеку, с которой был собран интерпретатор Python. Это означает, что при некоторых условиях и в граничных случаях функции модуля могут иметь различное поведение на различных платформах.

## 5.2. Комплексные числа

Тип данных `complex` относится к категории неизменяемых и хранит пару значений типа `float`, одно из которых представляет действительную часть комплексного числа, а другое – мнимую. Литералы комплексных чисел записываются как действительная и мнимая части, объединенные знаком `+` или `-`, а за мнимой частью числа следует символ `j`. Вот примеры нескольких комплексных чисел: `3.5+2j`, `0.5j`, `4+0j`, `-1 - 3.7j`. Обратите внимание, что если действительная часть числа равна `0`, ее можно вообще опустить.

Отдельные части комплексного числа доступны в виде атрибутов `real` и `imag`. Например:

```
>>> z = -89.5+2.125j
>>> z.real, z.imag
(-89.5, 2.125)
```

За исключением `//`, `%`, `divmod()` и версии `pow()` с тремя аргументами все остальные арифметические операторы и функции, перечисленные в табл. 1 могут использоваться для работы с комплексными числами, так же как и соответствующие комбинированные операторы присваивания. Кроме того, значения типа `complex` имеют метод `conjugate()`, который изменяет знак мнимой части. Например:

```
>>> z.conjugate()
(-89.5-2.125j)
```

```
>>> 3-4j.conjugate()
(3+4j)
```

Тип данных `complex` может вызываться как функция – без аргументов она вернет значение `0j`, с аргументом типа `complex` она вернет копию аргумента, а с

Таблица 4: Функции и константы модуля `math`

| Синтаксис | Описание |
|---|---|
| `math.acos(x)` | Возвращает арккосинус `x` в радианах |
| `math.acosh(x)` | Возвращает гиперболический арккосинус `x` в радианах |
| `math.asin(x)` | Возвращает арксинус `x` в радианах |
| `math.asinh(x)` | Возвращает гиперболический арксинус `x` в радианах |
| `math.atan(x)` | Возвращает арктангенс `x` в радианах |
| `math.atan2(y x)` | Возвращает арктангенс `y/x` в радианах |
| `math.atanh(x)` | Возвращает гиперболический арктангенс `x` в радианах |
| `math.ceil(x)` | Возвращает $\lvert x\rvert$, то есть наименьшее целое число типа `int`, большее и равное `x`, например, `math.ceil(5.4) == 6` |
| `math.copysign(y)` | Возвращает `x` со знаком числа `y` |
| `math.cos(x)` | Возвращает косинус `x` в радианах |
| `math.cosh(x)` | Возвращает гиперболический косинус `x` в радианах |
| `math.degrees(r` | Преобразует число `r` типа `float` из радианов в градусы |
| `math.e` | Константа $e$, примерно равная значению $2.7182818284590451$ |
| `math.exp(x)` | Возвращает $e^x$, то есть `math.e ** x` |
| `math.fabs(x)` | Возвращает $\lvert x\rvert$, то есть абсолютное значение `x` в виде числа типа `float` |
| `math.factorial` | Возвращает $x!$ |
| `math.floor(x)` | Возвращает $\lvert x\rvert$, то есть наименьшее целое число типа `int`, меньшее и равное `x`, например, `math.floor(5.4) == 5` |
| `math.fmod(x y)` | Выполняет деление по модулю (возвращает остаток) числа `x` на число `y`; дает более точный результат, чем оператор `%`, применительно к числам типа `float` |
| `math.frexp(x)` | Возвращает кортеж из двух элементов с мантиссой (в виде числа типа `float`) и экспонентой (в виде числа типа `int`) |
| `math.fsum(i)` | Возвращает сумму значений в итерируемом объекте `i` в виде числа типа `float` |
| `math.hypot(x y)` | Возвращает $\sqrt{x^2 + y^2}$ |
| `math.isinf(x)` | Возвращает `True`, если значение `x` типа `float` является бесконечностью ($\pm\infty$) |
| `math.isnan(x)` | Возвращает `True`, если значение `x` типа `float` не является числом |
| `math.ldexp(m e)` | Возвращает $m \times 2^e$ – операция обратная `math.frexp()` |
| `math.log(x b)` | Возвращает $\log_b x$, аргумент `b` является необязательным и по умолчанию имеет значение `math.e` |
| `math.log10(x)` | Возвращает $log_{10}x$ |
| `math.log1p(x)` | Возвращает $log_e(1+x)$; дает точные значения даже когда значение `x` близко к `0` |

аргументом любого другого типа она попытается преобразовать указанный объект в значение типа `complex`. При использовании для преобразования функция `complex()` принимает либо единственный строковый аргумент, либо одно или два значения типа `float`.

Если ей передается единственное значение типа `float`, возвращается комплексное число с мнимой частью, равной `0j`.

Функции в модуле `math` не работают с комплексными числами. Это сделано преднамеренно, чтобы гарантировать, что пользователи модуля `math` будут получать исключения вместо получения комплексных чисел в некоторых случаях.

Если возникает необходимость использовать комплексные числа, можно воспользоваться модулем `cmath`, который содержит комплексные версии большинства тригонометрических и логарифмических функций, присутствующих в модуле math, плюс ряд функций, специально предназначенных для работы с комплексными числами, таких как `cmath.phase()`, `cmath.polar()` и `cmath.rect()`, а также константы `cmath.pi` и `cmath.e`, которые хранят те же самые значения типа `float`, что и родственные им константы в модуле `math`.

### 5.3. Числа типа `Decimal`

Во многих приложениях недостаток точности, свойственный числам типа `float`, не имеет существенного значения, и эта неточность окупается скоростью вычислений. Но в некоторых случаях предпочтение отдается точности, даже в обмен на снижение скорости работы. Модуль `decimal` реализует неизменяемый числовой тип `Decimal`, который представляет числа с задаваемой точностью. Вычисления с участием таких чисел производятся значительно медленнее, чем в случае использования значений типа `float`, но насколько это важно, будет зависеть от приложения.

Чтобы создать объект типа `Decimal`, необходимо импортировать модуль `decimal`. Например:

```
>>> import decimal
>>> a = decimal.Decimal(9876)
>>> b = decimal.Decimal(”54321.012345678987654321”)
>>> a + b
Decimal('64197.012345678987654321')
```

## 6. Строки

Строки в языке Python представлены неизменяемым типом данных `str`, который хранит последовательность символов Юникода. Тип данных `str` может вызываться как функция для создания строковых объектов – без аргументов возвращается пустая строка; с аргументом, который не является строкой, возвращается строковое представление аргумента; а в случае, когда аргумент является строкой, возвращается его копия. Функция `str()` может также использоваться как функция

преобразования. В этом случае первый аргумент должен быть строкой или объектом, который можно преобразовать в строку, а, кроме того, функции может быть передано до двух необязательных строковых аргументов, один из которых определяет используемую кодировку, а второй определяет порядок обработки ошибок кодирования.

Литералы строк создаются с использованием кавычек или апострофов, при этом важно, чтобы с обоих концов литерала использовались кавычки одного и того же типа. В дополнение к этому мы можем использовать строки в тройных кавычках, то есть строки, которые начинаются и заканчиваются тремя символами кавычки (либо тремя кавычками, либо тремя апострофами). Например:

```
text = """Строки в тройных кавычках могут включать 'апострофы' и "кавычки"
без лишних формальностей. Мы можем даже экранировать символ перевода строки \,
благодаря чему данная конкретная строка будет занимать всего две строки."""
```

Если нам потребуется использовать кавычки в строке, это можно сделать без лишних формальностей – при условии, что они отличаются от кавычек, ограничивающих строку; в противном случае символы кавычек или апострофов внутри строки следует экранировать:

```
a = "Здесь 'апострофы' можно не экранировать, а \"кавычки\" придется."
b = 'Здесь \'апострофы\' придется экранировать, а "кавычки" не обязательно.'
```

В языке Python символ перевода строки интерпретируется как завершающий символ инструкции, но не внутри круглых скобок (`()`), квадратных скобок (`[]`), фигурных скобок (`{}`) и строк в тройных кавычках. Символы перевода строки могут без лишних формальностей использоваться в строках в тройных кавычках, и мы можем включать символы перевода строки в любые строковые литералы с помощью экранированной последовательности `\n`.

Все экранированные последовательности, допустимые в языке Python, перечислены в табл. 2.6.

Если потребуется записать длинный строковый литерал, занимающий две или более строк, но без использования тройных кавычек, то можно использовать один из приемов, показанных ниже:

```
t = "Это не самый лучший способ объединения двух длинных строк, " + \
    "потому что он основан на использовании неуклюжего экранирования"
s = ("Это отличный способ объединить две длинные строки, "
    " потому что он основан на конкатенации строковых литералов.")
```

Обратите внимание, что во втором случае для создания единственного выражения мы должны были использовать круглые скобки – без этих скобок переменной s была бы присвоена только первая строка, а наличие второй строки вызвало бы исключение `IndentationError`.

Таблица 5: Функции и константы модуля `math`

| Последовательность | Значение |
|---|---|
| `\переводстроки` | Экранирует (то есть игнорирует) символ перевода строки |
| `\\` | Символ обратного слеша (\) |
| `\'` | Апостроф (') |
| `\”` | Кавычка (”) |
| `\a` | Символ ASCII «сигнал» (bell, BEL) |
| `\b` | Символ ASCII «забой» (backspace, BS) |
| `\f` | Символ ASCII «перевод формата» (formfeed, FF) |
| `\n` | Символ ASCII «перевод строки» (linefeed, LF) |
| `\N{название}` | Символ Юникода с заданным названием |
| `\ooo` | Символ с заданным восьмеричным кодом |
| `\r` | Символ ASCII «возврат каретки» (carriage return, CR) |
| `\t` | Символ ASCII «табуляция» (tab, TAB) |
| `\uhhhh` | Символ Юникода с указанным 16-битовым шестнадцатеричным значением |
| `\Uhhhhhhhh` | Символ Юникода с указанным 32-битовым шестнадцатеричным значением |
| `\v` | Символ ASCII «вертикальная табуляция» (vertical tab, VT) |
| `\xhh` | Символ с указанным 8-битовым шестнадцатеричным значением |

## 6.1. Сравнение строк

Строки поддерживают обычные операторы сравнения `<`, `<=`, `==`, `!=`, `>` и `>=`. Эти операторы выполняют побайтовое сравнение строк в памяти. К сожалению, возникают две проблемы при сравнении, например, строк в отсортированных списках. Обе проблемы проявляются во всех языках программирования и не являются характерной особенностью Python.

Первая проблема связана с тем, что символы Юникода могут быть представлены двумя и более последовательностями байтов.

Вторая проблема заключается в том, что порядок сортировки некоторых символов зависит от конкретного языка.

## 6.2. Получение срезов строк

Отдельные элементы последовательности, а, следовательно, и отдельные символы в строках, могут извлекаться с помощью оператора доступа к элементам (`[]`). В действительности этот оператор намного более универсальный и может использоваться для извлечения не только одного символа, но и целых комбинаций (подпоследовательностей) элементов или символов, когда этот оператор используется в контексте оператора извлечения среза.

Для начала мы рассмотрим возможность извлечения отдельных символов. Нумерация позиций символов в строках начинается с 0 и продолжается до значений длины строки минус 1. Однако допускается использовать и отрицательные индексы – в этом случае отсчет начинается с последнего символа и ведется в обратном направлении к первому символу. На рис. 1 показано, как нумеруются позиции символов в строке, если предположить, что было выполнено присваивание `s = "Light ray"`.

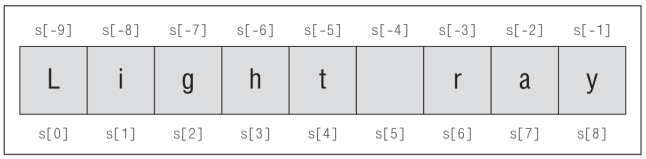



Рис. 1: Номера позиций символов в строке

Отрицательные индексы удивительно удобны, особенно индекс `-1`, который всегда соответствует последнему символу строки. Попытка обращения к индексу, находящемуся за пределами строки (или к любому индексу в пустой строке), будет вызывать исключение `IndexError`. Оператор получения среза имеет три формы записи:

```
seq[start]
seq[start:end]
seq[start:end:step]
```

Ссылка `seq` может представлять любую последовательность, такую как список, строку или кортеж. Значения `start`, `end` и `step` должны быть целыми числами (или переменными, хранящими целые числа). Первая форма — это запись оператора доступа к элементам: с ее помощью извлекается элемент последовательности с индексом `start`. Вторая форма записи извлекает подстроку, начиная с элемента с индексом `start` и заканчивая элементом с индексом `end`, *не включая* его.

При использовании второй формы записи (с одним двоеточием) мы можем опустить любой из индексов. Если опустить начальный индекс, по умолчанию будет использоваться значение `0`. Если опустить конечный индекс, по умолчанию будет использоваться значение `len(seq)`. Это означает, что если опустить оба индекса, например, `s[:]`, это будет равносильно выражению `s[0:len(s)]`, и в результате будет извлечена, то есть скопирована, последовательность целиком.

На рис. 2 приводятся некоторые примеры извлечения срезов из строки `s`, которая получена в результате присваивания `s = "The waxwork man"`.

Один из способов вставить подстроку в строку состоит в смешивании операторов извлечения среза и операторов конкатенации. Например:

```
>>> s = s[:12] + "wo" + s[12:]
>>> s
'The waxwork woman'
```

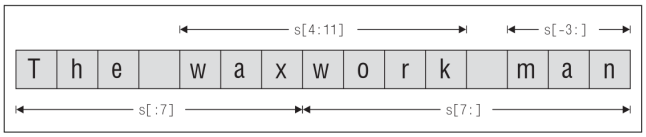



Рис. 2: Извлечение срезов из последовательности

---

Кроме того, поскольку текст «wo» присутствует в оригинальной строке, тот же самый эффект можно было бы получить путем присваивания значения выражения `s[:12] + s[7:9] + s[12:]`.

Оператор конкатенации `+` и добавления подстроки `+=` не особенно эффективны, когда в операции участвует множество строк. Для объединения большого числа строк обычно лучше использовать метод `str.join()`, с которым мы познакомимся в следующем подразделе.

Третья форма записи (с двумя двоеточиями) напоминает вторую форму, но в отличие от нее значение `step` определяет, с каким шагом следует извлекать символы. Как и при использовании второй формы записи, мы можем опустить любой из индексов. Если опустить начальный индекс, по умолчанию будет использоваться значение `0`, при условии, что задано неотрицательное значение step; в противном случае начальный индекс по умолчанию получит значение `-1`. Если опустить конечный индекс, по умолчанию будет использоваться значение `len(seq)`, при условии, что задано неотрицательное значение step; в противном случае конечный индекс по умолчанию получит значение индекса перед началом строки. Мы не можем опустить значение step, и оно не может быть равно нулю – если задание шага не требуется, то следует использовать вторую форму записи (с одним двоеточием), в которой шаг выбора элементов не указывается.

На рис. 3 приводится пара примеров извлечения разреженных срезов из строки `s`, которая получена в результате присваивания `s = ”he ate camel food”`.

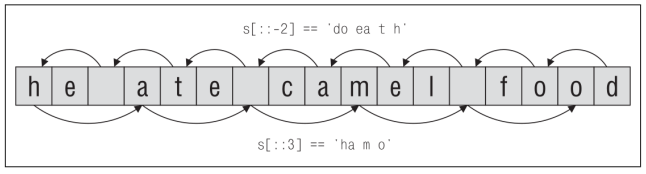



Рис. 3: Извлечение разреженных срезов

Здесь мы использовали значения по умолчанию для начального и ко- нечного индексов, то есть извлечение среза s[:: – 2] начинается с по- следнего символа строки и извлекается каждый второй символ по на- правлению к началу строки. Аналогично извлечение среза s[::3] на- чинается с первого символа строки и извлекается каждый третий сим- вол по направлению к концу строки. Существует возможность комбинировать индексы с размером шага, как показано на рис. 4.

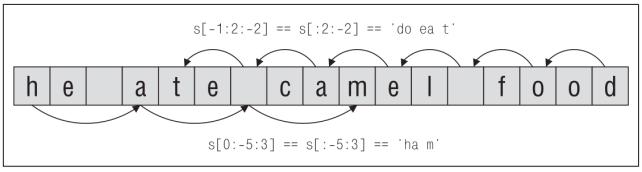



Рис. 4: Извлечение срезов из последовательности с определенным шагом

Операция извлечения элементов с определенным шагом часто применяется к последовательностям, отличным от строк, но один из ее вариантов часто применяется к строкам:

## 6.3. Операторы и методы строк

Поскольку строки относятся к категории неизменяемых последовательностей, все функциональные возможности, применимые к неизменяемым последовательностям, могут использоваться и со строками. Сюда входят оператор проверки на вхождение `in`, оператор конкатенации `+`, оператор добавления в конец `+=`, оператор дублирования `*` и комбинированный оператор присваивания с дублированием `*=`. Применение всех этих операторов в контексте строк мы обсудим в этом подразделе, а также обсудим большинство строковых методов. В табл. 2.7 приводится перечень некоторых строковых методов.

Так как строки являются последовательностями, они являются объектами, имеющими «размер», и поэтому мы можем вызывать функцию `len()`, передавая ей строки в качестве аргумента. Возвращаемая функцией длина представляет собой количество символов в строке (ноль – для пустых строк).

Мы уже знаем, что перегруженная версия оператора `+` для строк выполняет операцию конкатенации. В случаях, когда требуется объединить множество строк, лучше использовать метод `str.join()`. Метод принимает в качестве аргумента последовательность (то есть список или кортеж строк) и объединяет их в единую строку, вставляя между ними строку, относительно которой был вызван метод. Например:

```
>>> treatises = [”Arithmetica”, ”Conics”, ”Elements”]
>>> ” ”.join(treatises)
'Arithmetica Conics Elements'
```

```
>>> ”-<>-”.join(treatises)
'Arithmetica-<>-Conics-<>-Elements'
```

```
>>> ””.join(treatises)
'ArithmeticaConicsElements'
```

Метод `str.join()` может также использоваться в комбинации со встроенной функцией `reversed()`, которая переворачивает строку – например, `"".join(reversed(s))`, хотя тот же результат может быть получен более кратким оператором извлечения разреженного среза – например, `s[::-1]`.

Оператор * обеспечивает возможность дублирования строки:

```
>>> s = "=" * 5
>>> print(s)
=====
```

```
>>> s *= 10
>>> print(s)
==================================================
```

Как показано в примере, мы можем также использовать комбинированный оператор присваивания с дублированием.

## 7. Форматирование строк с помощью метода `str.format()`

Метод `str.format()` представляет собой очень мощное и гибкое средство создания строк. Использование метода `str.format()` в простых случаях не вызывает сложностей, но для более сложного форматирования нам необходимо изучить синтаксис форматирования.

Метод `str.format()` возвращает новую строку, замещая поля в контекстной строке соответствующими аргументами. Например:

```
>>> "The novel '{0}' was published in {1}".format("Hard Times", 1854)
"The novel 'Hard Times' was published in 1854"
```

Каждое замещаемое поле идентифицируется именем поля в фигурных скобках. Если в качестве имени поля используется целое число, оно определяет порядковый номер аргумента, переданного методу `str.format()`. Поэтому в данном случае поле с именем `0` было замещено первым аргументом, а поле с именем `1` – вторым аргументом.

Если бы нам потребовалось включить фигурные скобки в строку формата, мы могли бы сделать это, дублируя их, как показано ниже:

```
>>> "{{{0}}} {1} ;-}}".format("I'm in braces", "I'm not")
"{I'm in braces} I'm not ;-}"
```

Если попытаться объединить строку и число, интерпретатор Python совершенно справедливо возбудит исключение `TypeError`. Но это легко можно сделать с помощью метода `str.format()`:

```
>>> ”{0}{1}”.format(”The amount due is $”, 200)
'The amount due is $200'
```

С помощью `str.format()` мы также легко можем объединять строки (хотя для этой цели лучше подходит метод `str.join()`):

```
>>> x = ”three”
>>> s =”{0} {1} {2}”
>>> s = s.format(”The”, x, ”tops”)
>>> s
'The three tops'
```

# 8. Примеры

## 8.1. `quadratic.py`

Квадратные уравнения – это уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$, описывающие параболу. Корни таких уравнений находятся по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Часть формулы $b^2 4ac$ называется дискриминантом – если это положительная величина, уравнение имеет два действительных корня, если дискриминант равен нулю – уравнение имеет один действительный корень, и в случае отрицательного значения уравнение имеет два комплексных корня. Мы напишем программу, которая будет принимать от пользователя коэффициенты $a$, $b$ и $c$ (коэффициенты $b$ и с могут быть равны нулю) и затем вычислять и выводить его корень или корни.

Для начала посмотрим, как работает программа:

Terminal

```
> quadratic.py
ax 2 + bx + c = 0
enter a: 2.5
enter b: 0
enter c: -7.25
2.5x 2 + 0.0x + -7.25 = 0 → x = 1.70293863659 or x = -1.70293863659
```

С коэффициентами $1.5$, $-3$ и $6$ программа выведет (некоторые цифры обрезаны):

Terminal

```
> 1.5x 2 + -3.0x + 6.0 = 0 → x = (1+1.7320508j) or x = (1-1.7320508j)
```