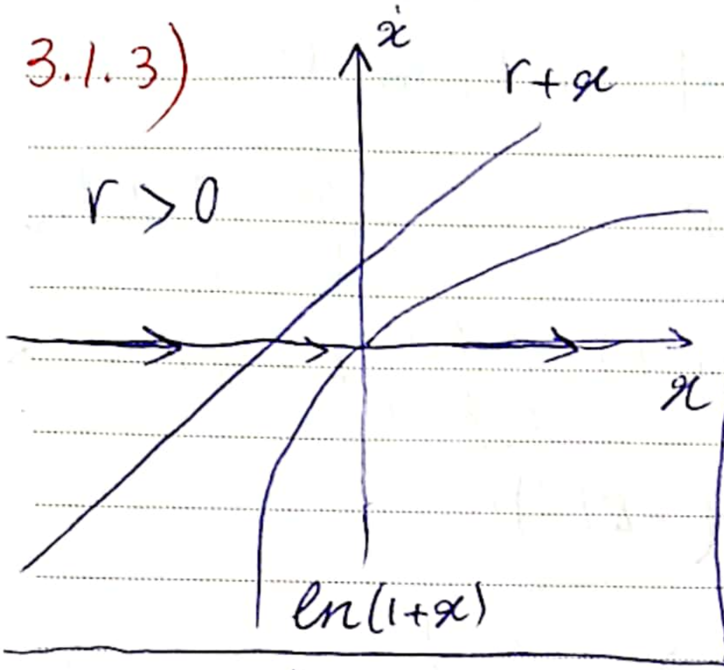
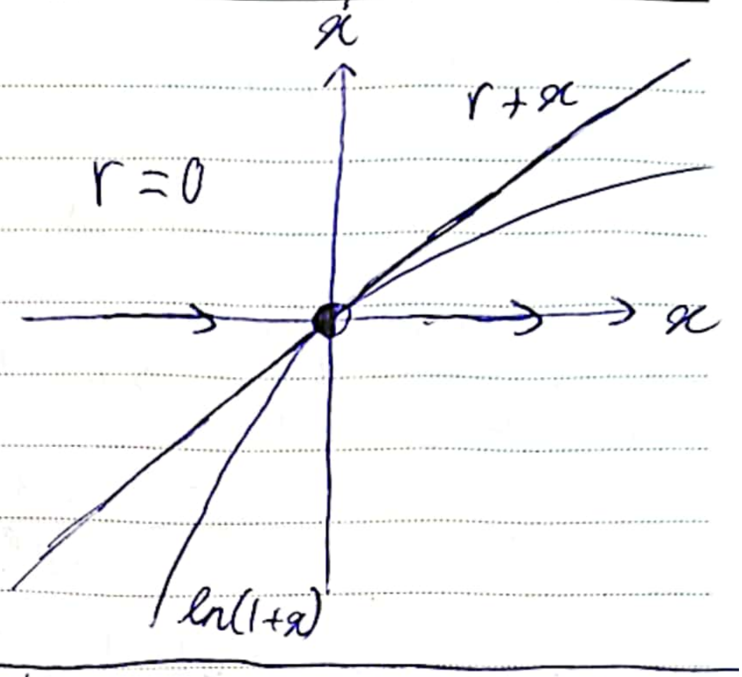
Subject:
Date

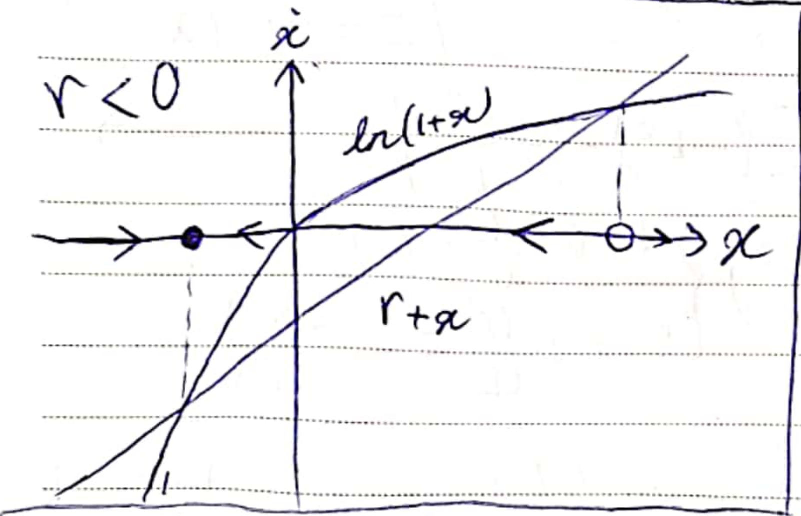
تمرین سری سوم دینامیک غیرخطی د[redacted] آشوب

صالح شاملو احمدی ۹۸۱۰۰۸۷۲

3.1.3)







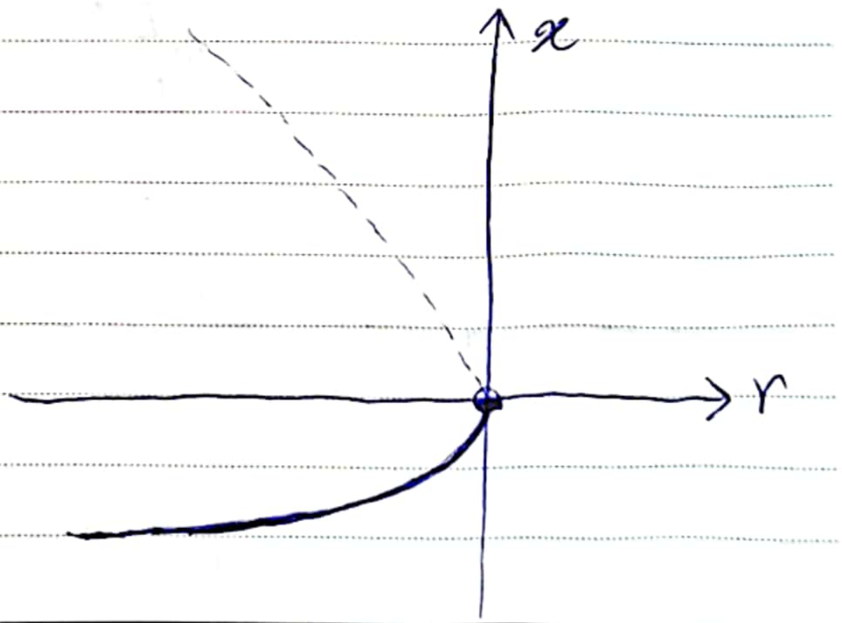
در دوشاخگی زین-گره، در نقطه ثابت مشتق $\dot x$ نسبت به x صفر است، پس

$$\frac{d\dot x}{dx} = 1 - \frac{1}{1+x} = \frac{x}{1+x} = 0 \longrightarrow x=0$$

در $r=0$ این نقطه ثابت است

همچنین با بسط $\dot x$ تا مرتبه دوم حول $x=0$ متوجه می‌شویم به فرم $\dot x \simeq r + \frac{x^2}{2}$ است که دوشاخگی زین-گره می‌دهد.

با توجه به شکل نمودار $\ln(1+x)$، نقطه ناپایدار سریع‌تر از نقطه پایدار از مبدأ دور می‌شود و سرعت دور شدن هر دو با منفی شدن r کم می‌شود.



PAPCO

Subject:
Date

3.3.2) a) $ED - P \simeq 0 \longrightarrow \boxed{P = ED}$ ⊛

$\lambda + 1 - D - \lambda EP \simeq 0 \xrightarrow{⊛} \lambda + 1 - D - \lambda E^2 D = 0 \longrightarrow \boxed{D = \dfrac{\lambda+1}{\lambda E^2 + 1}}$

$\longrightarrow \boxed{P = \dfrac{\lambda+1}{\lambda E^2+1} E} \longrightarrow \dot{E} = K(P - E) = \dfrac{K(\lambda+1)}{E^2\lambda+1} E - KE \longrightarrow$

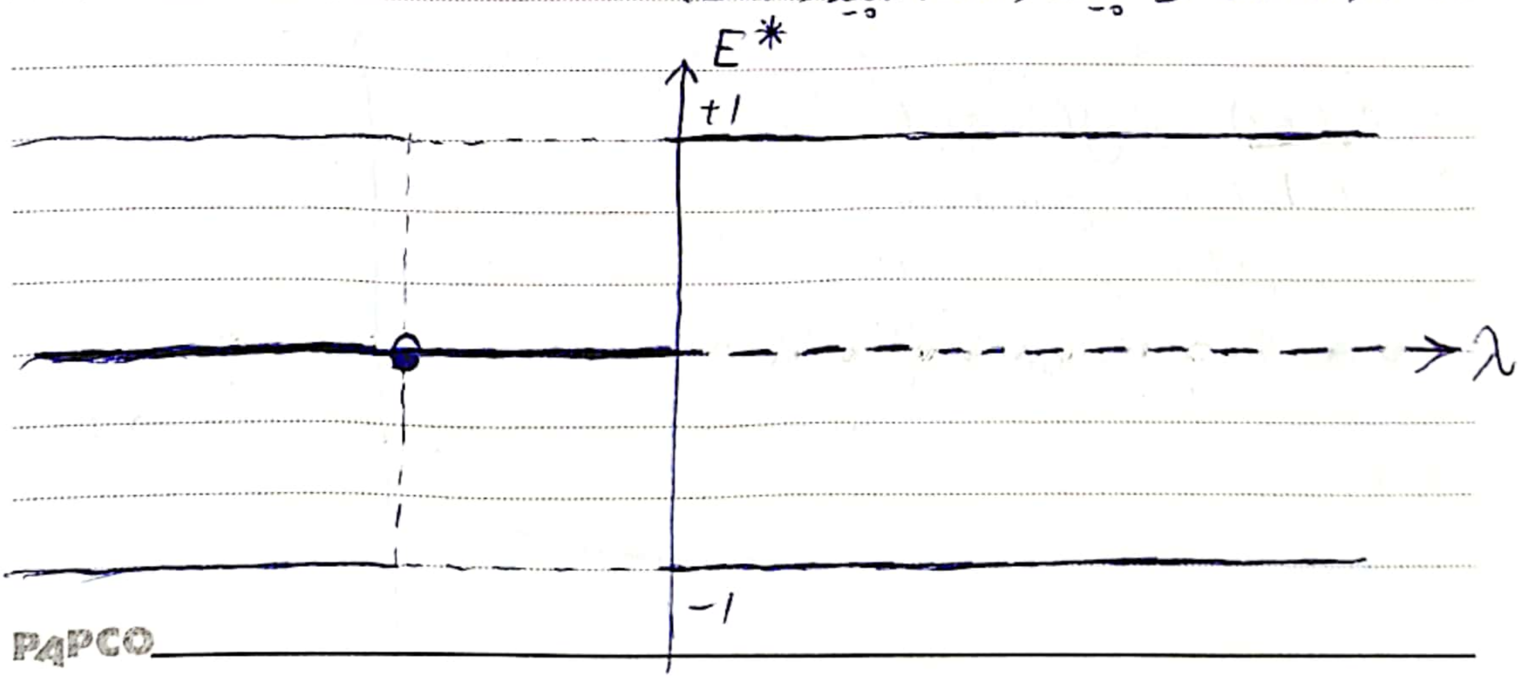
$$\boxed{\dot{E} = \frac{K\lambda E}{1+\lambda E^2}\left(1 - E^2\right)}$$

b) $\dot{E} = 0 \longrightarrow E(1 - E^2) = 0 \longrightarrow$ نقاط ثابت $\begin{cases} E = 0 \\ E = \pm 1 \quad (\lambda \neq -1) \end{cases}$

c) $\dfrac{d\dot{E}}{dE} = K\lambda\left[\dfrac{1-E^2}{1+\lambda E^2} - \dfrac{2\lambda E^2}{(1+\lambda E^2)^2}(1-E^2) - \dfrac{2E^2}{1+\lambda E^2}\right] \longrightarrow$

$$\frac{d\dot{E}}{dE} = \frac{K\lambda}{1+\lambda E^2}\left(1 - \frac{2\lambda E^2(1-E^2)}{1+\lambda E^2} - 3E^2\right) \begin{cases} E = 0: \dfrac{d\dot{E}}{dE} = K\lambda \\ E = \pm 1: \dfrac{d\dot{E}}{dE} = -\dfrac{2K\lambda}{1+\lambda} \end{cases}$$

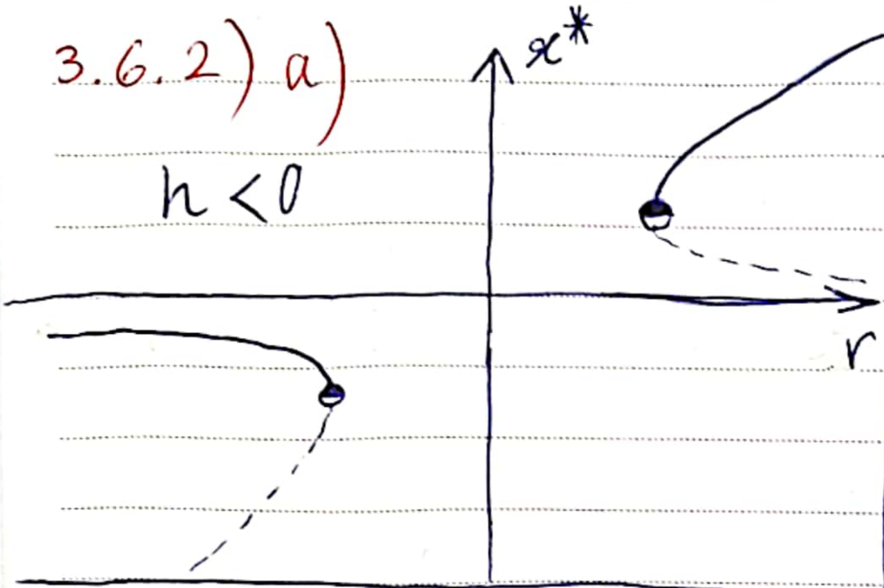
در $\lambda < -1$ تمام نقاط ثابت پایدار هستند. در $\lambda = -1$ تنها نقطه ثابت $E = 0$ است که نیمه‌پایدار است. در $-1 < \lambda < 0$ نقطه 0 پایدار و ± 1 ناپایدار هستند. در $\lambda = 0$، $\dot{E} = 0$ و E ثابت است. در $\lambda > 0$ نقاط ± 1 پایدار و نقطه 0 ناپایدار است.



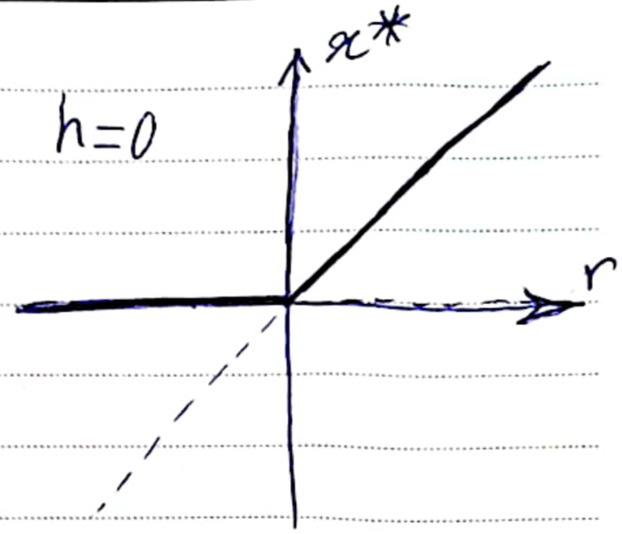
Subject:
Date

3.6.2) a)

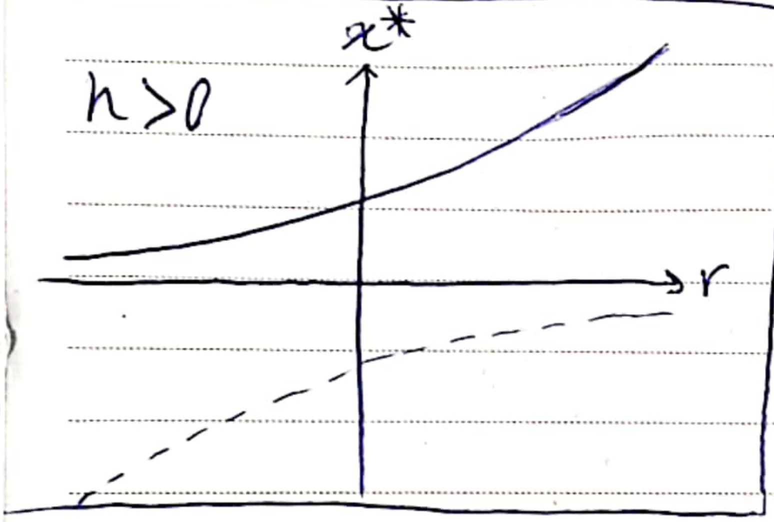
$h<0$



$h=0$

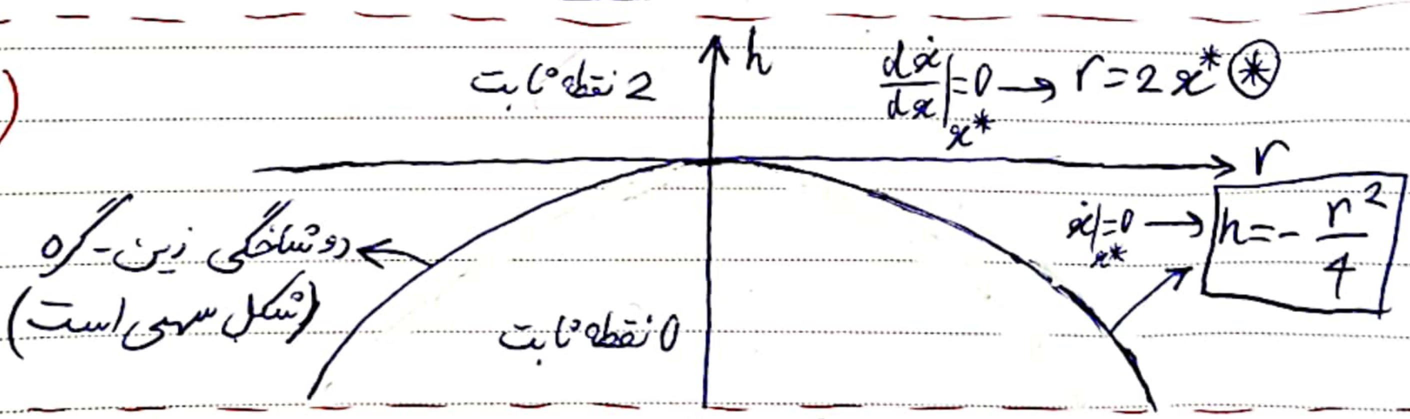


$h>0$

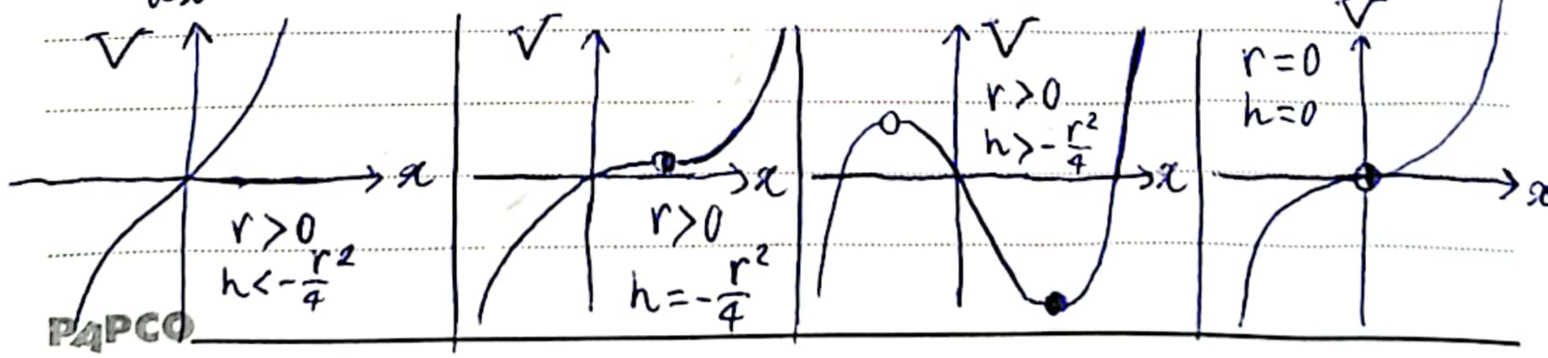


در $h<0$ با توجه به اینکه نمودار $\dot{x}$ برحسب x یک سهمی برعکس است، در یک r مثبت و در یک r منفی دوشاخگی زین-گره داریم. در $h=0$ یک دوشاخگی ترابحرانی ساده داریم. در $h>0$ با توجه به شکل سهمی، همواره یک نقطه ثابت پایدار و یک نقطه ثابت ناپایدار داریم.

b)



c) $-\dfrac{dV}{dx}=h+rx-x^2 \longrightarrow V=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{rx^2}{2}-hx+V_0$ ($V_0=0$ انتخاب می‌کنیم)



PAPCO