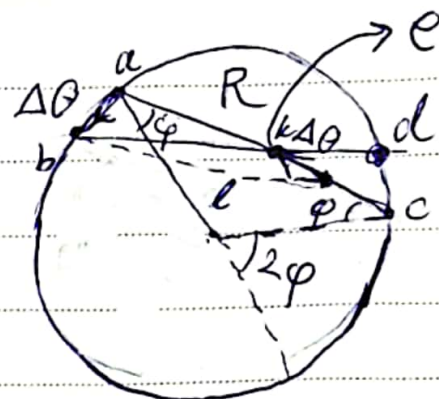


Subject: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_

تسریں سری سیستم دینامیک غیر خطی و آشوب  
طالع شالو واحدی  
۹۸۱۰۰۱۷۲

7.1.9/a, b) مستقیم معادله دینامیک کلی بخش b را پیدا کنیم.



$$\Delta R \approx -k\Delta\theta + (l-R)$$

$$l^2 = \Delta\theta^2 + R^2 - 2\Delta\theta R \cos(\varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\Delta R \approx -k\Delta\theta - R + \sqrt{\Delta\theta^2 + R^2 + 2\Delta\theta R \sin\varphi} \approx -k\Delta\theta - R + R + \Delta\theta \sin\varphi$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{dR}{d\theta} = -k + \sin\varphi} \quad \Delta abe \sim \Delta cde \rightarrow \frac{\widehat{cd}}{\widehat{ab}} = \frac{\widehat{ce}}{\widehat{ae}} \quad \widehat{ab} = \Delta\theta$$

$$\widehat{cd} = \Delta\theta \frac{k\Delta\theta + 2\cos\varphi - R}{R - k\Delta\theta} \approx \left(\frac{2\cos\varphi - 1}{R}\right) \Delta\theta$$

$$\Delta(2\varphi) = \widehat{cd} - \Delta\theta \rightarrow 2\Delta\varphi = \left(\frac{2\cos\varphi - 1}{R}\right) \Delta\theta - \Delta\theta$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\cos\varphi - 1}{R}$$

$$\boxed{\begin{cases} R' = \sin\varphi - k \\ R\varphi' = \cos\varphi - R \end{cases}}$$

$$c) \text{ در تعادل } \begin{cases} R' = 0 \rightarrow \varphi^* = \sin^{-1}k \\ \varphi' = 0 \rightarrow R^* = \cos\varphi^* = \sqrt{1-k^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R'(\varphi^* + \delta\varphi) \approx \cos\varphi^* \delta\varphi \\ \varphi'(R^* + \delta R, \varphi^* + \delta\varphi) \approx -\frac{\sin\varphi^* \delta\varphi}{R^*} + \frac{\cos\varphi^* \delta R}{R^{*2}} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \delta R' \approx \sqrt{1-k^2} \delta\varphi \\ \delta\varphi' \approx \frac{-k\delta\varphi + \delta R}{\sqrt{1-k^2}} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} \delta R' \\ \delta\varphi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1-k^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} & -\frac{k}{\sqrt{1-k^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta R \\ \delta\varphi \end{pmatrix}$$

چون  $\lambda_1 + \lambda_2 < 0$  و نقطه تعادل پایداری دارد. بنابراین در طولانی مدت مختصات سیستم  $(R^*, \varphi^*) = (\sqrt{1-k^2}, \sin^{-1}k)$  خواهد بود که یعنی سنگ در فاصله و زاویه ثابت از اردک در دایره می چرخد. این برای هر  $k < 1$  نفعی دهد.