

سرمایش زیر یک کلوین

صالح شاملو احمدی
دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده فیزیک

۲۵ اردیبهشت ۱۴۰۰

چکیده

با تبخیر هلیوم مایع در فشار پایین می‌توان نسبتاً به راحتی به دماهای نزدیک یک کلوین دست یافت، اما برای دستیابی به دماهای پایین‌تر نیاز به روش‌های دیگری داریم. استفاده از اصول ترمودینامیک به ما کمک می‌کند روش‌های مناسبی برای این منظور پیدا کنیم و آنها را از جوانب مختلف بررسی کنیم. در این مقاله دو روش سرمایش مغناطیسی^۱ و یخچال رقیق‌سازی هلیوم-۳/هلیوم-۴^۲ را معرفی می‌کنم که پرکاربردترین روش‌های سرمایش در بازه میلی کلوین تا یک کلوین هستند. این دو تکنولوژی با فراهم کردن امکان بررسی پدیده‌های مختلف در دماهای پایین، در پیشرفت فیزیک تأثیر به سزایی داشتند. همچنین تولید دستگاه‌هایی مثل کامپیوترهای کوانتومی وابسته به این تکنولوژی‌ها است.

۱ سرمایش مغناطیسی

مرجع: [۱]

با تغییر خاصیت مغناطیسی یک ماده، می‌توان دما یا آنتروپی آن را تغییر داد. وابستگی خواص گرمایی و مغناطیسی به اثر گرما مغناطیسی^۳ موسوم است. در دماهای پایین این اثر می‌تواند بسیار بزرگ شود و می‌توان از آن برای دستیابی به دماهای پایین‌تر از یک کلوین استفاده کرد. در سال ۱۹۲۲، هایکه کامرلینگ اونس^۴ (کاشف ابررسانایی و برنده جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۱۳) توانست با روش سرمایش تبخیری هلیوم مایع، به دمای ۰.۸۳ K دست یابد. با توجه به اینکه دمای جوش هیچ عنصری دیگری از هلیوم پایین‌تر نیست، او پیش‌بینی کرد این پایین‌ترین دمای آزمایشگاهی ممکن است، مگر اینکه روش سرمایش جدیدی ابداع شود. در سال ۱۹۲۶ پتر دیبای^۵ و به طور مستقل در سال ۱۹۲۷ ویلیام فرانسیس جیوک^۶ (برنده جایزه نوبل شیمی سال

^۱Magnetic Refrigeration

^۲^۳He/^۴He dilution refrigerator

^۳Magnetocaloric Effect

^۴Heike Kamerlingh Onnes

^۵Peter Debye

^۶William Francis Giauque

(۱۹۴۹) پیشنهاد دادند که می‌توان از آنتروپی جهت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی برای سرمایش استفاده کرد. در سال ۱۹۳۳ جیوک و همکارش د. پ. مکدوگل^۷ با استفاده از این روش به دمای 0.53 K دست یافتند. کمی بعدتر، واندرویهانس د هاس^۸، الیزا کورنلیس ویرسما^۹ و هندریک انتونی کرامرز^{۱۰} با استفاده از همین روش به دمای 0.27 K دست یافتند. سرمایش مغناطیسی اولین روش برای دستیابی به دماهای پایین‌تر از یک کلون بود. امروزه می‌توان این روش را برای سرمایش تا دماهای بین ۲ میلی‌کلون و ۱ کلون استفاده کرد. در دهه‌های اخیر این روش زیاد استفاده نشده و با یخچال رقیق‌سازی هلیوم-۳/هلیوم-۴ جایگزین شده است، چرا که سرمایش توسط رقیق‌سازی پیوسته است. ممکن است در آینده سرمایش مغناطیسی برای فضاپیماها مورد استفاده قرار بگیرد. سرمایش مغناطیسی هسته‌ای همچنان مورد تحقیق است. [۲]

۱.۱ اثر گرما مغناطیسی

ظرفیت گرمایی مربوط به تغییر خاصیت مغناطیسی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$C_T^{(B)} = \frac{dQ_T}{dB} = T \left(\frac{\partial S}{\partial B} \right)_T \quad (۱)$$

که در آن B میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده است. برای حذف آنتروپی از یک رابطه ماکسول استفاده می‌کنیم. با حذف بقیه عوامل و تمرکز روی اثرات گرمایی و مغناطیسی، فرم دیفرانسیلی انرژی درونی بدین شکل است:

$$dU = T dS + B dM \quad (۲)$$

که در آن M مغناطش ماده است. با اعمال تبدیل لوزاندر:

$$dU[T, B] = -S dT - M dB \quad (۳)$$

طبق تقارن مشتق جزئی دوم:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial B \partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial B} \quad (۴)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial B} \right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B \quad (۵)$$

با جایگذاری در رابطه (۱):

$$C_T^{(B)} = T \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B \quad (۶)$$

⁷D. P. MacDougall

⁸Wander Johannes de Haas

⁹Eliza Cornelis Wiersma

¹⁰Hendrik Anthony Krammers

همچنین تغییر دما نسبت به تغییر میدان مغناطیسی در یک فرایند بی دررو از رابطه زیر بدست می‌آید (این رابطه نتیجه قضیه تابع ضمنی برای متغیرهای سیستم است):

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = -\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T}{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_B} \quad (7)$$

طبق تعریف ظرفیت گرمایی در میدان مغناطیسی ثابت $C_B = dQ_B/dT = T(\partial S/\partial T)_B$ و رابطه ماکسول (۵):

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = -\frac{T}{C_B} \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B \quad (8)$$

اگر اندازه پذیرفتاری مغناطیسی داخل $\chi_m = M/H_{\text{داخل}}$ خیلی بزرگ نباشد (یعنی تأثیر میدان دو قطبی‌های مغناطیسی داخل ماده روی یکدیگر کوچک باشد)، $H_{\text{داخل}} \approx B/\mu_0$ و به تقریب:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B = \frac{B}{\mu_0} \left(\frac{\partial \chi_m}{\partial T}\right)_B \quad (9)$$

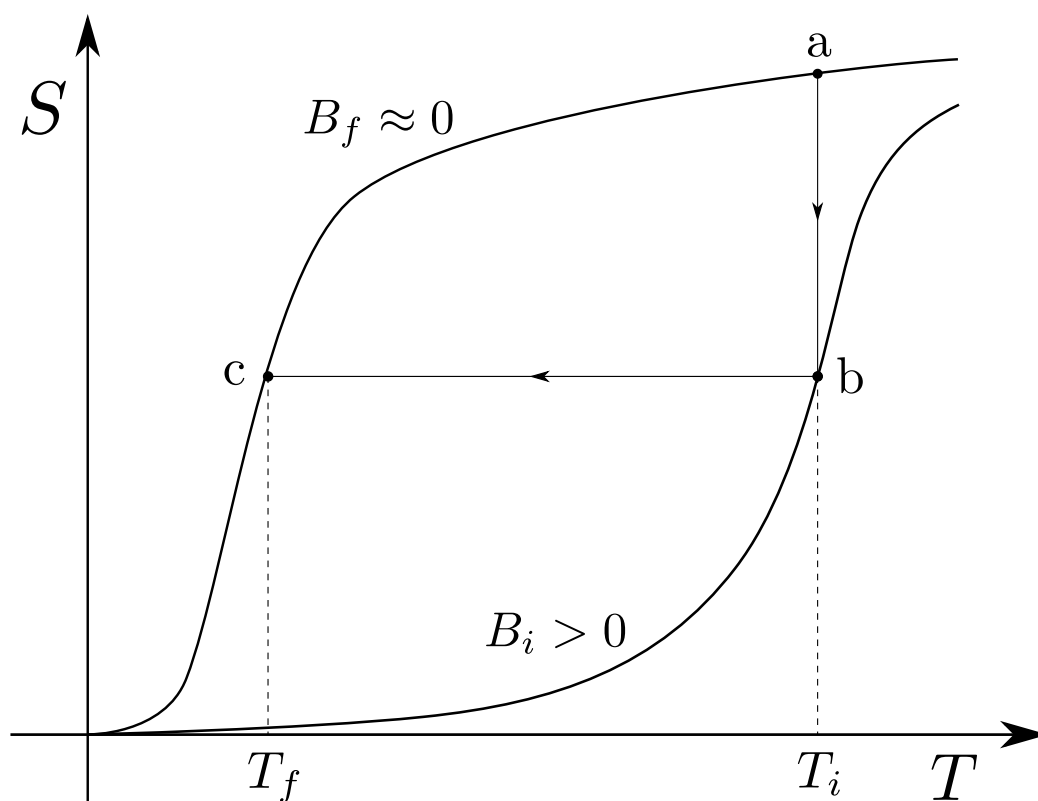
با بازنویسی روابط (۶) و (۸):

$$\begin{cases} C_T^{(B)} = \frac{TB}{\mu_0} \left(\frac{\partial \chi_m}{\partial T}\right)_B \\ \left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = -\frac{TB}{\mu_0 C_B} \left(\frac{\partial \chi_m}{\partial T}\right)_B \end{cases} \quad (10)$$

$$(11)$$

با افزایش دما جنبش ذرات بالا می‌رود و بنابراین دوقطبی‌های مغناطیسی، سخت‌تر هم‌راستای میدان مغناطیسی خارجی می‌شوند. پس واضح است که پذیرفتاری مغناطیسی با افزایش میدان کاهش پیدا می‌کند و علامت مشتق جزئی دو رابطه بالا منفی است. این یعنی علامت $C_T^{(B)}$ مثبت و علامت $(\partial T/\partial B)_S$ منفی است. این نتایج با ارتباط آنتروپی و نظم نیز سازگار هستند؛ با افزایش میدان مغناطیسی، به دلیل جهت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی، نظم افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه آنتروپی کاهش پیدا می‌کند. در آنتروپی ثابت، با افزایش نظم در جهت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی، برای ثابت ماندن بی‌نظمی سیستم باید دما بالا برود تا با بی‌نظمی حاصل از جنبش ذرات، نظم مغناطیسی ایجاد شده خنثی شود.

دقت کنید که اثر گرمای مغناطیسی فقط در مواد پارامغناطیس دیده می‌شود چراکه این پدیده حاصل تغییر نظم و جنبش در سیستم در حضور میدان مغناطیسی است؛ در مواد پارامغناطیسی، اعمال میدان مغناطیسی خارجی باعث جهت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی می‌شود، اما در دیگر مواد مغناطیسی، اعمال میدان مغناطیسی خارجی فقط حالت‌های الکترونی اتم‌ها را تغییر می‌دهد و اثر گرمایی ندارد.



شکل ۱: سرمایش نمک پارامغناطیس به کمک یک فرایند هم‌دما و یک فرایند بی‌دررو

۲.۱ مغناطیس‌زدایی بی‌دررو

به شکل ۱ دقت کنید. برای سرد کردن یک نمک پارامغناطیسی، ابتدا با استفاده از روش‌هایی مثل تبخیر هلیوم مایع آن را به دمای T_i می‌رسانیم. با استفاده از هلیوم-۴ می‌توانیم نمک را به دمای حدود ۱ کلوین برسانیم و با استفاده از هلیوم-۳ می‌توانیم دما را به ۳۰۰ میلی کلوین کاهش دهیم.^{۱۱} در این دما اثر گرما مغناطیسی مشهود است و می‌توانیم از آن برای سرد کردن نمک استفاده کنیم. در مرحله بعدی آنتروپی نمک را به صورت هم‌دما کم می‌کنیم (فرایند ab) و در آخر دمای آن را به صورت بی‌دررو پایین می‌آوریم (فرایند bc) تا به دمای T_f برسیم. برای انجام فرایند هم‌دما، نمک را با استفاده از یک محیط تبدلی در تماس با یک منبع هلیوم مایع قرار می‌دهیم

^{۱۱} علت بهینه‌تر بودن سرمایش توسط ایزوتوپ هلیوم-۳ سبک‌تر بودن (یعنی کم‌تر بودن جرم) آن و عدم وجود پدیده ابرشارگی برای آن است؛ سبک بودن به این کمک می‌کند که تبخیر سطحی راحت‌تر انجام بگیرد. پدیده ابرشارگی در هلیوم-۴ باعث می‌شود بتواند روی تمام سطوح در دسترس پخش شود. با حرکت روی دیواره‌های ظرف و لوله‌های پمپ هلیوم-۴ به سمت نواحی گرم‌تر می‌رود و در آنجا بخار می‌شود که این عمل کارایی پمپ را پایین می‌آورد. همچنین مقداری از این بخار دوباره در نواحی سردتر چگالیده می‌شود و گرما آزاد می‌کند که بازدهی را پایین می‌آورد و دای تعادل سیستم را بالا می‌برد.

نوع	نام	ترکیب	دمای کوری (T_c)
دما بالا	MAS	$\text{Mn}^{2+}\text{SO}_4 \cdot (\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$	0.17 K
	FAA	$\text{Fe}_2^{3+}(\text{SO}_4)_3 \cdot (\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot 24\text{H}_2\text{O}$	0.03 K
دما پایین	CPA	$\text{Cr}_2^{3+}(\text{SO}_4)_3 \cdot \text{K}_2\text{SO}_4 \cdot 24\text{H}_2\text{O}$	0.01 K
	CMN	$2\text{Ce}^{3+}(\text{NO}_3)_3 \cdot 3\text{Mg}(\text{NO}_3)_2 \cdot 24\text{H}_2\text{O}$	0.002 K

جدول ۱: مشخصات چند نمک پارامغناطیس مناسب برای سرمایش مغناطیسی [۲]

و به آرامی میدان مغناطیسی بیرونی را قوی می‌کنیم تا به آنتروپی مطلوب برسیم (تبادل گرمای بین نمک و هلیوم مایع باعث می‌شود که دمای نمک ثابت بماند). سپس برای انجام فرایند بی‌دررو، نمک را از نظر گرمایی عایق می‌کنیم و میدان مغناطیسی بیرونی را به آرامی ضعیف می‌کنیم تا میدان کاملاً از بین برود (کند بودن این فرایند مهم است؛ باید زمان کافی برای تعادل بین دوقطبی‌های مغناطیسی با شبکه بلوری نمک و بقیه اجزایی که سرد می‌کنیم، وجود داشته باشد). بدین ترتیب می‌توانیم دمای نمک پارامغناطیس را تا حدود دمای کوری آن پایین ببریم؛ در این دما برهم‌کنش دوقطبی‌های مغناطیسی قوی است و جهت‌گیری خود به خودی اتفاق می‌افتد. این موضوع باعث می‌شود ماده به یک آهنربای دائمی تبدیل شود و اثر گرمامغناطیسی از بین برود. دمای کوری چند نمک پارامغناطیس مناسب برای سرمایش مغناطیسی در جدول ۱ مشخص شده است. این فرایند سرمایش، مغناطیس‌زدایی بی‌دررو^{۱۲} نام دارد. برای اینکه دمای کوری نمک پارامغناطیسی پایین باشد، می‌توانیم از نمک‌هایی استفاده کنیم که در شبکه بلور آنها فاصله دوقطبی‌های مغناطیسی نسبتاً زیاد است تا برهم‌کنش بین دوقطبی‌ها ضعیف باشد و جهت‌گیری خودبه‌خودی سخت‌تر اتفاق بیفتد. البته باید این را هم در نظر بگیریم که با کم شدن چگالی دوقطبی‌های مغناطیسی، سهم آنتروپی مغناطیسی (حاصل از به هم ریختگی جهت‌های دوقطبی‌های مغناطیسی) از آنتروپی کل کم می‌شود و توان سرمایشی نمک پارامغناطیسی کاهش می‌یابد. این موضوع هنگامی که از نمک برای سرد کردن نمونه دیگری (جز خود نمک) استفاده می‌کنیم، بسیار حائز اهمیت است. در کل باید بین دمای کمینه و توان سرمایشی تعادل مطلوبی ایجاد کنیم.

می‌توانیم با استفاده از روابط مربوط به خواص مغناطیسی مواد و کمی محاسبه ریاضیاتی، رابطه‌ای بین مقادیر میدان مغناطیسی و دماها در فرایند بی‌دررو (مغناطیس‌زدایی بی‌دررو) بدست آوریم. طبق تعریف ظرفیت گرمایی در میدان مغناطیسی ثابت:

$$\left(\frac{\partial C_B}{\partial B}\right)_T = \frac{\partial}{\partial B} \left(T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_B \right)_T = T \frac{\partial^2 S}{\partial B \partial T} \quad (12)$$

¹²Adiabatic Demagnetization

طبق تقارن مشتق جزئی مرتبه دوم:

$$\left(\frac{\partial C_B}{\partial B}\right)_T = T \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial B} = T \frac{\partial}{\partial T} \left(\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T \right)_B \quad (۱۳)$$

طبق رابطه ماکسول (۵):

$$\left(\frac{\partial C_B}{\partial B}\right)_T = T \frac{\partial}{\partial T} \left(\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B \right)_B = T \left(\frac{\partial^2 M}{\partial T^2} \right)_B \quad (۱۴)$$

با جایگذاری از رابطه (۹):

$$\left(\frac{\partial C_B}{\partial B}\right)_T = \frac{TB}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2 \chi_m}{\partial T^2} \right)_B \quad (۱۵)$$

وابستگی پذیرفتاری مغناطیسی به دما در دماهایی که خیلی به دمای کوری نزدیک نباشند از قانون کوری-وایس بدست می‌آید:

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_c} \quad (۱۶)$$

که در آن T_c دمای کوری و C ثابتی وابسته به خواص ماده مغناطیسی است. با استفاده از این قانون:

$$\left(\frac{\partial C_B}{\partial B}\right)_T = \frac{TB}{\mu_0} \left[\frac{2C}{(T - T_c)^3} \right] \quad (۱۷)$$

حال از دو طرف معادله روی B انتگرال می‌گیریم:

$$\int_0^B \left(\frac{\partial C_B}{\partial B}\right)_T dB = \int_0^B \frac{2CTB}{\mu_0(T - T_c)^3} dB \quad (۱۸)$$

$$C_B \Big|_0^B = \frac{CTB^2}{\mu_0(T - T_c)^3} \Big|_0^B \quad (۱۹)$$

$$C_B(B, T) = C_B(0, T) + \frac{CTB^2}{\mu_0(T - T_c)^3} \quad (۲۰)$$

جمله دوم مربوط به تغییر نظم حاصل از جهت‌گیری دوقطبی‌ها در میدان مغناطیسی است. جمله اول مربوط به بقیه عواملی است که در آنتروپی سیستم سهم هستند. بخشی از آن مربوط به جنبش ذرات شبکه‌ای است که یون‌های مغناطیسی را دربر دارد و همچنین جنبش ذرات نمونه دیگری که توسط نمک در حال سرد شدن است. این سهم‌ها در دماهای پایینی که سرمایش مغناطیسی در آن اتفاق می‌افتد، معمولاً ناچیز و قابل صرف‌نظر هستند. عامل دیگر مربوط به جمله اول، برهم‌کنش دوقطبی‌های مغناطیسی و جهت‌گیری خود به خودی در دمای نزدیک به دمای کوری است. می‌توانیم

برای دماهایی که خیلی به دمای کوری نمک نزدیک نیستند، از این سهم نیز نیز صرف نظر کنیم. پس در بازه دمایی اصلی سرمای مغناطیسی با تقریب خوبی:

$$C_B(B, T) = \frac{CTB^2}{\mu_0(T - T_c)^3} \quad (21)$$

با جایگذاری عبارت بالا در رابطه (۱۱) و استفاده از قانون کوری-وایس:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = \frac{T - T_c}{B} \quad (22)$$

با انتگرال گیری:

$$\frac{T_f - T_c}{T_i - T_c} = \frac{B_f}{B_i} \quad (23)$$

به عبارتی دیگر، نسبت میدان مغناطیسی اعمال شده و اختلاف دمای نمک پارامغناطیس تا دمای کوری آن، در فرایند بی دررو ثابت است. یعنی آنتروپی نمک پارامغناطیس تابعی از این نسبت است. با توجه به رابطه (۲۳) با صفر شدن میدان مغناطیسی خارجی، دمای نمک پارامغناطیسی تا دمای کوری آن پایین می رود. در عمل، دما تا این حد کاهش نمی یابد چون در این تقریب، جهت گیری خودبه خودی دوقطبی های مغناطیسی را در نظر نگرفتیم که در نزدیکی دمای کوری تأثیر چشمگیری دارد و قابل صرف نظر نیست. پس دمای نهایی از دمای کوری کمی بالاتر خواهد بود. همچنین دقت کنید که میدان مغناطیسی اولیه ای که به سیستم اعمال می کنیم باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا آنتروپی سیستم به حدی پایین بیاید که آنتروپی مغناطیسی با آنتروپی حاصل از جنبش ذرات و بقیه اثرات گرمایی، قابل مقایسه باشد. فقط در این صورت اثر مغناطیس زدایی بی دررو به اندازه ای بزرگ است که می تواند جنبش ذرات را تا حد قابل توجهی کاهش دهد و دما را پایین بیاورد.

۲ یخچال رقیق سازی هلیوم-۳/هلیوم-۴

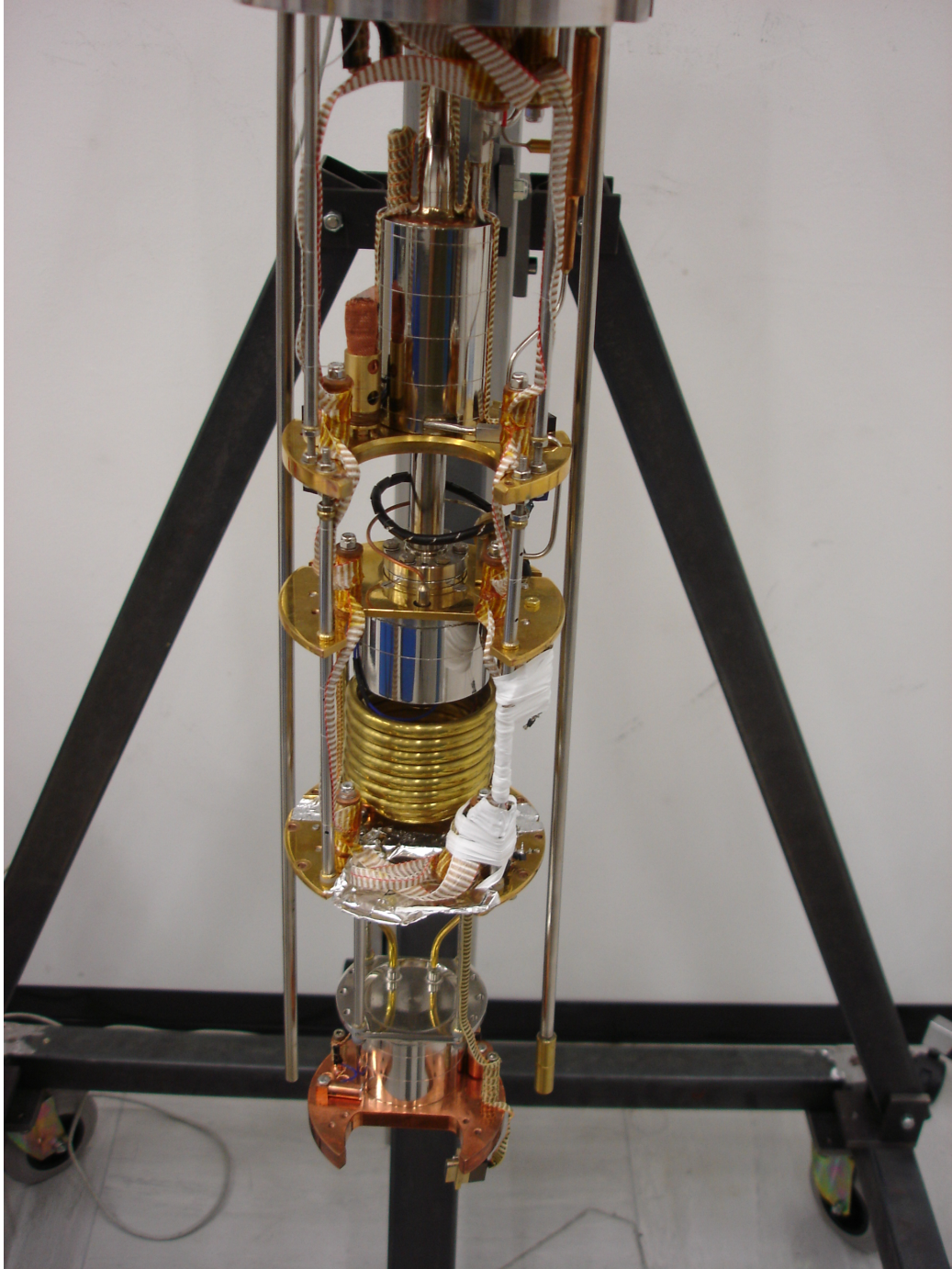
مرجع: [۲]

این روش از گرمای اختلاط محلول هلیوم-۳ و هلیوم-۴ برای سرمایش استفاده می کند. امروزه این روش برای سرمایش در بازه دمایی ۲.۰ میلی کلوین تا ۱ کلوین استفاده می شود. یخچال رقیق سازی هلیوم به نسبت پیچیدگی کمی دارد و ساختن آن در آزمایشگاه ها کار خیلی سختی نیست. یخچال هایی از این نوع برای سرمایش تا دمای 4 mK در بازار وجود دارد. تا حدود دهه ۱۹۵۰ تنها روش دستیابی دماهای پایین یک کلوین، سرمایش مغناطیسی بود. این روش در بازه ۳.۰ تا ۱ کلوین با سرمایش تبخیری هلیوم-۳ جایگزین شد. در سال ۱۹۶۲ روش سرمایش جدیدی توسط هاینتز لاندن^{۱۳}، ج. ر. کلارک^{۱۴} و ای. مندوزا^{۱۵} پیشنهاد داده شد

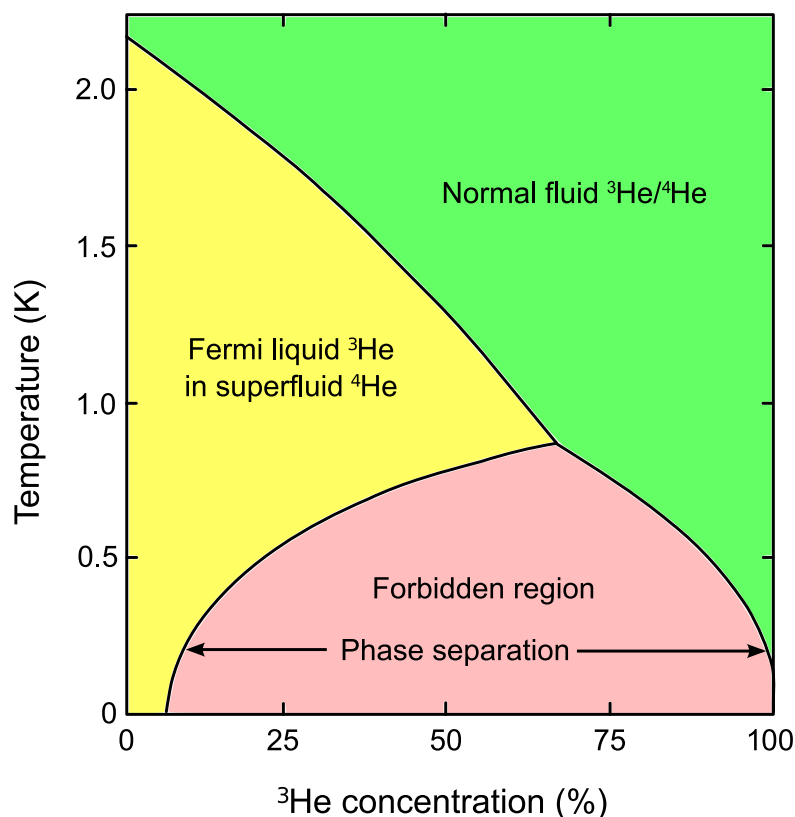
¹³Heinz London

¹⁴G. R. Clarke

¹⁵E. Mendoza



شکل ۲: داخل یک یخچال رقیق سازی هلیوم Oxford Instruments



شکل ۳: نمودار فاز مخلوط هلیوم-۳/هلیوم-۴ که جدایی فازها را نشان می‌دهد

(ایده اولیه آن ده سال قبل از آن توسط لاندن ارائه داده شده بود) که در آن به جای تبخیر، از اختلاط هلیوم-۳ و هلیوم-۴ مایع استفاده می‌شود. در سال ۱۹۶۵ برای اولین بار این ایده توسط تیمی از دانشگاه لایدن^{۱۶} عملی شد. این تیم با یخچال رقیق‌سازی خود به دمای 0.22 K دست یافتند. یک سال بعد، تیمی از دوبنا^{۱۷} با استفاده از همین روش به دمای 25 mK دست یافتند.

۱.۲ جدایی فاز مخلوط و انحلال پذیری

اساس کار یخچال رقیق‌سازی هلیوم، جدایی فاز مخلوط هلیوم-۳/هلیوم-۴ است. به شکل ۳ دقت کنید؛ هلیوم-۴، که از آمار بوز-اینشتین تبعیت می‌کند، در دمای 2.177 K به ابرشاره تبدیل می‌شود اما هلیوم-۳، که از آمار فرمی-دیراک پیروی می‌کند، در بازه دمایی کار یخچال رقیق‌سازی هیچ گذار فازی به ابرشارگی ندارد. دمای گذار فاز به ابرشارگی در مخلوط هلیوم-۳/هلیوم-۴ با افزایش غلظت هلیوم-۳ پایین می‌رود و در غلظت 67.5% این ایزوتوپ، دیگر فاز ابرشارگی برای مخلوط وجود ندارد. در این غلظت و در دمای 0.867 K خط λ خط جدایی فاز را قطع می‌کند. پایین‌تر از

¹⁶Leiden University

¹⁷Dubna

این دما دو ایزوتوپ هلیوم فقط غلظت‌های خاصی با هم مخلوط می‌شوند. اگر دمای یک محلول هلیوم را از 0.867 K کمتر کنیم، محلول جدا می‌شود و دو فاز غلیظ و رقیق (نسبت به هلیوم-۳) تشکیل می‌دهد. با پایین آمدن دما، محلولی که هلیوم-۳ بیشتری دارد (محلول غلیظ)، غلیظ‌تر می‌شود و در حالت حدی دمای صفر مطلق، این بخش حاوی هلیوم-۳ خالص خواهد بود. اما چنین رفتاری در محلولی که هلیوم-۴ بیشتری دارد (محلول رقیق) دیده نمی‌شود و در حالت حدی دمای صفر مطلق، غلظت هلیوم-۳ مقدار ثابت 6.6% خواهد بود. اگر x_3 و x_4 به ترتیب غلظت هلیوم-۳ در محلول رقیق و غلظت هلیوم-۴ در محلول غلیظ باشند، در دماهای پایین و فشار بخار اشباع:

$$\begin{cases} x_4 = 0.85T^{3/2}e^{-0.56/T} & (24) \\ x_3 = 0.066(1 + 8.3T^2), \quad T < 0.1K & (25) \end{cases}$$

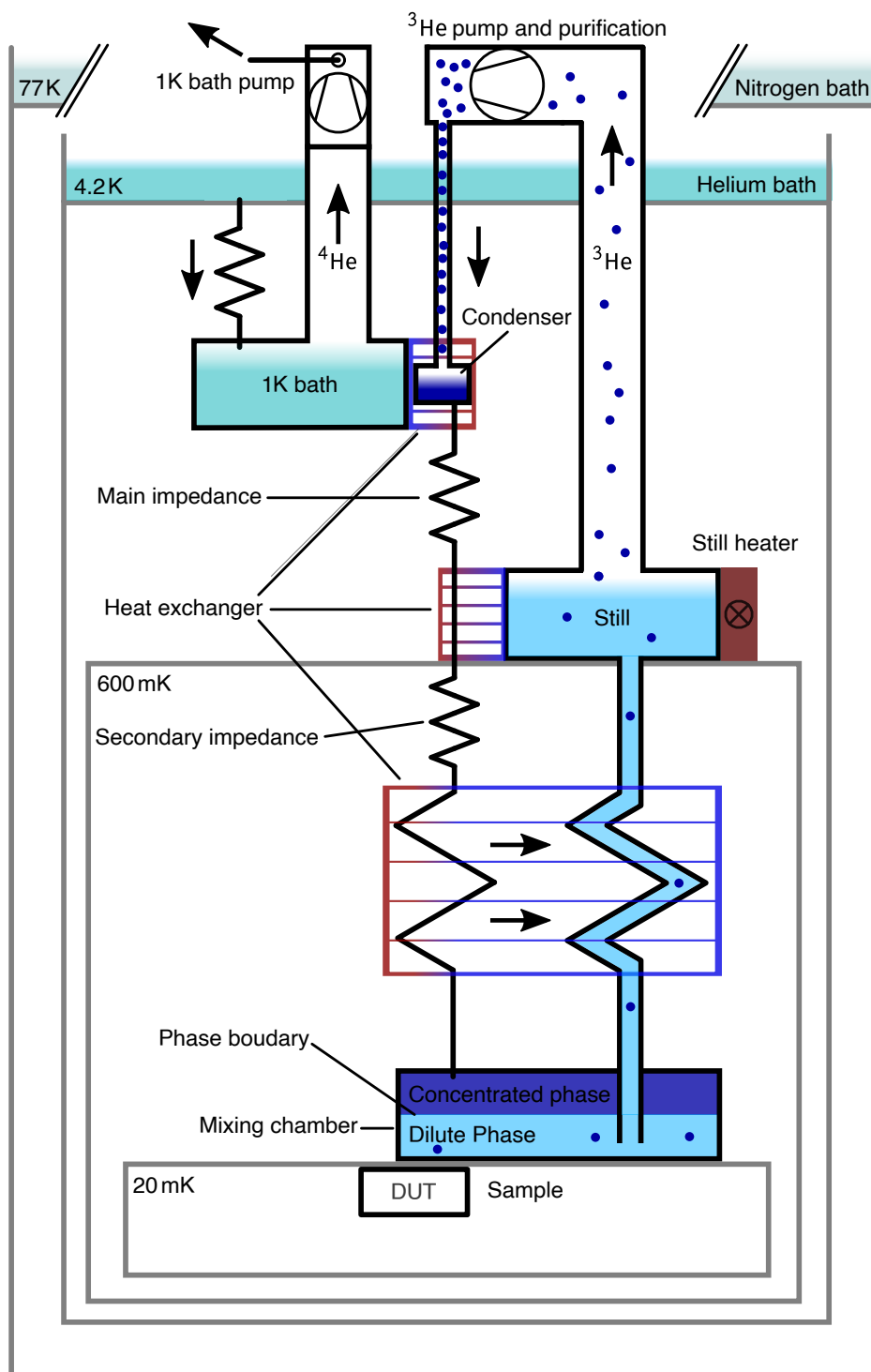
در دمای صفر مطلق، بیشینه انحلال‌پذیری هلیوم-۳ در هلیوم-۴، 9.5% در فشار 10 bar است. کمینه انحلال‌پذیری آن 6.6% در فشار صفر است. در دمای نزدیک صفر مطلق، هلیوم-۳ فضای بیشتری از هلیوم-۴ اشغال می‌کند چون سبک‌تر است (این باعث می‌شود انرژی نقطه صفر آن بالاتر باشد). پس نیروی جاذبه بین یک اتم هلیوم-۳ و یک اتم هلیوم-۴ قوی‌تر از نیروی جاذبه بین دو اتم هلیوم-۳ است. به همین دلیل حالتی که در آن تعدادی از اتم‌های هلیوم-۳ در بین اتم‌های هلیوم-۴ قرار بگیرند، از حالتی که اتم‌های دو ایزوتوپ کامل از هم جدا باشند پایدارتر است. از طرفی نیروی جاذبه بین دو اتم هلیوم-۴ از نیروی جاذبه بین یک اتم هلیوم-۳ و یک اتم هلیوم-۴ قوی‌تر است. این عامل و برهم‌کنش‌های مغناطیسی بین اتم‌های هلیوم-۳ میان اتم‌های هلیوم-۴ و آمار فرمی-دیراک، باعث می‌شوند پایدارترین حالت برای سیستم، حالتی باشد که در آن تعداد کمی از اتم‌های هلیوم-۳ میان اتم‌های هلیوم-۴ قرار بگیرند. این تحلیل‌ها برای بازه دمایی صادق است که در آن آمار فرمی-دیراک و اثرات کوانتومی غالب می‌شوند. این دما در واقع همان دمایی است که در آن جدایی فاز شروع می‌شود. در دماهای بالاتر، مکانیک آماری کلاسیک (آمار مکسول-بولتزمن) غالب است و هلیوم-۳ و هلیوم-۴ می‌توانند آزادانه با هم مخلوط شوند.

۲.۲ ساز و کار سرمایش

در یخچال رقیق‌سازی هلیوم، عامل سرمایش نفوذ هلیوم-۳ داخل محلول رقیق است؛ هنگام مخلوط شدن دو ماده، آنتروپی سیستم بالا می‌رود چون بی‌نظمی افزایش پیدا می‌کند. پس با مخلوط شدن دو فاز محلول هلیوم از طریق نفوذ هلیوم-۳ از محلول غلیظ به رقیق، گرما جذب می‌شود و از این طریق می‌توانیم از یک نمونه گرما بگیریم و آن را سرد کنیم.

به شکل ۴ دقت کنید. در مخزن/اختلاط^{۱۸} یخچال که در مجاورت نمونه‌ای است که می‌خواهیم سرد کنیم، مخلوط هلیوم در دو فاز رقیق و غلیظ نسبت به هلیوم-۳ موجود است و محلول‌های این

¹⁸Mixing Chamber



شکل ۴: شکل شماتیک یخچال رقیق‌سازی هلیوم

دو فاز در تماس با یکدیگر قرار دارند. محلول رقیق توسط لوله‌ای به بخش تقطیرگر^{۱۹} یخچال وصل است. تقطیرگر در دمایی کمی بالاتر از نقطه جوش هلیوم-۳ قرار دارد. چون هلیوم-۳ از هلیوم-۴ سبک‌تر است و نیروی بین ذره‌ای در آن کمی ضعیف‌تر است، نقطه جوش آن از هلیوم-۴ پایین‌تر است. این باعث می‌شود با گرما دادن به محلول تقطیرگر، هلیوم-۳ خیلی بیشتر از هلیوم-۴ تبخیر شود (گرما صرف تبخیر می‌شود و دما ثابت می‌ماند). پس غلظت هلیوم-۳ داخل تقطیرگر کم می‌شود که فشار اسمزی از مخزن اختلاط به سمت تقطیرگر ایجاد می‌کند. بدین ترتیب، هلیوم-۳ در مخزن اختلاط با فشار اسمزی داخل محلول غلیظ کشیده می‌شود و با نفوذ آن و مخلوط شدن، آنتروپی بالا می‌رود و گرما از نمونه بیرونی جذب می‌شود. بخار هلیوم-۳ از تقطیرگر پمپ می‌شود و از طریق میعان، به مخزن اختلاط باز گردانده می‌شود. این گونه چرخه سرمایشی کامل می‌شود.

۳.۲ توان سرمایشی

به دلیل آنتروپی اختلاط، آنتالپی هلیوم-۳ در حالتی که در محلول رقیق قرار دارد، بیشتر از حالتی است که در محلول غلیظ قرار دارد. پس توان سرمایش از رابطه زیر بدست می‌آید (فشار در طول فرایند نفوذ، تقریباً ثابت است):

$$\dot{Q} = \dot{n}_3 [h_d(T) - h_c(T)] \quad (26)$$

در رابطه بالا \dot{n}_3 تعداد مول‌های هلیوم-۳ است که در واحد زمان از محلول غلیظ به محلول رقیق نفوذ پیدا می‌کند و $h_d(T)$ و $h_c(T)$ به ترتیب آنتالپی هر مول هلیوم-۳ در محلول غلیظ و رقیق در دمای T است. با صرف نظر از تأثیرات مربوط به فشار و حجم:

$$h(T) - h(0) = \int_0^T c(T) dT \quad (27)$$

که در آن $c(T)$ ظرفیت گرمایی ویژه در دمای T است. برای محلول غلیظ هلیوم-۳، تئوری خوبی برای بررسی آماری آن وجود ندارد. طبق اندازه‌گیری‌های تجربی:

$$c_c(T) = 22T \quad [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}] \quad (28)$$

با انتگرال گیری:

$$h_c = h(0) + 11T^2 \quad [\text{J mol}^{-1}] \quad (29)$$

برای محلول رقیق، می‌توانیم هلیوم-۳ داخل آن را یک گاز فرمی در نظر بگیریم چون غلظت آن کم است. بنابراین:

$$c_d(T) = R \frac{\pi^2}{2} \frac{T}{T_F} \quad (30)$$

¹⁹Still

که T_F دمای فرمی است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T_F = \frac{\hbar^2}{2m^* k_B} \left(\frac{3\pi^2 N_A x_3}{V_m} \right)^{2/3} = 55.2 \frac{m_3}{m^*} \left(\frac{x}{V_m} \right)^{2/3} \quad (31)$$

(N_A عدد آووگادرو و m^* جرم مؤثر است) حجم مولی V_m از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_m = V_{m,4}(1 + 0.284x_3) \quad (32)$$

که در آن $V_{m,4} = 27.589 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$ حجم مولی هلیوم-۴ مایع خالص است. با قرار دادن $x_3 = 0.066$ و $m^* \approx 2.5m_3$ ، دمای فرمی T_F حدوداً برابر 0.38 K بدست می‌آید و:

$$c_d(T) = 106T \quad [\text{J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}] \quad (33)$$

چون دو محلول در تعادل ترمودینامیکی قرار دارند، پتانسیل شیمیایی آنها برابر است:

$$\mu_c = \mu_d \quad (34)$$

طبق رابطه اوایلر برای انرژی درونی و رابطه آنتالپی با انرژی درونی:

$$h = u + pv = Ts + \mu \quad (35)$$

پس طبق برابری پتانسیل‌های شیمیایی:

$$h_c - Ts_c = h_d + Ts_d \quad (36)$$

طبق تعریف ظرفیت گرمایی ویژه $c = dQ_m/dT = T(ds/dT)$ و رابطه (۳۶):

$$h_d = h_c(0) + 11T^2 + T \int_0^T \left(\frac{c_d}{T} - \frac{c_c}{T} \right) dT \quad (37)$$

$$= h_c(0) + 95T^2 \quad [\text{J mol}^{-1}] \quad (38)$$

با جایگذاری در رابطه (۲۶)، توان سرمایشی یخچال رقیق سازی هلیوم بدست می‌آید:

$$\dot{Q}(T) = \dot{n}_3 T^2 \quad (39)$$

طبق داده‌های تجربی، $\dot{n}_3 \approx 100 \mu\text{mol s}^{-1}$ و:

$$\begin{cases} \dot{Q}(10 \text{ mK}) \approx 1 \mu\text{W} \\ \dot{Q}(30 \text{ mK}) \approx 10 \mu\text{W} \end{cases} \quad (40)$$

$$\quad (41)$$

وابستگی درجه دو توان سرمایشی از دما، باعث می‌شود یخچال رقیق‌سازی در دماهای زیر یک کلون از سرمایش تبخیری بسیار مؤثرتر واقع شود؛ چراکه برای سرمایش تبخیری:

$$Q \propto e^{-1/T} \quad (42)$$

و به همین دلیل توان سرمایش تبخیری در دماهای پایین، بسیار کمتر از توان سرمایشی یخچال رقیق‌سازی است چون با کم شدن دما، با سرعت بیشتری (به طور نمایی) به صفر میل می‌کند.

مراجع

- [1] C.J. Adkins and C.J. Adkins. *Equilibrium Thermodynamics*. Cambridge University Press, 1983.
- [2] F. Pobell. *Matter and Methods at Low Temperatures*. Springer Berlin Heidelberg, 2007.

منابع شکل‌ها

شکل ۱ را به طور کیفی خودم کشیدم

شکل ۲:

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Helium_dilution_cryostat.jpg

شکل ۳:

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Helium_phase_diagram.svg

شکل ۴:

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Sketch_of_helium_dilution_refrigerator.svg