

Bureau d'étude système Cyber Physique

Sacha LIGUORI, Nicolas SURBAYROLE

30 mars 2017

Table des matières

1	Le pendule simple	2
1.1	Modélisation	2
1.2	Simulation	3
2	Le pendule inversé avec contrôle par une force	4
2.1	Modélisation	4
2.2	Simulation	6
3	Modèle continu et discret du robot Lego	6
3.1	Modélisation	6
3.2	Simulation	8
4	Application embarquée dans le robot Lego	8

Introduction

1 Le pendule simple

1.1 Modélisation

On considère le modèle du pendule simple de la figure 1. Une masse M , placée au bout d'une tige rigide de longueur l de masse nulle, seule la force gravitationnelle est prise en compte. On se place dans un référentiel supposé galiléen.

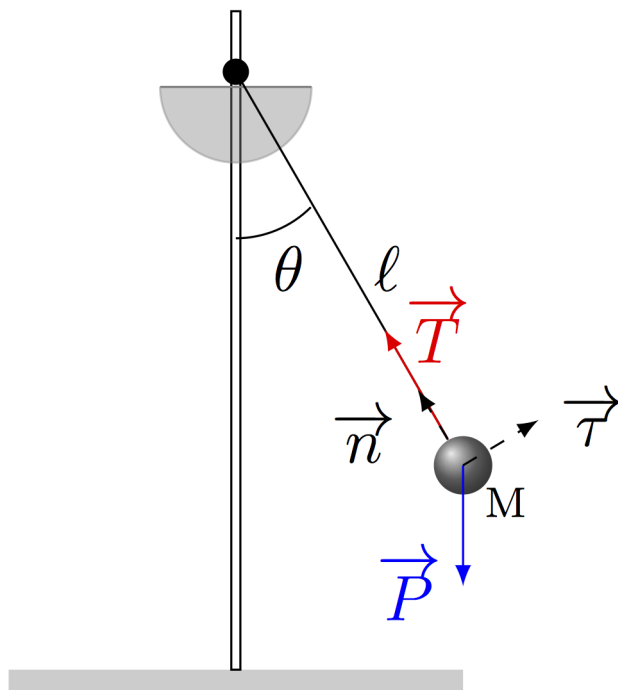


FIGURE 1 – Modèle du pendule simple

Après application du principe fondamental de la dynamique, il vient l'équation suivante :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin(\theta) = 0 \quad (1)$$

1.2 Simulation

Nous avons réalisé puis simulé un modèle dans Simulink. Le pendule ne fait qu'osciller autour de 0, sa position d'équilibre car il n'y a ni frottements ni contrôle appliqué au mobile.

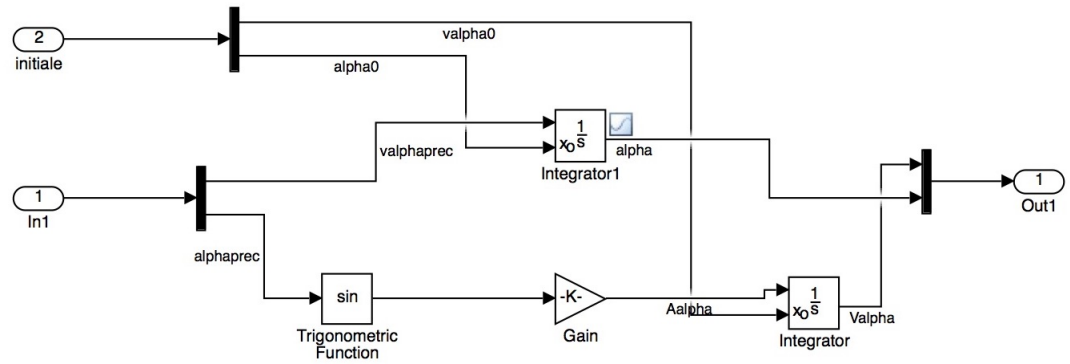


FIGURE 2 – Modèle Simulink du pendule simple

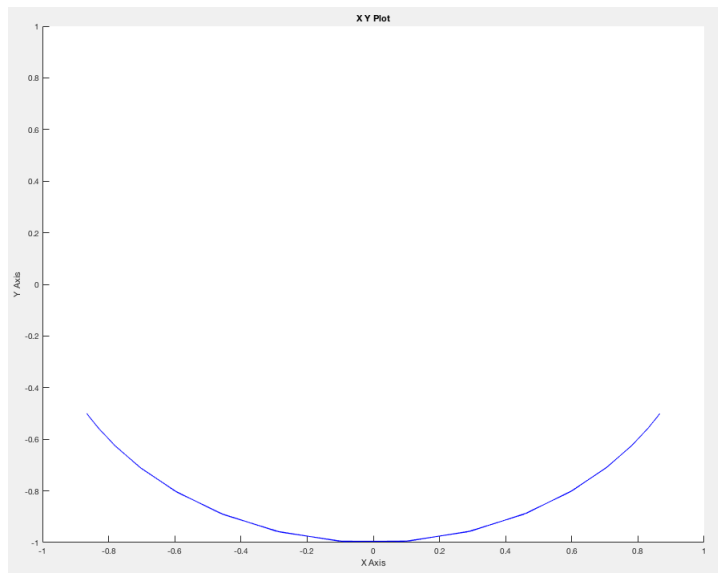


FIGURE 3 – Position du pendule

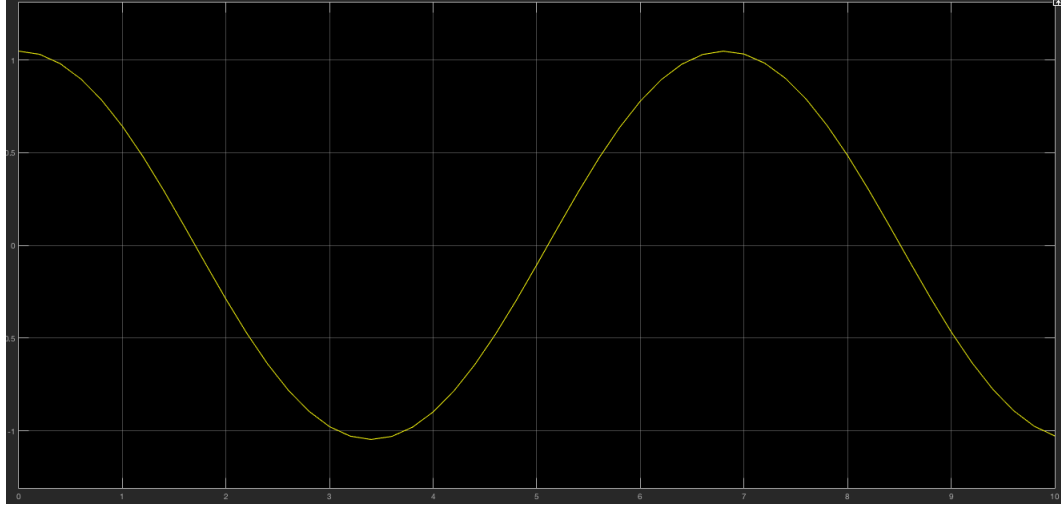


FIGURE 4 – Evolution de θ au cours du temps

2 Le pendule inversé avec contrôle par une force

2.1 Modélisation

Le pendule devient inversé et un contrôle par une force est rajouté au système :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{l} \sin(\theta) - \frac{u}{l} \cos(\frac{d\theta}{dt}) \quad (2)$$

u , le contrôle correspond à :

$$u = u_e + K(x - x_e) \quad (3)$$

Le facteur K permet de stabiliser le pendule. Sa valeur dépend de la condition initiale, plus l'angle de départ sera important plus il sera difficile de ramener le pendule à sa position d'équilibre, et il faudra un K important. K correspond à $[K_1 K_2]$, K_1 permet de corriger la position du mobile afin de le ramener à l'équilibre, alors que K_2 correspond à la vitesse ou le pendule se stabilise. En pratique ces deux facteurs sont limités matériellement, il n'est donc pas possible de leur imposer des valeurs trop importantes.

Ensuite nous introduirons une perturbation afin de tester la robustesse du contrôle.

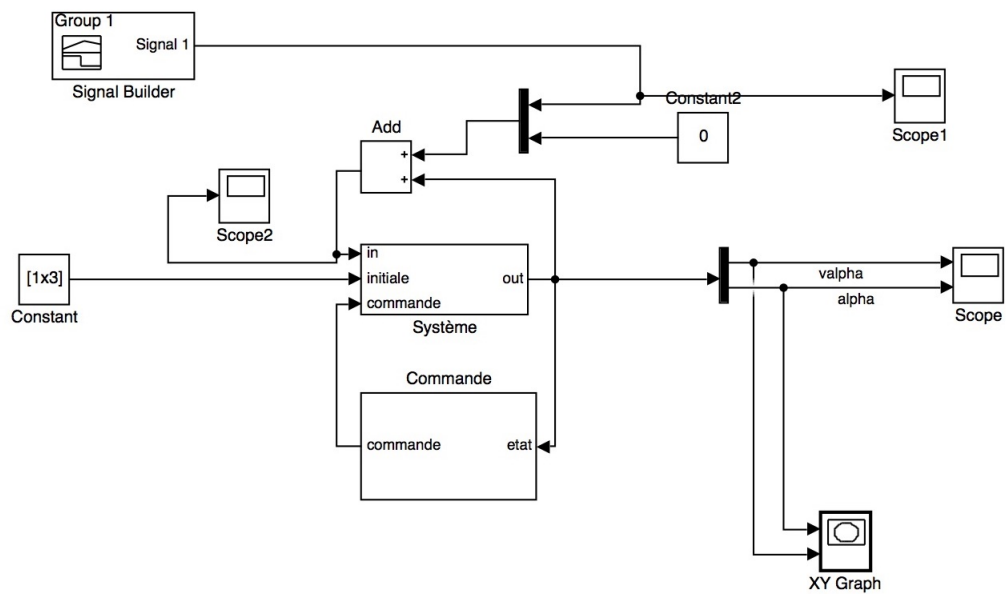


FIGURE 5 – Vue globale du système

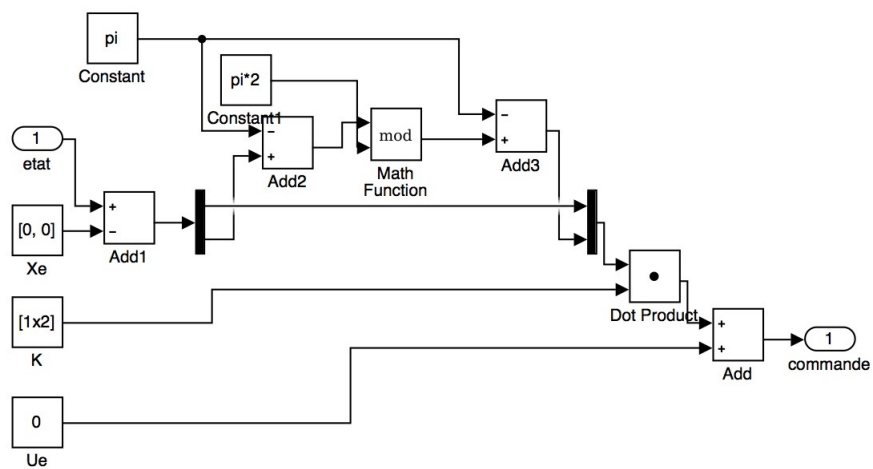


FIGURE 6 – Système de contrôle

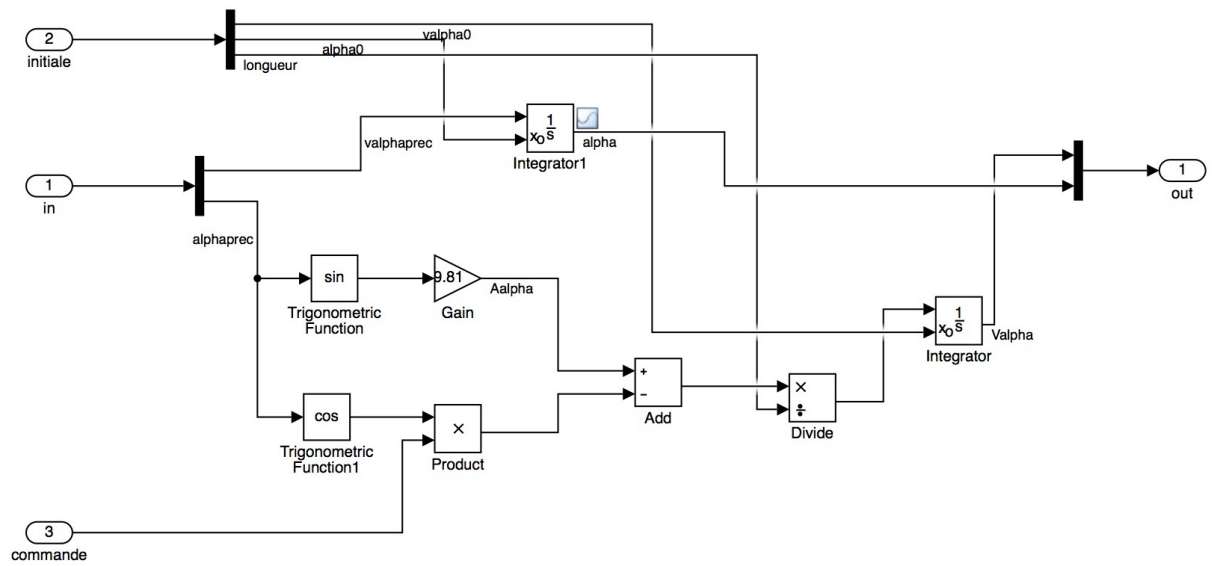


FIGURE 7 – Système

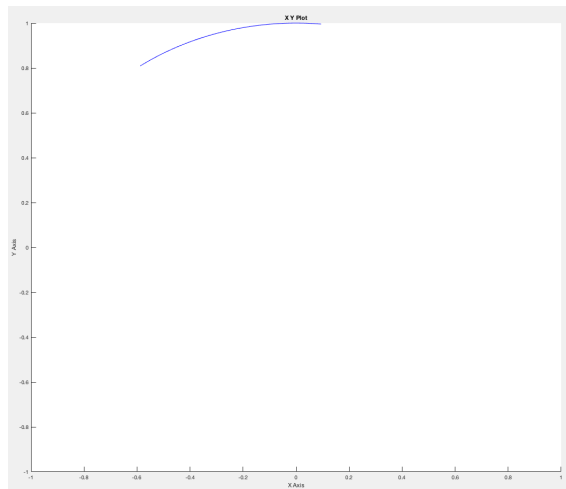


FIGURE 8 – Position du mobile au cours du temps

2.2 Simulation

3 Modèle continu et discret du robot Lego

3.1 Modélisation

3.2 Simulation

4 Application embarquée dans le robot Lego

Conclusion

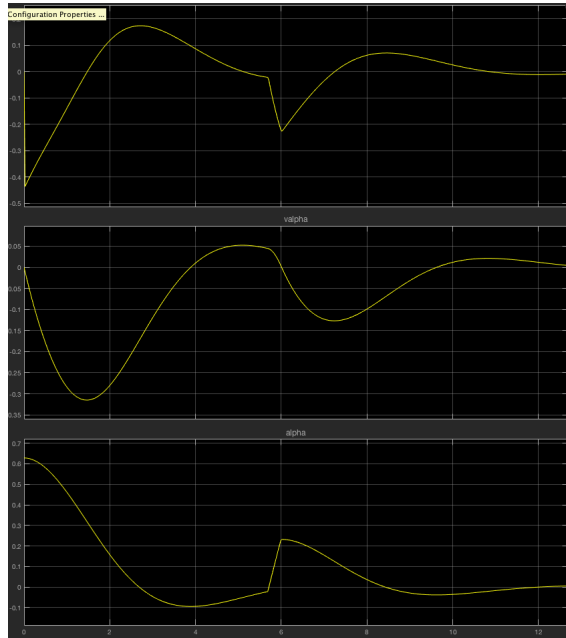


FIGURE 9 – Variation de l'angle, au cours du temps.

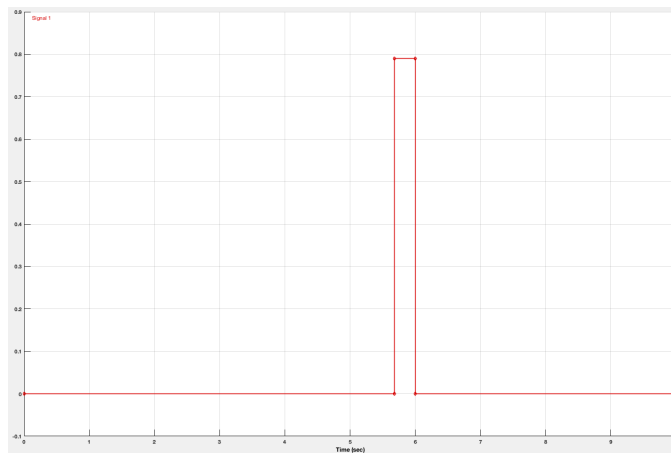


FIGURE 10 – Echelon de perturbation