

הגדה נס-טבורה גראנדי

מתוך קיץ 2008 מועד ב' 5 יחידות

נתונה סדרה הנדסית כי $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.
א. האיבר השלישי בסדרה a_3 גדול ב-2 מהאיבר השני, והאיבר הרביעי גדול פי 2 מהאיבר השלישי. מצא את a_1 .

ב. נתונה סדרה הנדסית נוספת $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$.

משתי הסדרות בונים סדרה הנדסית חדשה: $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}$.

מנת הסדרה החדשה היא 3, וסכום 10 האיברים הראשונים בסדרה החדשה הוא 7.381.

(1) מצא את האיבר הראשון בסדרה החדשה ומצא את b_1 .

(2) מצא את מנת הסדרה b_n .

$$(3) \text{ מצא את ח שבעורו} \quad b_n = 4 \cdot \frac{8}{27}$$

פתרונות: א. ב. (1). $a_1 = 1$

ב) $a_1 -$ סעודי $a_1 - ?$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & \left\{ \begin{array}{l} a_3 = a_2 + 2 \\ a_4 = 2 \cdot a_3 \end{array} \right. \Rightarrow a_1 \cdot q^2 = a_1 \cdot q + 2 \rightarrow a_1(q^2 - q) = 2 \quad /:(q) \rightarrow a_1 = \frac{2}{q^2 - q} = \frac{2}{q^2 - 2} = \frac{2}{2} = 2 \\ \text{II} \quad & a_1 \cdot q^3 = 2 \cdot a_1 \cdot q^2 \quad /:a_1 \neq 0, :q^2 > 0 \rightarrow q = 2 \quad a_1 = 1 \end{aligned}$$

ג) $b_1 -$ סעודי $b_1 - ?$

$$\text{השאלה} \quad c_n = \frac{a_n}{b_n}, q_c = 3, S_{f_0} = 7.381 \rightarrow \frac{c_1(q_c^{10} - 1)}{q_c - 1} = 7.381 \quad / \cdot 2 \quad c_1(3^{10} - 1) = 14.762 \quad /:(3^{10} - 1)$$

$$c_1 = \frac{14.762}{59.048} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{1}{4}$$

$$b_1 = \frac{4 \cdot a_1}{1} = \frac{4 \cdot 1}{1} = 4$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{1}{4}, \quad b_1 = 4$$

(2) $b_n = \frac{a_n}{c_n} \quad ?_b - ?$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \left(\frac{a_{n+1}}{c_{n+1}} \right) = \frac{a_{n+1} \cdot c_n}{a_n \cdot c_{n+1}} = \frac{a_n \cdot q \cdot c_n}{a_n \cdot c_n \cdot q_c} = \frac{q_n}{q_c} = \frac{2}{3} = ?_b$$

(3) $b_n = 4 \cdot \frac{2}{3}^n, n - ?$

$$b_1 \cdot q^{n-1} = 4 \cdot \frac{2}{3}^n$$

$$4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = 4 \cdot \frac{2}{3}^n \quad /:4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{2^3}{3^3} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \rightarrow n-1=3 \rightarrow n=4$$