Exercice 01

Calculer les limites suivantes :

(1) $-\lim_{x\mapsto 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-9x+8}$ (2) $-\lim_{x\mapsto 5}\frac{x^2-7x+10}{x^2-x-20}$

(3) $-\lim_{x\mapsto 1}\frac{5x^2-3x-2}{7x^2-3x-4}$ (4) $-\lim_{x\mapsto 3}\frac{2x^2-7x+3}{3x^2-8x-3}$

(5) $-\lim_{x\mapsto 3}\frac{x^3-2x^2-9}{x^4-8x^2-9}$ (6) $-\lim_{x\mapsto 5}\frac{\sqrt{x^2-9}-4}{x-5}$

(7) $-\lim_{x\mapsto 4}\frac{\sqrt{3x+4}-\sqrt{5x-4}}{\sqrt{x+5}-3}$. (8) $-\lim_{x\mapsto 1}\frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{x^4+x^2+2}}$

(9) $-\lim_{x\mapsto +\infty}\frac{-3x^2+2}{2x^2-9x}$ (10) $-\lim_{x\mapsto +\infty}\frac{x^3+2x^4}{x^3-x^2+1}$.

(11) $-\lim_{x\mapsto +\infty}\sqrt{x^2-x}-2x$ (12) $-\lim_{x\mapsto +\infty}\sqrt{x^2+1}-x$

(13) $-\lim_{x\mapsto -\infty}\sqrt{4x^2+3x-1}+2x-1$.

(14) $-\lim_{x\mapsto -\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x}$

Exercice 02

(1) $-\lim_{\substack{x\mapsto 6\\ x\nless 6}}\frac{2x+3}{x-6}$ (2) $-\lim_{\substack{x\to 3\\ x>3}}\frac{2x-9}{x^2-2x-3}$

(3) $-\lim_{x\mapsto 2}\frac{x+1}{x^2-4x+4}$ (4) $-\lim_{x\mapsto 2}\frac{x^2+|x-2|-4}{x-2}$.

(5) $-\lim_{x\mapsto 1^+}\frac{2x-3}{x^2-4x+3}$ (6) $-\lim_{x\mapsto 1^-}\frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x-1}$

(7) $-\lim_{x\mapsto 0}\frac{1-\cos x}{x\tan x}$

Exercice 03

Etudier la continuité de la fonction f aux points x_0 dans chacun des cas suivants:

(1) $-\begin{cases} f(x)=\frac{x^3-x^2-x-15}{x-3}; x\neq 3 \\ f(3)=7 \end{cases}$ et $x_0=3$

(2) $-\begin{cases} f(x)=-2x^2+3; & x\leq 2 \\ f(x)=x^3+2x-1; & x\succ 2 \end{cases}$ et $x_0=2$.

(3) $-\begin{cases} f(x)=\frac{2x^2-x+1}{x-1}; & x\leq 3 \\ f(x)=\frac{x^3-x^2+1}{x^2-3x} & ; x\succ 3 \end{cases}$ et $x_0=3$.

Exercice 04

1). On considère la fonction f définie par:

$$\begin{cases} f(x)=\frac{\tan(x)}{\sqrt{x+1}-1}; x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 0 .

2). On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{2x}}{x-\sqrt{x}}; x\neq 0 \\ f(1)=0 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 1 .

Exercice 05

Quelle valeur de a faut-il choisir pour que la fonction définie par :

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \text{ si } x\in[-1;0[\cup]0;+\infty[\\ a \text{ si } x=0 \end{cases}$$

Exercice 06

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x^3-1}{x-1}\ ; & x<1 \\ & f(1)=3 \\ & f(x)=\frac{mx-3}{x-1}\ ;\ x>1 \end{cases}$$

1). Montrer que est continue a gauche en 1 .

2). Déterminer la valeur de m sachant que f est continue en 1 .

Exercice 07

Montrer que la fonction f définie par :

$\begin{cases} f(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2-1}; x\neq 1 \\ f(1)=0 \end{cases}$ est continue sur $\mathbb{R}^+$.

Exercice 08

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{si} & x\leq 2 \\ 5-x & \text{si} & x>2 \end{cases}$

f est-elle continue sur son ensemble de définition ?

Mêmes questions avec : $f(x)=\begin{cases} -2x-3 \text{ pour } x\leq -1 \\ x \text{ pour } -1<x\leq 1 \\ -3x \text{ pour } x>1 \end{cases}$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 09

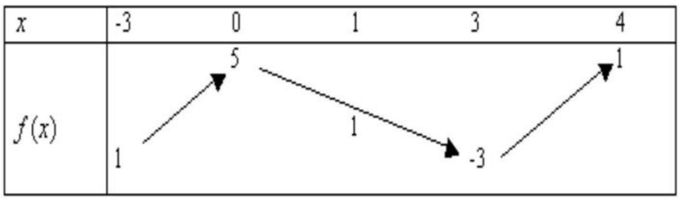
Soit f une fonction définie par $f(x)=\frac{2x-3}{x+1}$

Déterminer les images des intervalles suivants :

$[0,1]; [-2,-1[;]-1,1]; [2,+\infty[$

Exercice 10

Soit f une fonction définie et continue sur $[-3;4]$ dont le tableau de variations est :



Dénombrer, sans justifier, les solutions des équations suivantes :

a) $f(x)=3$

b) $f(x)=0$

c) $f(x)=-2$

Exercice 11

1)- Dans chacun des cas suivants, montrer que l'équation proposée admet au moins une solution dans l'intervalle I.

b $x^4-2x-\sqrt{x}+2=1$ et $I=]0,1[$.

a $x^3-2x^2-1=0$ et $I=[2,3]$

c $x^3-3x^2+15x=7$ et $I=\mathbb{R}$

d $x^{17}=x^{11}+1$ et $I=[0,+\infty[$.

Exercice 12

On considère la fonction f définie par: $f(x) = x^3 + 2x - 4$.

(1)- Etudier les variation de la fonction f.

(2) - Montrer que la courbe représentatif de la fonction f coupe l'axe des abscisses en un seul point dont l'abscisse α tel que $1 \prec \alpha \prec 2$.

Exercice 13

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}.$$

1). Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} sur l'intervalle J que l'on déterminera.
2). Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x dans J.

Exercice14

Soit f la fonction définie sur $I = [1;+\infty[$ par :

$f(x) = (1+x^3)^2$.

(1)-Montrer que f réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer.

(2) - Calculer $(\forall x \in J)$: $f^{-1}(x)$.

Exercice 15

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3}$.

(1)- Etudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

(2)- Soit g la restriction de f à l'intervalle $[0;+\infty[$.

a - Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

b - Calculer $(\forall x \in J)$: $g^{-1}(x)$.

Exercice 16

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =]1,+\infty[$par $f(x) = x^2 - 2x$

1. Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.

Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de

Exercice 17

simplifier les expressions Suivantes

$$A = \frac{\sqrt[5]{2}\times\sqrt{8}}{\sqrt{\sqrt[5]{128}}};\ B = \frac{1}{\sqrt[3]{3}+1}\ ;\ C = \frac{\sqrt[3]{4}\sqrt{8}(\sqrt{\sqrt{2}})^2}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}};\ D = \frac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}}$$

Exercice18

comparer : $\sqrt[5]{2}$ et $\sqrt[7]{3}$

résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $\sqrt[5]{3x-4} = 2$
2. $(\sqrt[5]{x})^2 - 5\sqrt[5]{x} + 6 = 0$

Exercice 19

1)simplifier les expressions Suivantes: $A = \frac{\sqrt[15]{3^5}\times\sqrt[3]{9}\times(\sqrt[5]{9})^3}{\sqrt[5]{3}}$ et $B = \frac{\sqrt[4]{9}\times\sqrt{\sqrt[3]{3^3\times\sqrt{9}}}}{\sqrt[5]{81}\times\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation:
a) $\sqrt[3]{x-1} = 3$
b) $x^{\frac{2}{3}} - 7x^{\frac{1}{3}} - 8 = 0$
c) $\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - 12 = 0$
calcules les limites suivantes:

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{2x+4}-\sqrt[3]{5x-2}}{x-2}$$

$$\lim_{x\mapsto 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[3]{x+56}-4} \qquad \lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x^2-4x+1}-x+3$$

$$\lim_{x\to 2}\sqrt[5]{x^3+24} \qquad \lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^5+2x^3-x+4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x} \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-2}}$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8} \qquad \lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x-1}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{2x+6}-\sqrt{x+3}}{x-1}$$

-