# Produit scalaire
## 1BSF 1 et 2
### *Pr. Latrach Abdelkbir*

**Application ① :**

Soit $ABC$ un triangle rectangle et isocèle en $B$ tel que $AB = 2$ et $AC = \sqrt{8}$ et $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$.
Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

**Application ② :**

Calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$ dans les cas suivants :

❶ $\vec{u}(2;-3)$ et $\vec{v}(-1;2)$.
❷ $\vec{u} = (\sqrt{3}-1)\vec{\imath} - 1\vec{\jmath}$ et $\vec{v} = (\sqrt{3}+1)\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$.
Conclure.

**Application ③ :**

Déterminer la valeur de $m$ pour que les vecteurs $\vec{u}(3;-1+m)$ et $\vec{v}(2-m;5)$ soient orthogonaux.

**Application ④ :**

On considère les points $A(-3;1)$;$B(1;1)$ et $C(-3;5)$.
Calculer les distances $AB$, $AC$ et $BC$ puis déterminer la nature du triangle $ABC$.

**Application ⑤ :**

On considère les vecteurs $\vec{u}(-\sqrt{3};-3)$ et $\vec{v}(-1;\sqrt{3})$ et $\theta$ la mesure principale du l'angle $(\widehat{\vec{u};\vec{v}})$.
Calculer $cos(\theta)$ et $sin(\theta)$ puis déduire la valeur de $\theta$.

**Application ⑥ :**

On considère les points $A(-3;1)$;$B(1;1)$ et $C(-5;-1)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer $det\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)$puis déduire la surface du triangle $ABC$.
3. Calculer $cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

**Activité ① :**

Soient $\mathrm{A}(1;2)$ et $\mathrm{B}(-2;3)$ deux points du plan et $(\Delta)$ la droite passant par $A$ et perpendiculaire à $(AB)$.

1. Donner une équation cartésienne de $(AB)$.
2. Soit $M(x,y) \in (\Delta)$.
   a. Vérifier, sans calcul, que $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$.
   b. En déduire une équation cartésienne de $(\Delta)$.

**Application ⑦ :**

Donner un vecteur normal à la droite $(D)$ dans chacun des cas suivants :

❶ $(D): -2x+5y+4=0$ .
❷ $(D): x - \frac{3}{2}y + 1 = 0$ .
❸ $(D): 2x-1=0$.

**Application ⑧ :**

Déterminer dans chacun des cas suivants une équation cartésienne de la droite $(D)$.

❶ $(D)$ est la droite passant par le point $A(2;3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2;-1)$.
❷ $(D)$ est la médiatrice du segment $[AB]$ tel que $A(3;-1)$ et $B(-1;5)$.

**Application ⑨ :**

Etudier la position relative des droites $(D)$ et $(D')$ définies par $(D)$: $2x+y-1=0$ et $(D')$: $-x+2y+3=0$.

**Application ①⓪ :**

On considère la droite $(D)$ d'équation $x-2y+8=0$ et le point $A(-3;5)$, $H$ le projeté orthogonal de $A$ sur $(D)$.

1. Déterminer $d(A;(D))$.
2. Déterminer les coordonnées du point $H$.

**Activité ② :**

On considère $(\mathcal{C})$ le cercle de centre $\Omega(1;1)$ et de rayon $2$ .

1. Parmi les points $\mathrm{A}(3;1)$ et $\mathrm{B}(2;2)$ déterminer qui appartient au cercle $(\mathcal{C})$.
2. Soit $M(x;y)$ point du plan.

Montrer que $M(x;y) \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-2=0$.

**Application ①① :**

Déterminer une équation du cercle $(\mathcal{C})$ dans chacun des cas suivants :

❶ $(\mathcal{C})$ de centre $\Omega(-2;3)$ et de rayon $4$ .
❷ $(\mathcal{C})$ de centre $A(2;3)$ et passe par le point $B(1;-3)$.

**Application ①② :**

Déterminer l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan vérifient l'équation $(E)$ dans les cas suivants :

❶ $(E)$: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ .
❷ $(E)$: $x^2+y^2-2x-4y+5=0$ .
❸ $(E)$: $x^2+y^2-6x+4y+14=0$.
❹ $(E)$: $x^2-x+y^2+3y-4=0$.

**Application ①③ :**

On considère les points $A(-1;2)$ et $B(-5;4)$
Déterminer une équation du cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$ par deux méthodes.

**Application ①④ :**

1. Déterminer l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan qui vérifient le système : $\begin{cases} x = -1 + 2\cos\theta \\ y = 3 + 2\sin\theta \end{cases}$ $/(\theta \in \mathbb{R})$.
2. Soit $(\mathcal{C}_1)$ le cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon $\sqrt{3}$.
   a. Donner une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C}_1)$.
   b. Donner les coordonnées de deux points du cercle $(\mathcal{C}_1)$.
3. Donner une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C}_2)$ d'équation $x^2+y^2+4x-6y+9=0$.

**Application ①⑤ :**

1. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
   ❶ $x^2+y^2+2x-6y+9 \geq 0$ .
   ❷ $x^2+y^2+2y-3 < 0$ .
2. Résoudre graphiquement le système suivant
$\begin{cases} x^2+y^2-2x+2y-7 \prec 0 \\ x-y+1 \succ 0 \end{cases}$

**Application ①⑥ :**

Etudier la position relative du cercle $(\mathcal{C})$ et la droite $(D)$, en déterminant les coordonnées des points d'intersection s'ils existent, dans chacun des cas suivants :

❶ $(\mathcal{C})$: $x^2+y^2+2x-2y=0$ et $(D)$: $x+y+2=0$.
❷ $(\mathcal{C})$: $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ et $(D)$: $x+y=3$.
❸ $(\mathcal{C})$: $x^2+y^2+2x-6y=6$ et $(D)$: $4x-3y=8$.

**Application ①⑦ :**

On considère le cercle $(C)$ d'équation $x^2+y^2-2x-4y=0$

1. Vérifier que $A(2;4)$ est un point du cercle $(\mathcal{C})$.
2. Déterminer une équation de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en $A$.