# 🕏 🤂 Les equations- Les

# inéquations-les systèmes 🏵 🏵

Pr. Latrach abdellbir

# Exercice ①

Résoudre dans IR les équations suivantes :

$$(E_1): \frac{2x+3}{x-2} = 0$$
  $(E_2): \frac{x-3}{9x+6} = 1$   $(E_3): \frac{4}{x-3} - \frac{5}{x+1} = 0$ 

$$(E_4): \frac{2}{x+3} = \frac{x-3}{2}$$

$$(E_4): \frac{2}{x+3} = \frac{x-3}{2}$$
  $(E_5): \frac{x+1}{5x-7} = \frac{5x+7}{x-1}$ 

# Exercice 2

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

$\left(1 - \sqrt{2}\right)x - 5 \le 0$	$3x \le 7 - x\sqrt{2}$	$\frac{7x-2}{1-\sqrt{3}} < \frac{7x+2}{1+\sqrt{3}}$
$\frac{1}{x-2} \le 5x$	$\left x-5\right  < \frac{1}{2}$	$\sqrt{x-1} < 4$
$  x+2 -5  \le 4$	$\left 7x-\sqrt{2}\right >3$	$ 3x-2  \le  x-1 $

# Exercice 3

On pose p(x) = (2x-5)(-3x+4).

- 1) Poser le tableau de signe de (-3x+4) et (2x-5).
- **2)** En déduire le signe de p(x).
- **3)** En déduire les solutions de l'inéquation  $p(x) \le 0$ .

# Exercice 4

Résoudre dans *IR* les inéquations suivantes :

• 
$$(E_1): 4x^2 - 25 \ge 0$$
 •  $(E_2): (4x - 5)(2x + 7)(1 - x)^2 > 0$   
•  $(E_3): \frac{(3x - 1)(x + 2)}{2x + 5} < 0$ 

# Exercice 5

Résoudre dans IR les équations suivantes :

• 
$$(E_2): 3x^2 + 5x + 1 = 0$$
 •  $(E_1): x^2 + x + 1 = 0$   
•  $(E_4): x^2 - x - 12 = 0$  •  $(E_3): 3x^2 + 3\sqrt{2}x + 2 = 0$   
•  $(E_6): 4x^2 - 3x + 1 = 0$  •  $(E_5): x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ 

#### Exercice ©

- Résoudre dans IR l'équation (E):  $2x^2-2x-4=0$
- En déduire les solutions des équations suivantes :
  - $(E'): 2x^4 2x^2 4 = 0$
  - $(E''): 2x^2-2|x|-4=0$

# $(E'''): 2x - 2\sqrt{x} - 4 = 0$

# Exercice ②

On considère l'équation (E):  $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ .

- 1) Montrer que (E) admet deux solutions différentes  $\alpha$ et  $\beta$  sans les calculer.
- 2) Calculer  $\alpha + \beta$  et  $\alpha\beta$  et  $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta$  et  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  et

$$\alpha^2 + \beta^2$$
 et  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ .

# Exercice ®

- 1) Factoriser les polynômes  $x^2-x-6$  et  $2x^2+3x-2$ .
- **2)** Résoudre l'equation:  $(E_1)$ :  $\frac{2}{x^2 x 6} + \frac{x}{2x^2 + 3x 2} = 0$

### Exercice 9

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

- $(E_1): (4x-1)^2 < (x+1)^2$   $(E_2): \frac{x^2-6x+5}{x^2-4} \ge 0$ 
  - $(E_3): (x^2+3x+2)(-x^2+5x-6) \le 0$

#### Exercice 00

On considère le polynôme  $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$ .

- 1) Calculer P(1).
- **2)** Déterminer le polynôme Q(x) tel que

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

- **3)** Résoudre dans *IR* l'équation Q(x) = 0.
- **4)** En déduire les solutions de l'inéquation P(x) > 0

#### Exercice 00

- Résoudre dans IR l'équation  $x^2 4x 5 = 0$ .
- **2)** Résoudre dans *IR* l'inéquation  $2x+6>(x-1)^2$ .
- 3) On considère le polynôme  $P(x) = x^3 8x^2 + 11x + 20$ 
  - **a)** Vérifier que (-1) est une racine de P(x).
  - **b)** En déduire une factorisation de P(x).
  - Résoudre dans IR l'équation P(x) = 0.
  - En déduire les solutions de l'equation  $x^6 - 8x^4 + 11x^2 + 20 = 0$
- **4)** Résoudre dans *IR* l'équation P(x) < 0.

## Exercice 02

On considère le polynôme  $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$ .

- 1) Résoudre dans IR l'équation  $x^2 + x 6 = 0$  puis factoriser  $x^2 + x 6$ .
- **2)** Vérifier  $P(x) = (x^2 x)^2 + (x^2 x) 6$ .
- 3) En déduire une factorisation de P(x).
- **4)** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'equation P(x) = 0.

### Exercice ①③

- 1) Résoudre dans  $IR^2$  le système :  $\begin{cases} \frac{a}{4} + b = \frac{5}{4} \\ 4a + b = -10 \end{cases}$
- **2)** On considère le polynôme  $P(x) = 2x^3 + ax^2 3x + b$  tels que  $a \in IR$  et  $b \in IR$ .

Déterminer les nombres a et b pour que  $\frac{1}{2}$  et 2 soient des racines du polynôme P(x).

- 3) On suppose a = -3 et b = 2.
  - a) Factoriser le polynôme P(x).
  - **b)** Résoudre dans IR l'équation P(x) < 0

#### Exercice 0@

Soit  $a \in IR$ .

On considère l'équation (E):  $x^2 + 3ax + 9(a-1) = 0$ .

- 1) Déterminer la valeur de a pour que 0 soit une solution de l'équation (E).
- 2) Déterminer la valeur de a pour que l'équation (E) admet une solution unique.
- 3) On *supose* que :  $a \ne 1$  et  $a \ne 2$  et soient  $\alpha$  et  $\beta$  les solutions de (E).
  - a) Montrer que  $\alpha$  et  $\beta$  vérifient l'équation  $9(a-1)x^2 + 3ax + 1 = 0.$
  - **b)** Déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de a.
- **4)** On supose que : a < 1.

Résoudre dans IR l'inéquation  $9(a-1)x^2+3ax+1 > 0$ .

#### Exercice ①⑤

- $\mathbf{N}$  Résoudre dans  $IR^2$  les systèmes :
- $(S_1):\begin{cases} 5x-2y=1\\ -10x+4y=3 \end{cases}$   $(S_2):\begin{cases} 3x+y=7\\ 2x-y=8 \end{cases}$
- 2) a)-Résoudre dans  $IR^2$  le système:  $\begin{cases} -x + 3y = 4 \\ x 2y = 11 \end{cases}$

**b)**-En déduire les solutions des systèmes :

$$(S_1): \begin{cases} -\sqrt{x} + \frac{3}{y} = 4 \\ \sqrt{x} - \frac{2}{y} = 11 \end{cases} \bullet (S_2): \begin{cases} -|x+1| + 3y^2 = 4 \\ |x+1| - 2y^2 = 11 \end{cases} \bullet$$

### Exercice 06

**3)** Résoudre dans  $IR^2$  les inéquations :

3) 
$$y+2>0$$

$$2)2x-3 \le 0$$

1) 
$$x-2y+3 \ge 0$$

**4)** Résoudre dans  $IR^2$  les systèmes :

$$(S_1): \begin{cases} x - 2y + 1 \ge 0 \\ x + y - 3 \le 0 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} x + y - 5 < 0 \\ 3x - 4y > 0 \end{cases} \quad (S_3): \begin{cases} 2x - y + 4 \ge 0 \\ 5x + 2 \le 0 \end{cases}$$

### Problème ①

Plusieurs personnes se sont réunies pour fêter un anniversaire.

Chaque personne a apporté trois cadeaux à chacune des autres personnes.

Sachant qu'au total 468 cadeaux ont été

déposés près du gâteau, combien de personnes y avait-il?

### Problème 2

Un père a 25 ans de plus que son fils et le produit de leurs âges est de 116. Calcule les âges du père et du fils.

### Problème 3

Une salle de spectacle propose deux sortes de spectacles : pièces de théâtre ou concert.

Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert.

- Ahmed réserve 2 places pour une piece de théâtre et
   4 places pour un concert, il paie 170 Dh.
- *Ibrahim* réserve 3 places pour une pièce de Théâtre et 2 places pour un concert, elle paie 135 Dh.

Quels sont les tarifs respectifs pour une pièce de théâtre ou pour un concert ?

# Problème @

Considérons la figure

suivante:

Trouver la position du point M pour que



