CHAPITRE 3

LES FONCTIONS NUMÉRIQUES

3.1 L'ensemble de définition d'une fonction :

3.1.1 Activités :

Activité 1 :

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = \dfrac{1}{x-2}$

1) Déterminer : $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(-1)$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$
2) Déterminer : $g(0)$; $g(1)$; $g(-1)$ et $f(-2)$
3) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f.
4) Déterminer D_g l'ensemble de définition de la fonction g.

Activité 2 :

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$; b) $f(x) = 3x+1$; c) $f(x) = \sqrt{x-1}$;

d) $f(x) = \sqrt{x+2}$; e) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$; f) $f(x) = \dfrac{x+3}{x-5}$

Solution de l'activité 2 :

a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$: On a la fonction f est définie si : $x \neq 0$ donc $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$.

b) $f(x) = 3x+1$: la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$, donc $D_f = \mathbb{R}$.

c) $f(x) = \sqrt{x-1}$: la fonction est définie si : $x-1 \geq 0$ c-à-d : $x \geq 1$ donc : $D_f = [1; +\infty[$.

d) $f(x) = \sqrt{x+2}$: la fonction est définie si : $x+2 \geq 0$ c-à-d : $x \geq -2$ donc : $D_f = [-2; +\infty[$.

e) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$: la fonction f est définie si : $x+1 \neq 0$ c-à-d : $x \neq -1$ donc : $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$.

f) $f(x) = \dfrac{x+3}{x-5}$: la fonction f est définie si : $x-5 \neq 0$ c-à-d : $x \neq 5$ donc : $D_f = \mathbb{R} - \{5\}$.

3.1.2 Définition

Définition 3.1
Soit $f : x \mapsto f(x)$ une fonction numérique d'une variable réelle x.
▷ On dit que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f.
▷ L'ensemble constitué de tous les nombres x qui ont une image par la fonction f, est appelé **l'ensemble de définition** de f et se note D_f.

3.2 Fonction paire - fonction impaire

3.2.1 Activité :

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = 3x$

1) a) Déterminer D_f
   b) Montrer que : $f(-x) = f(x)$
2) a) Déterminer D_g
   b) Montrer que : $g(-x) = -g(x)$

Solution de l'activité :

1) a) On a : $D_f = \mathbb{R}$,
   b) On a : $(\forall x \in \mathbb{R}) : -x \in \mathbb{R}$, et $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$
   On dit dans ce cas que la fonction f est paire.
2) a) On a : $D_g = \mathbb{R}$,
   b) On a : $(\forall x \in \mathbb{R}) : -x \in \mathbb{R}$: et $(\forall x \in \mathbb{R}) : g(-x) = 3 \times (-x) = -3x = -g(x)$
   On dit dans ce cas que la fonction g est impaire.

3.2.2 Définition

Définition 3.2
Soit f une fonction et D_f son ensemble de définition :
▷ On dit que la fonction f est paire si :
- $(\forall x \in D_f) : -x \in D_f$
- $(\forall x \in D_f) : f(-x) = f(x)$

▷ On dit que la fonction f est impaire si :
- $(\forall x \in D_f) : -x \in D_f$
- $(\forall x \in D_f) : f(-x) = -f(x)$

Exercice 15
1) Montrer que la fonction f est paire dans chacune des cas suivantes :
   a) $f(x) = x^2 + 3$; b) $f(x) = -x^2 + 5$; c) $f(x) = x^4 + 2x^2$
2) Montrer que la fonction f est impaire dans chacune des cas suivantes :
   a) $f(x) = 2x$; b) $f(x) = 3x + 5$; c) $f(x) = x^3 + 1$; d) $f(x) = -4x + 2$; e) $f(x) = \frac{1}{x}$

3.2.3 L'interprétation géométrique (La courbe d'une fonction) :

a) Activité :

1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2$
   a) Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	•	•	•	•	•

b) Représenter dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, (C_f) la courbe de la fonction f.

2) Soit g la fonction définie par : $g(x) = 2x$

a) Compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1
$f(x)$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$

b) Représenter dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, (C_g) la courbe de la fonction g.

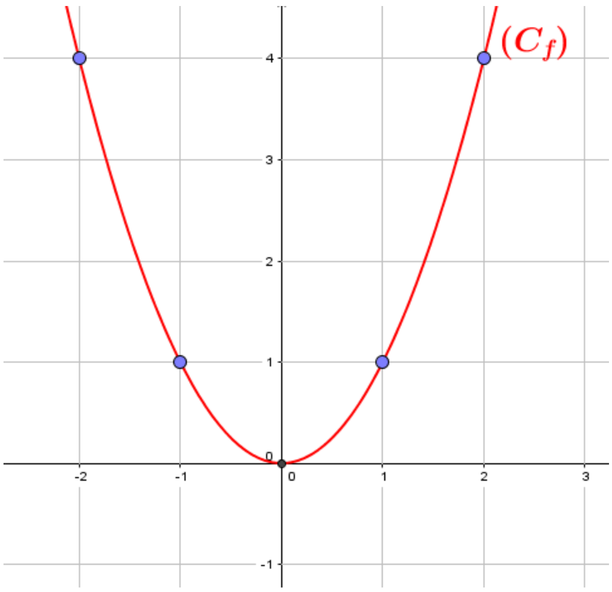
Solution de l'activité :

1) a) $f(x) = x^2$: $f(-2) = (-2)^2 = 4$ et $f(-1) = (-1)^2 = 1$ et $f(0) = 0$ et $f(1) = (1)^2 = 1$ et $f(2) = 4$

Donc :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4

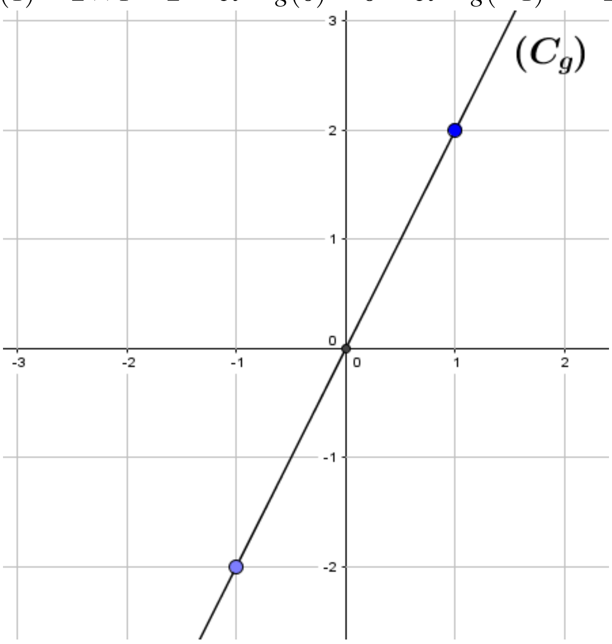
b) La courbe de f :



Remarque : Si f est une fonction paire alors (C_f) est symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

2) a) $g(x) = 2x$ $g(1) = 2 \times 1 = 2$ et $g(0) = 0$ et $g(-1) = -2$

b) La courbe de g :



Remarque : Si f est une fonction impaire alors (C_f) est symétrie par rapport à l'origine $O(0;0)$.

3.3 La fonction majorée - la fonction minorée - la fonction bornée :

3.3.1 Activité :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 1$
   a) Comparer le nombre 1 avec les nombres : $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(-1)$.
   b) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) \geq 1$
2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x^2 + 2$
   a) Comparer le nombre 2 avec les nombres : $g(0)$; $g(1)$; $g(2)$.
   b) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : g(x) \leq 2$
3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$
   Montrer que : $0 \leq h(x) \leq 1$

3.3.2 Solution de l'activité :

1) a) On a : $f(0) = 0^2 + 1 = 1 \geq 1$ et $f(1) = 1^2 + 1 = 2 \geq 1$ et $f(2) = 2^2 + 1 = 5 \geq 1$ et $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2 \geq 1$.
   b) On a : pour tout $x \in \mathbb{R}$: $x^2 \geq 0$ donc : $x^2 + 1 \geq 1$ et donc $f(x) \geq 1$
   On dit dans ce cas que la fonction f est minorée par 1.
2) a) On a : $g(0) = -0^2 + 2 = 2 \leq 2$ et $g(1) = -1^2 + 2 = 1 \leq 2$ et $g(2) = -2^2 + 2 = -4 + 2 = -2 \leq 1$.
   b) On a : pour tout $x \in \mathbb{R}$: $x^2 \geq 0$ donc : $-x^2 \leq 0$ donc $-x^2 + 2 \leq 2$ c'est à dire : $g(x) \leq 2$.
   On dit dans ce cas que la fonction g est majorée par 2.
3) On a pour tout $x \in \mathbb{R}$: $x^2 \geq 0$ donc : $x^2 + 1 \geq 0$ et donc $\dfrac{1}{x^2+1} \geq 0$ c'est à dire $h(x) \geq 0$. (1)
   On a aussi : $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 \geq 0$ donc $x^2 + 1 \geq 1$ et donc $\dfrac{1}{x^2+1} \leq 1$ c'est à dire $h(x) \leq 1$. (2)

de (1) et (2) on a pour tout $x \in \mathbb{R}$: $0 \leq h(x) \leq 1$: on dit que la fonction h est bornée. (majorée et minorée).

Définition 3.3
Soient f une fonction définie sur un intervalle I et $m;M \in \mathbb{R}$:

- On dit que f est majorée par M sur I si : $(\forall x \in I) : f(x) \leq M$
- On dit que f est minorée par m sur I si : $(\forall x \in I) : f(x) \geq m$
- On dit que f est bornée sur I si f est majorée et minorée à la fois. c'est à dire : $(\forall x \in I) : m \leq f(x) \leq M$

Exercice 16
1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x^2 + 3$, montrer que f est minorée par 3.
2) Soit h la fonction définie par : $h(x) = -3x^2 + 5$, montrer que h est majorée par 5.
3) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \dfrac{3}{x^2+6}$: montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : 0 \leq g(x) \leq \dfrac{1}{2}$

3.4 Comparaison de deux fonctions et l'interprétation géométrique :

3.4.1 Égalité de deux fonctions :

Définition 3.4
Soient f et g deux fonctions définies sur D_f et D_g.
On dit que f et g sont égaux et on écrit : $f = g$ si : $\begin{cases} D_f = D_g \\ (\forall x \in D_f) : f(x) = g(x) \end{cases}$

Exemple 3.1

1) Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{2x^2}{x}$ et $g(x) = 2x$:
On a : $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ et $D_g = \mathbb{R}$ donc $D_f \neq D_g$ et donc $f \neq g$.

2) Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{1}{x} + 2x$ et $g(x) = \dfrac{1+2x^2}{x}$
On a : $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ et $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ donc : $D_f = D_g$ et
$f(x) = \dfrac{1}{x} + 2x = \dfrac{1}{x} + \dfrac{2x^2}{x} = \dfrac{1+2x^2}{x} = f(x)$ donc : $f = g$.

3.4.2 La résolution graphique des équations et des inéquations :

Proprieté 3.1
Soit f et g deux fonctions définies sur D_f et D_g et I un intervalle inclus dans D_f et D_g.
- Pour résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$: il faut déterminer les abscisses des points d'intersections de (C_f) la courbe de f et (C_g) la courbe de g.

Exemple 3.2
Soit f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = x$

1) Compléter les tableaux suivants :

x	0	1
$g(x)$	$\bullet$	$\bullet$

x	0	1	2	-1	-2
$f(x)$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$

2) Représenter dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (C_f) (la courbe de f) et (C_g) (la courbe de g).
3) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$.
4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$
5) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$

Solution :

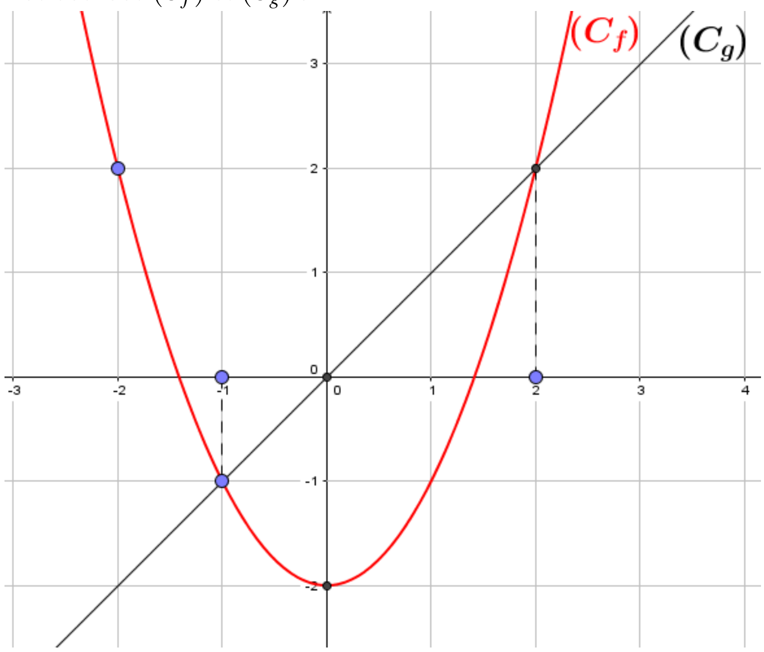
1) On a : $g(x) = x$ donc : $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

x	0	1
$g(x)$	0	1

On a : $f(x) = x^2 - 2$ donc : $f(0) = 0^2 - 2 = -2$ et $f(1) = 1^2 - 2 = -1$ et $\cdots$

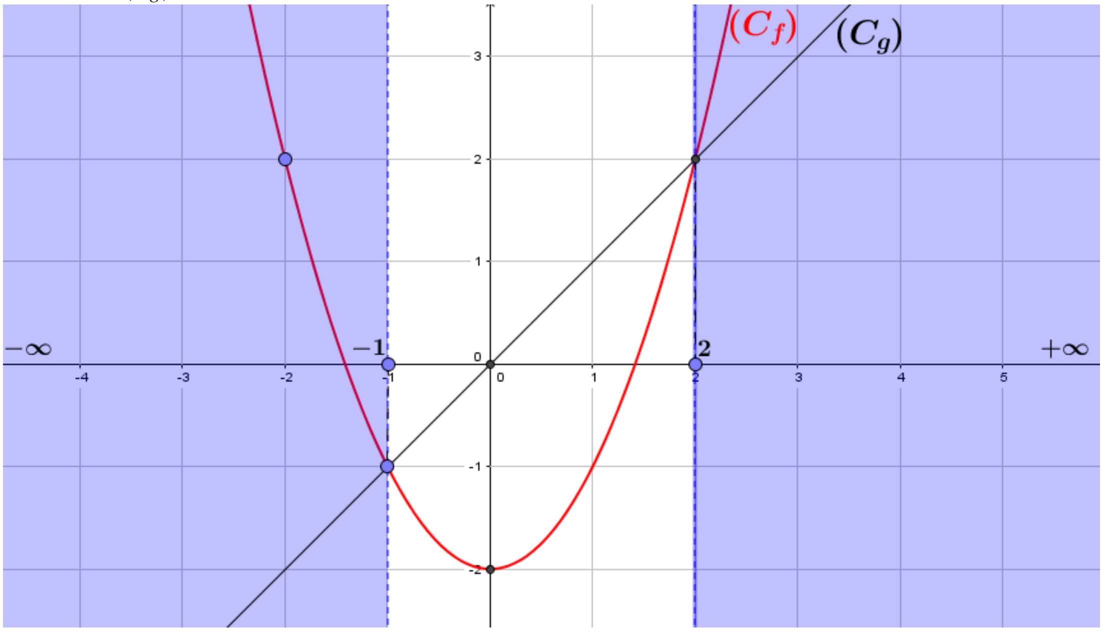
x	0	1	2	-1	-2
$f(x)$	-2	-1	2	-1	2

2) Les courbes (C_f) et (C_g) :



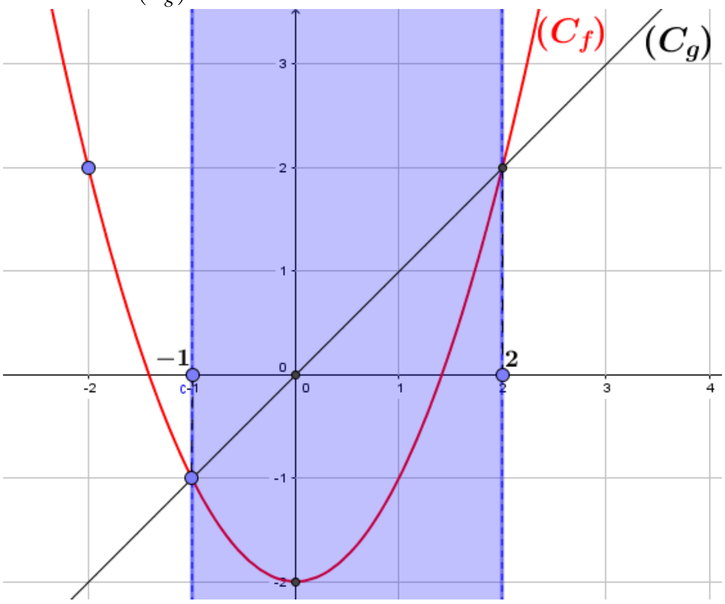
3) Les solutions graphiques de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersections de (C_f) et (C_g) alors les solutions sont : -1 et 2.

4) Les solutions graphiques de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points où (C_f) se trouve au dessus de (C_g).



Alors les solutions sont : $S =]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$

5) Les solutions graphiques de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points où (C_f) se trouve au dessous de (C_g).



Alors les solutions sont : $S = [-1; 2]$

Proprieté 3.2
- Les solutions graphiques de l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points où (C_f) se trouve au **dessus** de (C_g).
- Les solutions graphiques de l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points où (C_f) se trouve au **dessous** de (C_g).

Exercice 17
Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = -x^2 + 2$ et $g(x) = x^2$

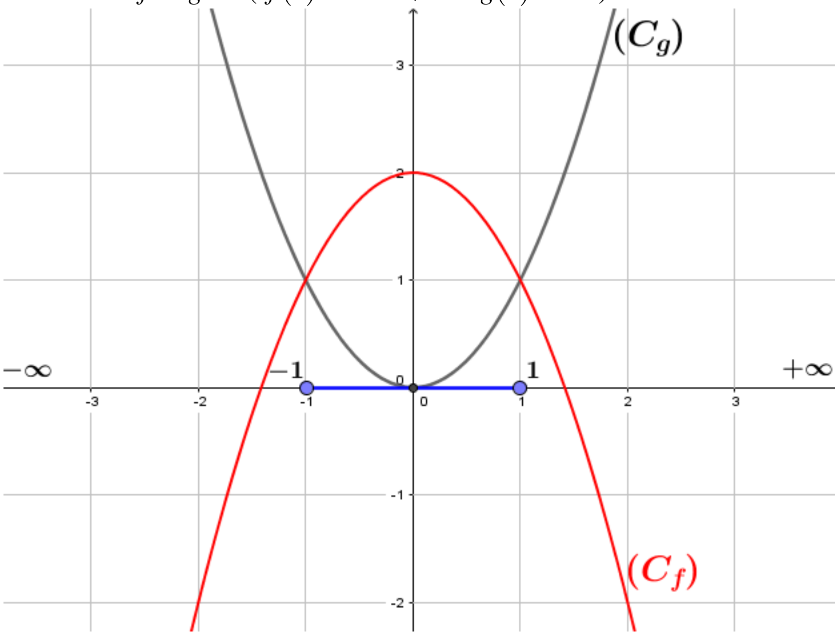
1) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$
2) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$

Exercice 18
Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = -x$

1) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$
2) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$

Solution de l'exercice 3 :

1) Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ il faut représenter graphiquement (C_f) et (C_g) les courbes de f et g : $(\ f(x) = -x^2 + 2$ et $g(x) = x^2\ )$:

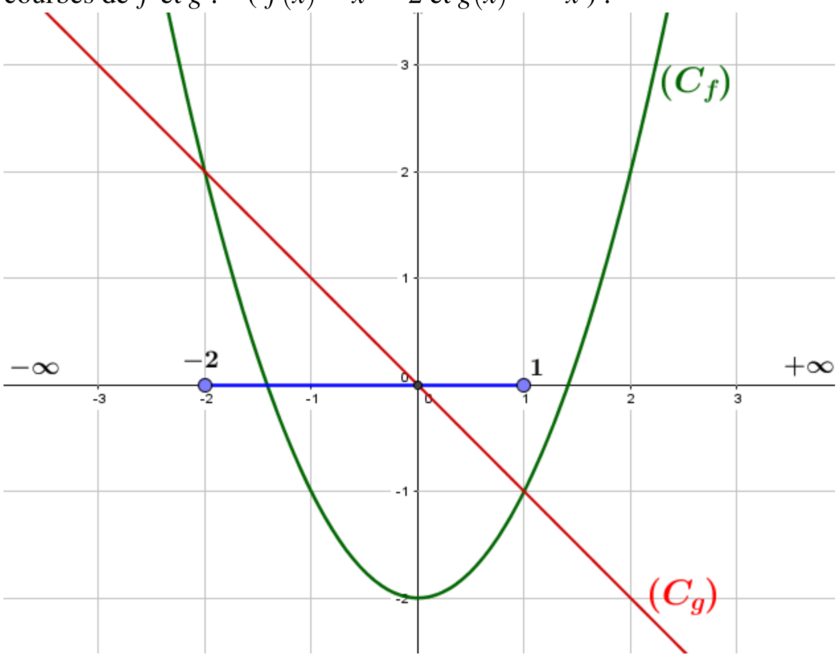


Les solutions graphiques de l'équation : $f(x) = g(x)$ sont : -1 et 1.

2) Les solutions de l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$ sont : $S = [-1;1]$. (les abscisses des points où (C_f) se trouve au dessus de (C_g)).

Solution de l'exercice 4 :

1) Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ il faut représenter graphiquement (C_f) et (C_g) les courbes de f et g : $(\ f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = -x\ )$:



Les solutions graphiques de l'équation : $f(x) = g(x)$ sont : -2 et 1.

2) Les solutions de l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$ sont : $S = [-2;1]$. (les abscisses des points où (C_f) se trouve au dessous de (C_g)).

3.5 Les variations d'une fonction :

3.5.1 Définitions :

Définition 3.5
Soit f une fonction définie sur un intervalle I :

- (f est croissante sur I) $\Leftrightarrow$ pour tous $x;y \in I$: si $x \geq y$ alors $f(x) \geq f(y)$
- (f est décroissante sur I) $\Leftrightarrow$ pour tous $x;y \in I$: si $x \geq y$ alors $f(x) \leq f(y)$

Exemple 3.3
1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3x - 1$; soient $x;y \in \mathbb{R}$ on a :

$$\begin{aligned} x < y &\Rightarrow 3x < 3y \\ &\Rightarrow 3x - 1 < 3y - 1 \\ &\Rightarrow f(x) < f(y) \end{aligned}$$

alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.

2) Soit f la fonction définie par : $f(x) = -2x + 3$; soient $x;y \in \mathbb{R}$ on a :

$$\begin{aligned} x < y &\Rightarrow -2x > -2y \qquad (car:\ -2 < 0) \\ &\Rightarrow -2x + 3 > -2y + 3 \\ &\Rightarrow f(x) > f(y) \end{aligned}$$

alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

3) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$; soient $x;y \in \mathbb{R}_+$ on a :

$$\begin{aligned} x < y &\Rightarrow x + 3 < y + 3 \\ &\Rightarrow \frac{1}{x+3} > \frac{1}{y+3} \\ &\Rightarrow f(x) > f(y) \end{aligned}$$

alors f est décroissante sur $\mathbb{R}_+$.

4) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{-1}{x+2}$; soient $x;y \in \mathbb{R}_+$ on a :

$$\begin{aligned} x < y &\Rightarrow x + 2 < y + 2 \\ &\Rightarrow \frac{1}{x+2} > \frac{1}{y+2} \qquad (L'inverse) \\ &\Rightarrow \frac{-1}{x+2} < \frac{-1}{y+2} \qquad (La\ multiplication\ par\ -1 < 0) \\ &\Rightarrow f(x) < f(y) \end{aligned}$$

alors f est croissante sur $\mathbb{R}_+$.

5) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{-x+5}$; soient $x;y \in \mathbb{R}_-$ on a :

$$\begin{aligned} x < y &\Rightarrow -x > -y \qquad (La\ multiplication\ par\ -1 < 0) \\ &\Rightarrow -x + 5 > -y + 5 \\ &\Rightarrow \frac{1}{-x+5} < \frac{1}{-y+5} \\ &\Rightarrow f(x) < f(y) \end{aligned}$$

alors f est croissante sur $\mathbb{R}_-$.

Exercice 19
Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle I dans les suivants (f est il croissante ou décroissante ?) :

1) $f(x) = 5x - 4$; $I = \mathbb{R}$
2) $f(x) = -3x - 1$; $I = \mathbb{R}$
3) $f(x) = \dfrac{2}{-2x+1}$; $I = \mathbb{R}_-$
4) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$; $I = \mathbb{R}_+$
5) $f(x) = x^2 + 2$; $I = \mathbb{R}_+$

3.5.2 Taux de variations :

Définition 3.6
Soient I un intervalle et $x;y \in I$ tels que : $x \neq y$:
Le nombre $T = \dfrac{f(x)-f(y)}{x-y}$ est appelé **Le taux de variations** de f entre x et y.

Proprieté 3.3
- Si : $T = \dfrac{f(x)-f(y)}{x-y} \geq 0$ pour tous $x;y \in I$ alors : f est croissante I.
- Si : $T = \dfrac{f(x)-f(y)}{x-y} \leq 0$ pour tous $x;y \in I$ alors : f est décroissante I.

Exemple 3.4
1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = 4x+2$, calculons le taux de variation entre x et y sur $\mathbb{R}$: on a :

$$T = \frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{4x+2-(4y+2)}{x-y} = \frac{4x-4y}{x-y} = \frac{4(x-y)}{x-y} = 4 > 0 \text{ donc } f \text{ est croissante sur } \mathbb{R}.$$

2) Soit f la fonction définie par : $f(x) = -5x+7$, calculons le taux de variation entre x et y sur $\mathbb{R}$: on a :

$$T = \frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{-5x+7-(-5y+7)}{x-y} = \frac{-5x+7+5y-7}{x-y} = \frac{-5x+5y}{x-y} = \frac{-5(x-y)}{x-y} = -5 < 0$$
donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

3) Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2$, calculons le taux de variation entre x et y sur $\mathbb{R}$: on a :

$$T = \frac{x^2-y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

- si $x;y \in \mathbb{R}_+$ alors $x+y \geq 0$ donc : f est croissante sur $\mathbb{R}_+$
- si $x;y \in \mathbb{R}_-$ alors $x+y \leq 0$ donc : f est décroissante sur $\mathbb{R}_-$

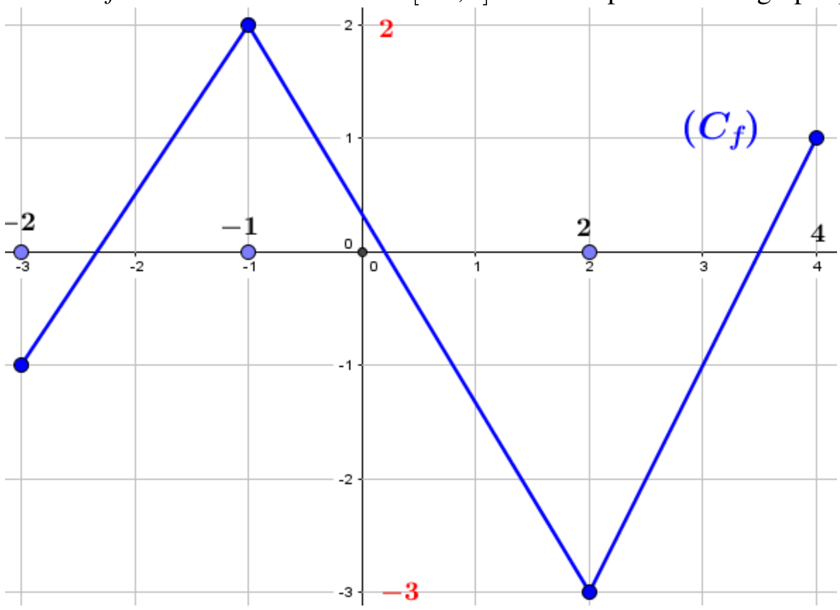
Exercice 20
En utilisant le taux de variations entre x et y étudie les variations de la fonction f sur l'intervalle I dans les cas suivants :

1) $f(x) = 2x+3$; $I = \mathbb{R}$
2) $f(x) = -3x+4$; $I = \mathbb{R}$
3) $f(x) = x^2+3$; si $I = \mathbb{R}_+$ puis si $I = \mathbb{R}_-$
4) $f(x) = -x^2+1$; si $I = \mathbb{R}_+$ puis si $I = \mathbb{R}_-$

3.6 Extremums d'une fonction : (Valeur minimale - Valeur maximale) :

3.6.1 Activité :

Soit f une fonction définie sur $[-3;4]$ dont la représentation graphique est le suivant :



1) Déterminer la valeur minimale de f sur $[-3;4]$
2) Déterminer la valeur maximale de f sur $[-3;4]$
3) Donner le tableau de variations de f sur $[-3;4]$

Solution de l'activité :

1) La valeur minimale de f sur $[-3;4]$ est le plus petit valeur de f sur $[-3;4]$ d'après la courbe de f la valeur minimale est : -3.
2) La valeur maximale de f sur $[-3;4]$ est le plus grand valeur de f sur $[-3;4]$ d'après la courbe de f la valeur maximale est : 2.
3) Le tableau de variation de f est :

x	-2		-1		2		4
f			2				1
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	-1				-3		

f est croissante sur $[-2;-1]$ et croissante aussi sur $[2;4]$ et décroissante sur $[-1;2]$

Exercice 21
Soit f une fonction dont le tableau de variations est le suivants :

x	0		2		3		5
f	1				3		
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			-1				0

1) Déterminer : $f(0)$; $f(2)$; $f(3)$ et $f(5)$.
2) Déterminer la valeur maximale de f sur $[0;5]$.
3) Déterminer la valeur minimale de f sur $[0;5]$

Solution :

1) D'après le tableau des variations de f on a : $f(0) = 1$; $f(2) = -1$; $f(3) = 3$ et $f(5) = 0$
2) La valeur maximale de f sur $[0;5]$ est : $f(3) = 3$.
3) La valeur minimale de f sur $[0;5]$ est : $f(2) = -1$.

Définition 3.7
Soit f une fonction définie sur un intervalle I :

- On a dit que f admet une valeur minimale sur I s'il existe $a \in I$ tel que : $(\forall x \in I) : f(x) \geq f(a)$, $f(a)$ est appelée la valeur minimale de f sur I
- On a dit que f admet une valeur maximale sur I s'il existe $b \in I$ tel que : $(\forall x \in I) : f(x) \leq f(b)$, $f(b)$ est appelée la valeur maximale de f sur I

Exercice 22
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 1$

1) Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$

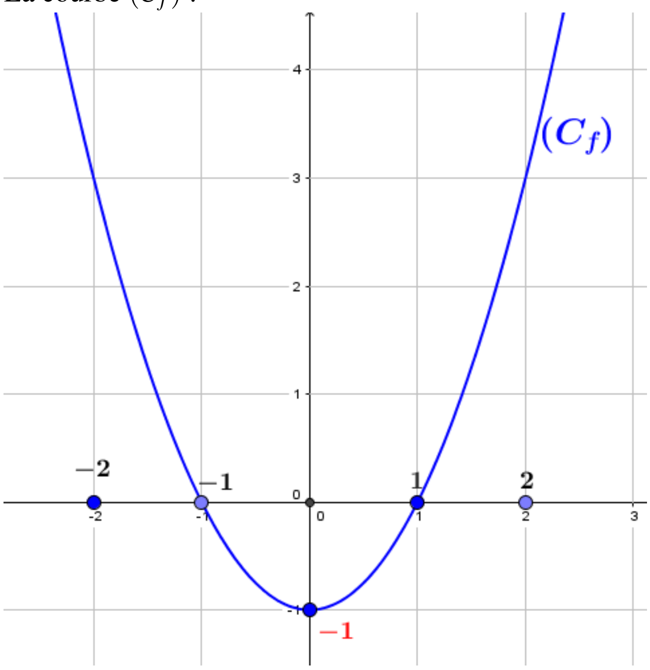
2) Construire la courbe (C_f) de la fonction f.
3) Déduire la valeur minimale de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Solution :

1) On a : $f(x) = x^2 - 1$ donc : $f(-2) = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$ et $f(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$ et $f(0) = 0^2 - 1 = -1$ et $\cdots$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	3	0	-1	0	3

2) La courbe (C_f) :



3) D'après la courbe la valeur minimale de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est : -1.

Exercice 23
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 3$

1) Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$

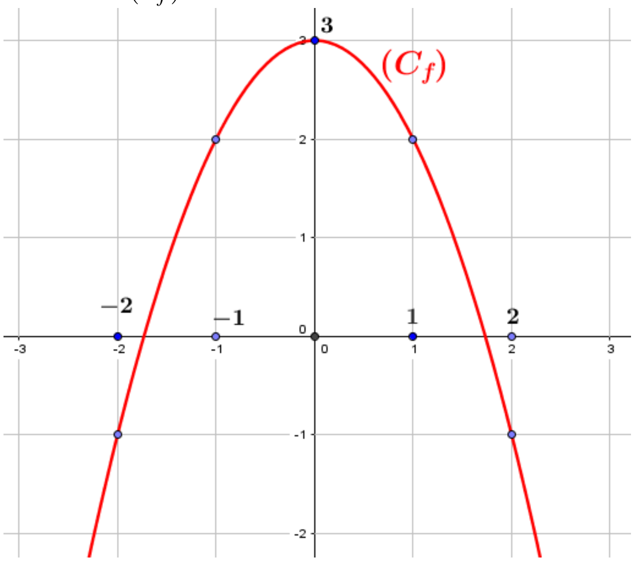
2) Construire la courbe (C_f) de la fonction f.
3) Déduire la valeur maximale de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Solution :

1) On a : $f(x) = -x^2 + 3$ donc : $f(-2) = -(-2)^2 + 3 = -4 + 3 = -1$ et $f(-1) = -(-1)^2 + 3 = -1 + 3 = 2$ et $f(0) = -0^2 + 3 = 3$ et $\cdots$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	2	3	2	-1

2) La courbe (C_f) :



3) D'après la courbe la valeur maximale de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est : 3.

Exercice 24

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 2x$

1) Compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$

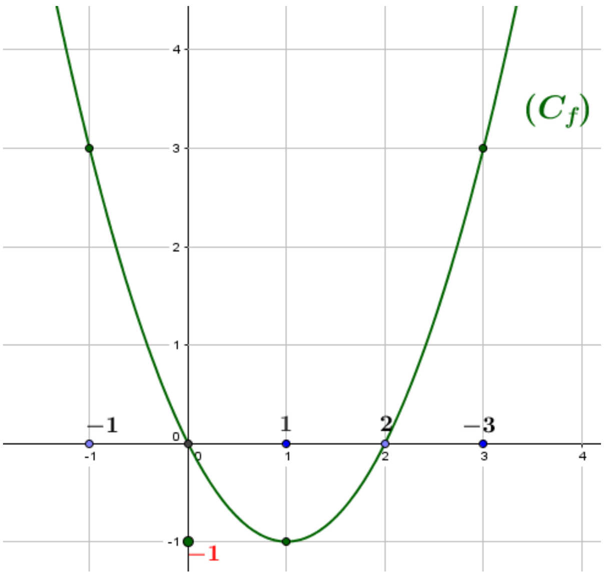
2) Construire la courbe (C_f) de la fonction f.
3) Déduire la valeur minimale de la fonction f sur $[-1;3]$.
4) Donner le tableau de variation de f sur $[-1;3]$.

Solution :

1) On a : $f(x) = x^2 - 2x$ donc : $f(-1) = (-1)^2 - 2\times -1 = 1 + 2 = 3$ et $f(0) = 0^2 - 2\times 0 = 0$ et $f(1) = 1^2 - 2\times 1 = 1 - 2 = -1$ et $f(2) = 2^2 - 2\times 2 = 4 - 4 = 0$ et $f(3) = 3^2 - 2\times 3 = 9 - 6 = 3$

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	3	0	-1	0	3

2) La courbe (C_f) :



3) D'après la courbe la valeur minimale de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est : -1.

4) Le tableau des variations de f sur $[-1;3]$ est :

x	-1		0		3
f	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3