Rotation dans le plan

1BSF 1 et 2

Pr. Latrach Abdelkbir

✍ Activité ① :

Soient Ω et A deux points du plan orienté direct et soit α un réel tel que $\alpha \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$.

Construire le point A' tel que $\begin{cases} \Omega A = \Omega A' \\ \left(\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega A'}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$.

✍ Activité ② :

On considère $ABCD$ est un carré de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

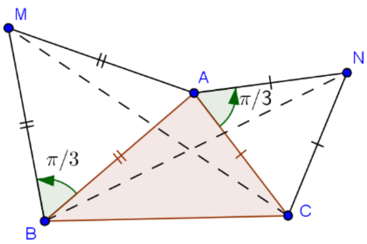
On considère r_1 et r_2 les rotations de centre O et d'angles respectifs $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$.

1. Construire une figure convenable.
2. Recopier et remplir le tableau suivant :

• $r_1(A) =$	• $r_2(D) =$
• $r_1(B) =$	• $r_2(C) =$
• $r_1(C) =$	• $r_2(B) =$
• $r_1(D) =$	• $r_2(A) =$

✍ Application ① :

ABC est un triangle.
On construit à l'extérieur de ce triangle deux triangles MAB et NAC qui sont équilatéraux.
Prouver que : $MC = NB$



✍ Application ② :

OABet OCD sont deux triangles rectangles isocèles au sommet commun O tels que :
$\left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$et $\left(\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.
Montrer que $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$.

✍ Application ③ :

ABC est un triangle équilatéral tel que : $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ .On construit à l'extérieur de ce triangle un parallélogramme $BCDE$.
On considère la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1. Construire le point F l'image du point E par la rotation r ,puis montrer que CFD est un triangle équilatéral.
2. Montrer que : $\left(\overrightarrow{BE}; \overrightarrow{BA}\right) \equiv \left(\overrightarrow{CF}; \overrightarrow{CA}\right)[2\pi]$.
3. Que peut-on dire sur le point F si E appartient à (AB).

✍ Application ④:

Soit ABC un triangle et D un point tel que $D = bar\{(B;1),(C;2)\}$
Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1. Construire les points B',C' et D' les images respectives de B,C et D
2. Montrer que les points B',C' et D'sont alignés.

✍ Application ⑤ :

ABC est un triangle et M est un point tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Construire les points A' et C' et M' les images respectives des points A et C et M par r.
2. Montrer que les points A' et C' et M' sont alignés.

✍ Exercice ① :

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que : $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.
Soit I le milieu du segment $[BC]$.Eet Fsont deux points du plan tels que: $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$
On considère la rotation de centre Iet d'angle $\frac{\pi}{2}$
Montrer que le triangle EIF est rectangle isocèle en I.

✍ Application ⑥ :

$ABCD$ un carré tel que : $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$,soit E un point du segment $[BC]$ tel que Edifférent de B et C; Fle point d'intersection de la droite (DC) et la droite perpendiculaire à (AE) en A.
Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Déterminer les images des deux droites (BC) et (AE).
2. En déduire l'image du point E par la rotation r.

✍ Application ⑦ :

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A tel que $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.
Soit I le milieu du segment $[BC]$
On considère la rotation r de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
Soit (C) le cercle de centre C et passant par le point I.

1. Construire (C') l'image par la rotation r du cercle (C)
2. Le cercle (C) coupe le segment $[AC]$ en un point E et le cercle (C') coupe le segment $[AB]$ en un point F

Montrer que : $r(E) = F$.

✍ Exercice ② :

Soit $ABCD$ un carré de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ .Soient Iet J deux points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.
Les droites (IC) et (JD) coupent respectivement (BD) et (AC) en M et N .
On considère la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Déterminer $r(A)$ et $r(B)$.
2. a- Montrer que Iest le barycentre des points pondérés $(A;1)$ et $(B;-3)$.
b- Montrer que $r(I) = J$.
3. a- Déterminer l'image de chacune des droites (BD) et (IC).
b- En déduire que $r(M) = N$.
4. a- Montrer que $IM = JN$.
b- Montrer que $(CM) \perp (DN)$.