CHAPITRE 2

CALCUL NUMÉRIQUE :

2.1 Équations et inéquations de premier degré a une inconnue

2.1.1 Équation de la forme : $ax+b=0$ où $a;b\in\mathbb{R}$

Activité :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $3x-5=2x+3$; 2) $\dfrac{5x+1}{\sqrt{3}+2}=-4+x$; 3) $(2x+3)(5x-1)=0$

4) $x^2-4x+4=0$; 5) $2x+3=-5(x+1)-3$; 6) $2x^2+2\sqrt{2}x+1=0$

Propriété et Définition 2.1

- Une équation du premier degré à une seule inconnue est toute équation de la forme $ax+b=0$.
- Soit S l'ensemble de solution de l'équation $ax+b=0$:
  - ⋆ Si $a\neq 0$ alors $S=\left\{-\dfrac{b}{a}\right\}$
  - ⋆ Si $a\neq 0$ et $b=0$ alors $S=\mathbb{R}$ tous les nombres réels sont des solutions
  - ⋆ Si $a\neq 0$ et $b\neq 0$ alors $S=\varnothing$ l'équation n'admet pas de solutions

Exemple 2.1

1) La solution de l'équation : $2x+4=0$ est $x=-\dfrac{4}{2}=-2$ donc $S=\{-2\}$
2) L'équation : $x+1=x+2$ signifie que : $1=2$ (impossible) donc cette équation n'admet pas de solution c'est à dire $S=\varnothing$
3) L'équation $2x+4-x-5=x-1$ signifie que $2x+4=2x+4$ donc tous les nombres réels sont des solutions de cette équation c'est à dire $S=\mathbb{R}$

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équation :

1) $2x+6=12$; 2) $|2x+6|=12$; 3) $x^2-9+(x+3)(x-1)=0$

4) On pose : $P(x)=x^2-3x+2$,

   a) Montrer que : $P(2)=0$

   b) Résoudre l'équation : $x^2-3x+2=0$

5) On pose : $Q(x)=x^3-3x^2-x+3$,

   a) Montrer que : $P(1)=0$ et $P(3)=0$

   b) Résoudre l'équation : $x^3-3x^2-x+3=0$

2.1.2 Équation de la forme : $\dfrac{ax+b}{cx+d}=0$ où $a;b;c;d\in\mathbb{R}$

Proprieté 2.1
Pour résoudre une équation de la forme : $\dfrac{ax+b}{cx+d}=0$: Il faut déterminer son ensemble de définition,
L'équation : $\dfrac{ax+b}{cx+d}=0$ est définie si et seulement si $cx+d\neq 0$ si et seulement si $x\neq -\dfrac{d}{c}$
Donc son ensemble de définition est $D_E=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ et sont ensemble de solution est : $S=\left\{-\dfrac{b}{a}\right\}$

Exemple 2.2
Considérons l'équation : $(E):\dfrac{2x-6}{3x+12}=0$
L'équation (E) est définie : s.s.s.i $3x+12\neq 0$ s.s.s.i $x\neq -\dfrac{12}{3}$ donc : $D_E=\mathbb{R}-\{-4\}$.
Soit $x\in D_E$ on a : $(E):\dfrac{2x-6}{3x+12}=0\Leftrightarrow 2x-6=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{-6}{2}$ donc $S=\{3\}$.

Exercice 8
Résoudre les équations :

1) . $\dfrac{4x-2}{x-2}=0$; 2). $\dfrac{-2x+8}{2x-3}=0$; 3). $\dfrac{x+5}{4x-8}=0$; 4). $\dfrac{\sqrt{2}x-2}{x+3}=0$
5) . $\dfrac{4x-6}{-2x+3}=0$; 6). $\dfrac{2x-8}{x-4}=0$

2.1.3 Inéquation de premier degré a une inconnue :

Activité :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :
1). $4x-12>0$; 2). $4x-12<0$; 3). $4x-12\geq 0$; 4). $4x-12\leq 0$;

Définition 2.1
Une inéquation de premier degré a une inconnue est toute équation de la forme :
"$ax+b>0$" ou "$ax+b<0$" ou "$ax+b\geq 0$" ou "$ax+b\leq 0$" avec $a;b\in\mathbb{R}$.

Tableau de signe de $ax+b$ où $a;b\in\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		*Le signe de* $-a$	0	*Le signe de* a	

Exemples :

• Tableau de signe de : $-3x+5$ ($a=-3$ et $b=5$) :

Le signe de $-a=3$ *Le signe de* $a=-3$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}=\dfrac{5}{3}$		$+\infty$
$-3x+5$		$+$	0	$-$	

$La\ solution\ de\ l'équation : 3x - 6 = 0$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

• Tableau de signe de : $3x-6$ ($a=3$ et $b=-6$) :
D'après le tableau de signe : • les solution de l'équation : $3x-6>0$ sont : $S=]2;+\infty[$
• les solution de l'inéquation : $3x-6\geq 0$ sont : $S=[2;+\infty[$
• les solution de l'inéquation : $3x-6<0$ sont : $S=]-\infty;2[$
• les solution de l'inéquation : $3x-6\leq 0$ sont : $S=]-\infty;2]$

Exercice 9
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :
1). $2x+3<0$; 2). $-3x+5>0$; 3). $-4x+2<0$; 4). $6x+1\geq 0$; 5). $-5x+3\leq 0$

2.2 Équation de second degré à une inconnue

2.2.1 Définitions :

Définition 2.2
• Toute équation de la forme $ax^2+bx+c=0$, où a, b, c sont des nombres réels et $a\neq 0$, est une équation du second degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$.
• Le nombre $\Delta=b^2-4ac$ est appelé discriminant de cette équation ou discriminant du trinôme ax^2+bx+c

Proprieté 2.2
On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ où $a\neq 0$. et soit S son ensemble de solutions :

- Si $\Delta<0$: l'équation n'admet pas de solution et on a : $S=\varnothing$.
- Si $\Delta=0$: l'équation admet une unique solution $-\frac{b}{2a}$ et on a : $S=\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.
- Si $\Delta>0$: l'équation admet deux solutions distincts à savoir : $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
  et on a : $S=\left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a};\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

Exemple 2.3

1) Résolvons l'équation : $3x^2+3x-6=0$, on a : $a=3$; $b=3$ et $c=-6$ donc :
$\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times 3\times -6=9+72=81>0$, alors l'équation admet deux solutions distincts :
$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3-\sqrt{81}}{2\times 3}=\frac{-3-9}{6}=-2$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+\sqrt{81}}{2\times 3}=\frac{-3+9}{6}=1$
donc : $S=\{-2;1\}$
2) Résolvons l'équation : $x^2-6x+9=0$, on a : $a=1$; $b=-6$ et $c=9$ donc :
$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times 1\times 9=36-36=0$, alors l'équation admet une unique solution qu'est :
$-\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2}=3$, donc : $S=\{3\}$
3) Résolvons l'équation : $x^2+2x+3=0$, on a : $a=1$; $b=2$ et $c=3$ donc :
$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times 1\times 3=4-12=-8<0$, alors l'équation n'admet pas de solution : $S=\varnothing$
4) Résolvons l'équation : $-x^2=6x+8$, alors : $-x^2-6x-8=0$ on a : $a=-1$; $b=-6$ et $c=-8$ donc :
$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times -1\times -8=36-32=4>0$, alors l'équation admet deux solutions distincts :
$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-6)-\sqrt{4}}{2\times -1}=\frac{6-2}{-2}=-2$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-6)+\sqrt{4}}{2\times -1}=\frac{6+2}{-2}=-4$
donc : $S=\{-2;-4\}$

Méthode:

- Étape 0 (éventuelle) : Mets l'équation sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.
- Étape 1 : Identifie les coefficiens a, b et c de l'expression du second degré.
- Étape 2 : Calcule le discriminant Δ en remplaçant a, b et c par leurs valeurs dans la formule $\Delta = b^2 - 4ac$.
- Étape 3 : Effectue les opérations en respectant les priorités de calcul.
- Étape 4 : Donne le signe du discriminant obtenu.

Si $\Delta > 0$ (positif), il y a deux solutions :

- Étape 5 : Remplace a, b et Δ par leurs valeurs dans les deux formules $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Étape 6 : Calcule. Les deux résultats obtenus sont les solutions de l'équation.

Si $\Delta = 0$, il y a une solution :

- Étape 5 : Remplace a et b par leurs valeurs dans la formule $\dfrac{-b}{2a}$.
- Étape 6 : Calcule. Le résultat obtenu est la solution de l'équation.

Si $\Delta < 0$ (négatif), il n'y a pas de solution :

- Étape 5 : Conclue qu'il n'y a pas de solution.

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équation suivantes :

1) $x^2 - 3x + 2 = 0$
2) $4y^2 + 4y + 4 = 0$
3) $t^2 + t - 2 = 0$
4) $x^2 + 3x - 4 = 0$
5) $x^2 - 7x + 12 = 0$
6) $x^2 + x + 2 = 0$
7) $x^2 - 3x = 3x^2 - x - 4$
8) $x^2 = 5$
9) $x^2 = -1$
10) $2x^2 - 6x + 4 = 0$
11) $x^2 - x = x^2 + x - 1$

2.2.2 Factorisation d'un trinôme du second degré

Proprieté 2.3
On considère le trinôme ax^2+bx+c, Soit Δ son discriminant :

- Si $\Delta > 0$: alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ admet deux solutions distincts x_1 et x_2 et on a : $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.
- Si $\Delta = 0$: alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ admet une unique solution : $-\dfrac{b}{2a}$ et on a : $ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$.
- Si $\Delta < 0$: alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ n'admet pas de solutions et le trinôme ne peut pas être factorisé en produit de polynômes de premier degré.

Exemple 2.4

1) l'équation : $3x^2+3x-6=0$, admet deux solutions : -2 et 1 alors :
$3x^2+3x-6=3(x-(-2))(x-1)=3(x+2)(x-1)$
2) l'équation : $x^2-6x+9=0$, admet une unique solution : $-\dfrac{b}{2a}=3$ alors : $x^2-6x+9=(x-3)^2$
3) l'équation : $x^2+2x+3=0$, n'admet pas de solution alors : x^2+2x+3 ne se factorise pas.

Exemple 2.5

1) l'équation : $-2x^2-3x+2=0$, admet deux solutions : -2 et $\dfrac{1}{2}$ alors :
$-2x^2-3x+2=-2\,(x-(-2))\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=-2\,(x+2)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$
2) l'équation : $2x^2+4x+2=0$, admet une unique solution : $-\dfrac{b}{2a}=-1$ alors : $2x^2+4x+2=2(x+1)^2$
3) l'équation : $x^2+x+1=0$, n'admet pas de solution alors : x^2+x+1 ne se factorise pas.

Exercice 11
Factoriser les polynômes suivants :

1) $P(x)=x^2-7x+12$
2) $Q(x)=-3x^2-9x+30$
3) $R(x)=4x^2+4x+1$
4) $L(x)=4x^2+5x+1$
5) $H(x)=25x^2-10\sqrt{2}x+2$
6) $K(x)=-3x^2+2x-7$

2.2.3 Signe d'un trinôme du second degré

Proprieté 2.4
On considère le trinôme : $P(x) = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ et soit Δ son discriminant.

- Si $\Delta < 0$, alors le signe de $P(x)$ est le signe de a pour tout x de $\mathbb{R}$.

$\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	

- Si $\Delta = 0$, alors le signe de $P(x)$ est le signe de a, pour tout $x \neq -\dfrac{b}{2a}$.

$\Delta = 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
ax^2+bx+c		Signe de a	0	Signe de a	

- Si $\Delta > 0$, alors le signe de $P(x)$ est :
  ▷ le signe de a à l'extérieur des racines ;
  ▷ le signe contraire de a à l'intérieur des racines ;

$\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		Signe de a	0	Signe contraire de a	0	Signe de a	

Exemple 2.6

1) Étudions le signe de trinôme : $P(x) = -2x^2 + x - 1$,
Le discriminons du trinôme $P(x)$ est : $\Delta = 1^2 - 4 \times -2 \times -1 = -7 < 0$
alors le signe de $P(x)$ est celui du nombre $a = -2 < 0$, alors $P(x) < 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	

2) Étudions le signe de trinôme : $Q(x) = 2x^2 + 2x - 4$,
Le discriminons du trinôme $Q(x)$ est : $\Delta = 2^2 - 4 \times 2 \times -4 = 36 > 0$,
l'équation admet deux solution 1 et -2 ; alors le tableau de signe de $P(x)$ est :

$a = 2 > 0$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$Q(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

donc : $Q(x) \geq 0$ pour tout $x \in]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$ et $Q(x) \leq 0$ pour tout $x \in [-2; 1]$

3) Étudions le signe de trinôme : $R(x) = x^2 - 6x + 9$,
Le discriminons du trinôme $R(x)$ est : $\Delta = 36 - 36 = 0$,
l'équation admet une seule solution 3 ; alors le signe de $R(x)$ est : $R(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

$a = 1 > 0$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$R(x)$		$+$	0	$+$	

Exercice 12
Déterminer le tableau de signe des polynômes suivants :

- $E(x) = -x^2+7x-12$; • $F(x) = -x^2+4x-4$
- $G(x) = x^2+x+2$; • $H(x) = x^2-8x+15$
- $K(x) = x^2+8x+16$; • $L(x) = -x^2+2x+8$

2.3 Inéquation du second degré

Définition 2.3
On considère le trinôme $P(x) = ax^2+bx+c$; $(a \neq 0)$. Toute Inéquation de la forme :
$P(x) \geq 0$; $P(x) > 0$; $P(x) \leq 0$ ou $P(x) < 0$ est appelée **inéquation du second degré** .

Exemple 2.7

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (1) : $x^2-7x+12 \geq 0$.
Étudions d'abord le signe du trinôme : $x^2-7x+12$.
Pour cela il faut résoudre l'équation : $x^2-7x+12 = 0$, l'équation admet deux solutions : $x_1 = 3$ et $x_2 = 4$

Tableau de signe de $x^2-7x+12$:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$x^2-7x+12$		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble de solution de l'inéquation : $x^2-7x+12 \geq 0$ est : $S =]-\infty;3] \cup [4;+\infty[$.

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (2) : $-x^2+x-1 \geq 0$.
Étudions d'abord le signe du trinôme : $-x^2+x-1$.
Pour cela il faut résoudre l'équation : $-x^2+x-1 = 0$, $\Delta < 0$ l'équation n'admet pas de solution :

Tableau de signe de $-x^2+x-1$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$-x^2+x-1$		$-$	

▷ L'ensemble de solution de l'inéquation : $-x^2+x-1 \geq 0$ est : $S = \varnothing$.
▷ L'ensemble de solution de l'inéquation : $-x^2+x-1 \leq 0$ est : $S = \mathbb{R}$.

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (2) : $-x^2+4x-4 \geq 0$.
Étudions d'abord le signe du trinôme : $-x^2+4x-4$.
Pour cela il faut résoudre l'équation : $-x^2+4x-4 = 0$, $\Delta = 0$ l'équation admet une seule solution : $x = 2$

Tableau de signe de $-x^2+4x-4$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-x^2+4x-4$		$-$	0	$-$	

▷ L'ensemble de solution de l'inéquation : $-x^2+4x-4 \geq 0$ est : $S = \{2\}$.
▷ L'ensemble de solution de l'inéquation : $-x^2+4x-4 \leq 0$ est : $S = \mathbb{R}$.
▷ L'ensemble de solution de l'inéquation : $-x^2+4x-4 > 0$ est : $S = \varnothing$.
▷ L'ensemble de solution de l'inéquation : $-x^2+4x-4 < 0$ est : $S = \mathbb{R}-\{2\}$.

Exercice 13
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $2x^2-3x+3 \geq 0$; 2) $-2x^2-x-3 > 0$; 3) $x^2+2x-15 \leq 0$; 4) $-x^2-4x+5 < 0$
5) $9x^2+6x+1 \geq 0$; 6) $x^2-x+1 > 0$; 7) $x^2-x+1 \geq 0$; 8) $-x^2+6x-9 < 0$
9) $x^2-2x+1 \leq 0$; 10) $3x^2-2x-8 > 0$; 11) $x^2-2x+15 \leq 0$; 12) $-5x^2+10\sqrt{5}x+25 < 0$

2.4 Système de deux équations du premier degré

Définition 2.4
Le système $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ est appelé système de deux équation du premier degré à deux inconnues x et y ; où $a;b;c;a';b';c'$ sont des nombres réels.

Exemple 2.8

- **Méthode de substitution :**

1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ le système : $(S_1):\begin{cases} 2x-y=7 & (1) \\ 3x+4y=12 & (2) \end{cases}$

- On déterminer l'un des inconnue en fonction de l'autre.
A partir de l'équation (1), on trouve : $y=2x-7 \quad (3)$
Dans l'équation (2), on remplace y par l'expression $2x-7$, on obtient alors l'équation du premier degré à une inconnue : $3x+4(2x-7)=12$ qui signifie que $x=\dfrac{40}{11}$
- Dans l'équation (3), on remplace x par la valeur $\dfrac{40}{11}$, on obtient : $y=2\times\dfrac{40}{11}-7=\dfrac{3}{11}$,
Donc l'ensemble des solution de (S_1) est : $S_1=\left\{\left(\dfrac{40}{11};\dfrac{3}{11}\right)\right\}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ le système : $(S_2):\begin{cases} 3x+2y=7 & (1) \\ 2x+4y=10 & (2) \end{cases}$

- On déterminer l'un des inconnue en fonction de l'autre.
A partir de l'équation (2), on trouve : $2x=-4y+10$ qui signifie que $x=-2y+5 \quad (3)$
Dans l'équation (1), on remplace x par l'expression $-2y+5$, on obtient alors l'équation du premier degré à une inconnue : $3(-2y+5)+2y=7$ qui signifie que $y=2$
- Dans l'équation (3), on remplace y par la valeur 2, on obtient : $x=-2\times2+5=1$,
Le couple $(1;2)$ vérifie le système (S_2). Donc l'ensemble des solution de (S_2) est : $S_2=\{(1;2)\}$

- **Méthode de résolution par la combinaisons linéaire**

1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ le système $(S_3):\begin{cases} 2x+4y=22 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$

- En multipliant les deux membres de la première équation par 3 et les deux membre de la deuxième équation par -2, on obtient : $\begin{cases} 6x+12y=66 \\ -6x+4y=-18 \end{cases}$
- En additionnant les deux dernières équations obtenues membre à membre (pour éliminer x), on trouve : $6x+12y-6x+4y=66-18$ c'est à dire $16y=48$ c'est à dire : $y=3$
- Pour obtenir la valeur de x, on peut appliquer la même méthode en multipliant les deux membres de la première équation par 2 et les deux membre de la deuxième équation par 4, on obtient : $\begin{cases} 4x+8y=44 \\ 12x-8y=36 \end{cases}$
- En additionnant les deux dernières équations obtenues membre à membre (pour éliminer y), on trouve : $4x+8y+12x-8y=44+36$ c'est à dire $16x=90$ c'est à dire : $x=5$
Le couple $(5;3)$ vérifie le système (S_3). Donc l'ensemble des solution de (S_3) est : $S_3=\{(5;3)\}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ le système $(S_4):\begin{cases} -3x+2y=23 \\ 2x+5y=29 \end{cases}$

- En multipliant les deux membres de la première équation par 2 et les deux membre de la deuxième équation par 3, on obtient : $\begin{cases} -6x+4y=46 \\ 6x+15y=87 \end{cases}$
- En additionnant les deux dernières équations obtenues membre à membre (pour éliminer x), on trouve : $6x+4y-6x+15y=46+87$ c'est à dire $19y=133$ c'est à dire : $y=7$
- Pour obtenir la valeur de x, on peut appliquer la même méthode en multipliant les deux membres de la première équation par -5 et les deux membre de la deuxième équation par 2, on obtient : $\begin{cases} 15x-10y=-115 \\ 4x+10y=58 \end{cases}$
- En additionnant les deux dernières équations obtenues membre à membre (pour éliminer y), on

trouve : $15x-10y+4x+10y=-115+58$ c'est à dire $19x=-57$ c'est à dire : $x=-3$
Le couple $(-3;7)$ vérifie le système (S_4). Donc l'ensemble des solution de (S_4) est : $S_4=\{(-3;7)\}$

- **Méthode de déterminant**

Proprieté 2.5
On considère Le système $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

1) Le système (S) admet une seule solution si et seulement si : $D=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}\neq 0$;

Dans ce cas la solution est le couple $(x;y)$ définie par : $x=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D}$ et $y=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$

2) Si $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}=0$ alors :

▷ ou bien le système (S) n'admet pas de solution.
▷ ou bien le système (S) admet une infinité de solutions.

Exemple 2.9

1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ le système $(S_5):\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$;

Le déterminant de ce système est : $D=\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}=18+20=38\neq 0$

Comme $D\neq 0$ alors le système (S_5) admet une unique solution $(x;y)$ telle que :

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix} -11 & -4 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}}{38}=\frac{-66+28}{38}=\frac{-38}{38}=-1$$

et $$y=\frac{D_y}{D}=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -11 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}}{38}=\frac{21+55}{38}=\frac{76}{38}=2$$

Donc l'ensemble des solution du système S_5 est : $S_5=\{(-1;2)\}$

Exercice 14
Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants : (En utilisant les trois méthodes) ;

$(S_1):\begin{cases} 3x-2y=-14 \\ 5x+9y=26 \end{cases}$; $(S_2):\begin{cases} 3x+y=7 \\ 6x+3y=19 \end{cases}$; $(S_3):\begin{cases} 2x+y=10 \\ 4x-2y=-16 \end{cases}$;

$(S_4):\begin{cases} 5x+3y=42 \\ -6x+9y=0 \end{cases}$; $(S_5):\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 6x+4y=19 \end{cases}$; $(S_6):\begin{cases} 15x+3y=12 \\ -30x-6y=-24 \end{cases}$;

2.5 Proportionnalité - Pourcentage - Échelles

2.5.1 Proportionnalité

Définition

On considère quatre nombres rationnels non nul a, b, c et d.
Les nombres a, b, c et d dans cet ordre forment une **proportionnalité** si et seulement si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Remarque

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Signifie que $a \times d = b \times c$.
- Le nombre d s'appelle **la quatrième proportionnelle**.

Exemples

- Les nombres 3, 5, 9 et 15 forment dans cet ordre une proportionnalité car : $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$.
- Les nombres 2, 3, 4 et 5 ne forment pas dans cet ordre une proportionnalité car : $\frac{2}{3} \neq \frac{4}{5}$.

Exemple 2 :

Le tableau suivant donne les prix de pomme en dh.

Poids de pomme en kg	1	2	5	0.5	3	9
Le prix en dh	6	12	•	•	•	•

• Le tableau correspondant à une situation de proportionnalité : $\frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{30}{5} = \cdots = 6$.
• Le coefficient de proportionnalité est 6.

Coefficient de proportionnalité

Exemple

On considère le tableau suivant :

1	3	7	9
4	12	28	36

- Le tableau correspondant à une **situation de proportionnalité** car :

$$\frac{4}{1} = \frac{12}{3} = \frac{28}{7} = \frac{36}{9} = \boxed{4}$$

- **Le coefficient de proportionnalité** est : $\boxed{4}$

2.5.2 Pourcentage

Exemple 1

Dans une classe il y a 40 élèves dont 15% sont des garçons.
Calculer le nombre des garçons dans cette classe.

Réponse : On considère le tableau de proportionnalité suivant :

40	100
x	15

On a : $x = \dfrac{40 \times 15}{100} = \dfrac{600}{100} = 6$

Donc $\boxed{\textbf{dans cette classe il y a } 6 \textbf{ garçons}}$

Exemple 2

Dans une classe il y a 30 élèves dont 12 sont des filles.
Calculer le pourcentage des filles dans cette classe.

Réponse : On considère le tableau de proportionnalité suivant :

30	100
12	x

On a : $x = \dfrac{12 \times 100}{30} = \dfrac{1200}{30} = 40$

Donc $\boxed{\textbf{dans cette classe il y a } 40\% \textbf{ des filles}}$

Autres exemples :

⋮

2.5.3 Échelle

Définition

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles. On note : $e = \dfrac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distance réele}}$

Exemple

Sur une carte à l'échelle $\dfrac{1}{50000}$, deux villes A et B sont séparées par $4,5cm$.

Quelle est la distance réelle entre A et B ?

Réponse : A l'échelle $\dfrac{1}{50000}$, $1cm$ représente $50000cm$, c'est à dire $500m$ dans la réalité.

Alors on a le tableau de proportionnalité suivant :

1	$4,5$
50000	x

On a : $x = \dfrac{4,5 \times 50000}{1} = 225000cm = 2250m = 2,25km$

Donc $\boxed{\textbf{la distance entre } A \textbf{ et } B \textbf{ est } 2,25km}$