Lycée Mansour Eddehbi
Ahmer Lglalcha

Calcul trigonométrique
Tronc commun science

Pr. LATRACH Abdelkbir
Année scolaire : 2019 – 2020

✌ Exercice 01 ✌

Représenter sur le cercle trigonométrique les point suivants :
$A(0)$; $B(\frac{\pi}{3})$; $C(\frac{\pi}{2})$; $D(-\frac{\pi}{3})$; $E(\pi+\frac{\pi}{3})$; $F(\pi-\frac{\pi}{3})$; $G(\frac{5\pi}{6})$; $H(2\pi)$; $K(103\pi)$.

✌ Exercice 02 ✌

① Déterminer l'abscisse curviligne principal des points suivants :
$A\left(\frac{15\pi}{6}\right)$; $B\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$; $C\left(\frac{2017\pi}{3}\right)$;
$D\left(\frac{253\pi}{12}\right)$; $E\left(-\frac{65\pi}{7}\right)$; $F\left(\frac{23\pi}{6}\right)$.

② Donner tous les abscisses curvilignes du point $M\left(-\frac{17\pi}{3}\right)$ dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2},3\pi\right]$.

✌ Exercice 03 ✌

Représenter sur le cercle trigonométrique les points M_k dont les abscisses curviligne sont : $-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}$ tel que $k\in\mathbb{Z}$.

✌ Exercice 04 ✌

Soit $ABCD$ un carré tel que $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})}\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.
Déterminer : $\overline{(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC})}$; $\overline{(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA})}$; $\overline{(\overrightarrow{BO},\overrightarrow{DC})}$; $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}$.

✌ Exercice 05 ✌

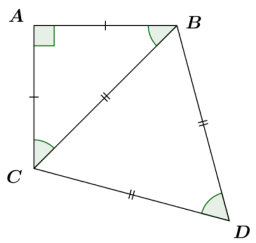
(C) est un cercle trigonométrique de centre A et d'origine B.

① Représenter sur le cercle trigonométrique les points C, D, E et F tels que :
$\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})}\equiv\frac{3\pi}{4}[2\pi]$; $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$;
$\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF})}\equiv-\frac{3\pi}{4}[2\pi]$; $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE})}\equiv\frac{7\pi}{6}[2\pi]$.

② Déterminer la mesure principale des mesures suivantes :
$\overline{(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE})}$; $\overline{(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AC})}$; $\overline{(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})}$; $\overline{(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})}$.

✌ Exercice 06 ✌

On considère dans le plan les triangles ABC et BDC représentés dans la figure ci-contre :



Déterminer la mesure principale des mesures suivantes : $\overline{(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})}$; $\overline{(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DB})}$; $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}$; $\overline{(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{DB})}$; $\overline{(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{DB})}$.

✌ Exercice 07 ✌

Soit x un nombre réel.

① Simplifier les expressions suivantes :
- $A(x)=1-(\cos(x)+sin(x))^2$.
- $B(x)=(\cos(x)+\sin(x))^2+(\cos(x)-\sin(x))^2$.
- $C(x)=cos^2(x)-2sin^2(x)-1$.
- $D(x)=cos^3(x)sin(x)+sin^3(x)cos(x)$.

② Calculer $D(0)$, $D(\frac{\pi}{2})$, $D(\pi)$ et $D(17\pi)$.

✌ Exercice 08 ✌

Soit x un nombre réel. Simplifier les expressions suivantes :
- $A(x)=\frac{cos(\pi-x)-sin(\pi-x)}{cos(\pi-x)+sin(\pi-x)}\times\frac{cos(x)-sin(x)}{cos(x)+sin(x)}$.
- $B(x)=\frac{cos^3(x)-sin^3(x)}{cos(x)-sin(x)}+\frac{cos^3(x)+sin^3(x)}{cos(x)+sin(x)}$.

✌ Exercice 09 ✌

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.
On pose : $A=cos^2(x)+3cos(x)sin(x)-2sin^2(x)$.

① Montrer que : $A=cos^2(x)\left(1+3tan(x)-2tan^2(x)\right)$.

② Déterminer la valeur de A si $tan(x)=1+\sqrt{2}$.

✌ Exercice 10 ✌

Les questions de cet exercice sont indépendantes :

① Soit x un nombre réel de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ tel que $sin(x)=\frac{2}{3}$.
Calculer $cos(x)$ et $tan(x)$.

② Soit x un nombre réel de $\left[-\frac{\pi}{2},0\right[$ tel que $cos(x)=\frac{1}{2}$.
Calculer $sin(x)$ et $tan(x)$.

③ sachant que $tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$.
Montrer que : $cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ puis calculer $sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

✌ Exercice 11 ✌

① Écrire, en fonction de $cos(x)$ et $sin(x)$, les expressions suivantes :
- $A=sin(-x)+cos(-x)+sin(\pi+x)+cos(\pi-x)$.
- $B=sin(x+10\pi)-cos(3\pi-x)+sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$.
- $C=4sin(x+7\pi)-2sin(13\pi-x)+cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)$.
- $D=sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)cos(\pi-x)+cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)sin(\pi-x)$.
- $E=cos^2(x+111\pi)+sin^2(9\pi-x)+cos^2\left(x-\frac{9\pi}{2}\right)$.

② Écrire, en fonction de $tan(x)$, les expressions suivantes :
- $F=tan(5\pi+x)+tan(5\pi-x)+tan(-x)$.
- $G=tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)tan(\pi-x)-tan^2\left(x-\frac{9\pi}{2}\right)$.

✌ Exercice 12 ✌

Calculer les nombres suivants :
- $A=cos\left(\frac{\pi}{7}\right)+cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)+cos\left(\frac{5\pi}{7}\right)+cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$.
- $B=sin\left(\frac{11\pi}{26}\right)+sin\left(\frac{3\pi}{26}\right)+cos\left(\frac{12\pi}{13}\right)+cos\left(\frac{8\pi}{13}\right)$.

- $C = cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) - 2sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + cos\left(\frac{3\pi}{10}\right)$.
- $D = cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.
- $E = tan\left(\frac{\pi}{5}\right) + tan\left(\frac{2\pi}{5}\right) + tan\left(\frac{3\pi}{5}\right) + tan\left(\frac{4\pi}{5}\right)$.

✌ Exercice 13 ✌

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Soit : $A(x) = sin(x)\left(cos^2(x) - sin^2(x)\right)$.

① Calculer $A(0)$, $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$, $A\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $A\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

② Montrer pour tout x de $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ que : $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

✌ Exercice 14 ✌

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Soit : $A(x) = \frac{1}{2}\left[(cos(2x) + sin(2x))^2 - 1\right]$.

① Calculer $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $A\left(-\frac{\pi}{8}\right)$.

② Montrer que : $A(x) = sin(2x)cos(2x)$.

③ Montrer que : $A(-x) = -A(x)$.

④ Calculer : $A(x) + A\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

✌ Exercice 15 ✌

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.

On pose : $A = 2sin(\frac{\pi}{2} - x) + \sqrt{3}sin(\pi - x) + cos(\pi - x)$

et $B = \sqrt{3}cos^3(x) + \sqrt{3}cos(x)sin^2(x) + sin(x)$.

① Montrer que : $A = cos(x) + \sqrt{3}sin(x)$ et $B = \sqrt{3}cos(x) + sin(x)$.

② Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} x + \sqrt{3}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{3}x + y = 2 \end{cases}$

③ Déterminer la valeur de x si $A = \sqrt{3}$ et $B = 2$.

✌ Exercice 16 ✌

① Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} x + y = \frac{1}{2} \\ xy = -\frac{1}{4} \end{cases}$

② En déduire la valeur de $cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ sachant que :

$$\begin{cases} cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{1}{2} \\ cos\left(\frac{\pi}{5}\right) \times cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

③ Montrer que : $1 + 2cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + 2cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = 0$.

✌ Exercice 17 ✌

Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ les equations et les inéquations suivantes :

- $cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ • $2cos(x) + \sqrt{2} = 0$ • $cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$
- $cos(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ • $2cos(x) + \sqrt{2} < 0$ • $cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{1}{2}$

✌ Exercice 18 ✌

Résoudre dans $]0, 2\pi]$ les equations et les inéquations suivantes :

- $sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ • $2sin(x) + \sqrt{3} = 0$ • $sin(x) = cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$
- $sin(x) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ • $2sin(x) + \sqrt{3} < 0$ • $sin(x) \geq cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

✌ Exercice 19 ✌

Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ les equations et les inéquations suivantes :

- $tan(x) = \sqrt{3}$ • $tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$
- $tan(x) \leq \sqrt{3}$ • $tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 > 0$

✌ Exercice 20 ✌

Soit x un nombre réel. On pose : $A(x) = 2cos^2(x) + sin(x) - 1$.

① Calculer : $A\left(\frac{31\pi}{6}\right)$.

② Vérifier que : $A(x) = (1 - sin(x))(1 + 2sin(x))$.

③ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 0$.

✌ Exercice 21 ✌

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle I :

(1) $2cos^2(x) - cos(x) = 0$; $I =]-\pi, \pi]$

(2) $sin^2(x) - 2sin(x) = 0$; $I =]0, 2\pi]$

(3) $2cos^2(x) - 3cos(x) + 1 = 0$; $I =]-\pi, \pi]$

(4) $2sin^2(x) - sin(x) - 1 = 0$; $I =]-2\pi, \pi]$

(5) $tan^2(x) - \sqrt{3}tan(x) = 0$; $I = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

✌ Exercice 22 ✌

① *a*) Calculer $(\sqrt{3} - 1)^2$.

b) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $4sin^2(x) - 2(\sqrt{3} + 1)sin(x) + \sqrt{3} = 0$.

c) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $4sin^2(x) - 2(\sqrt{3} + 1)sin(x) + \sqrt{3} \leq 0$.

① *a*) Calculer $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.

b) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $4cos^2(x) - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})cos(x) - \sqrt{6} = 0$.

c) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $4cos^2(x) - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})cos(x) - \sqrt{6} \geq 0$.

✌ Exercice 23 ✌

Soit ABC un triangle tel que : $AB = \sqrt{3}$ et $AC = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ et $BC = \sqrt{2}$ et $B\widehat{C}A = \frac{\pi}{3}$.

① Calculer $sin B\widehat{A}C$, puis déduire la mesure de $B\widehat{A}C$.

② Vérifier que :$A\widehat{B}C = \frac{5\pi}{12}$, puis calculer $sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

③ En déduire que $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$.

✌ Exercice 24 ✌

Soit ABC un triangle tel que : $B\widehat{C}A = \frac{\pi}{4}$ et $B\widehat{A}C = \frac{\pi}{3}$ et $BC = \sqrt{3}$.

① Calculer AB.

② *a*) Vérifier que :$A\widehat{B}C = \frac{5\pi}{12}$.

b) sachant que $AC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ calculer $sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

c) En déduire que $cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

③ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $sin(x) = sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.