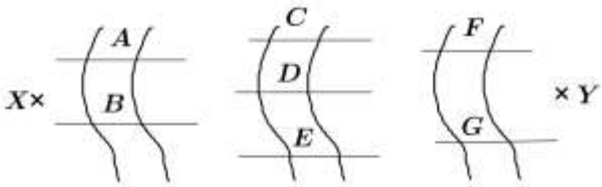
Pr. LATRACH Abdelkbir	**Calcul de probabilités**	**Nom :** ------------------------------

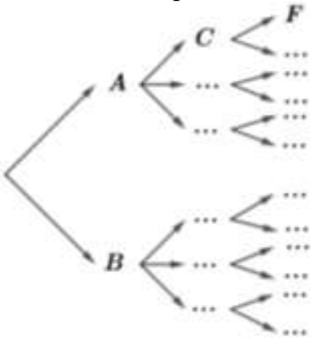
Activité ①:

Une personne veut atteindre le point Y à partir du point X par le passage de trois vallées comme le montre la figure ci-dessous :



L'écriture ACF signifie que cette personne est passée par le pont A, le pont C puis le pont F.

1) Compléter l'arbre suivant, puis déduire l'ensemble des chemins menant au point Y.



2) Calculer le nombre de chemins que cette personne pourrait emprunter pour atteindre le point Y.

Application ① :

Dans un restaurant d'entreprise, le repas comporte un plat et un dessert.
Le menu propose au choix deux plats et trois desserts.
De combien de manière peut -on composer un repas ?

Exercice ①:

Une urne contient cinq boules noires et 12 boules blanches indiscernables au toucher.
On tire successivement et sans remise (sans remettre la boule après l'avoir tirée dans l'urne) deux boules de l'urne.

1) Construire l'arbre des choix.
2) Quel est le nombre de tirages comportant 2 boules de mêmes couleurs ?
3) Quel est le nombre de tirages comportant 2 boules de couleurs différentes ?
4) Répéter les mêmes questions précédentes au cas où le tirage est successif et avec remise.

Activité ②:

On veut ranger, Trois vases parmi cinq notés $1, 2, 3, 4$ *et* 5 dans un placard contenant trois tiroirs notés A , B *et* C.

1) Combien de rangements différents peut-on réaliser ?
2) Combien de rangements où le vase 1 est placé dans le tiroir A ?
3) Combien de rangements sont effectués dans deux tiroirs ?
4) Combien de rangements différents peut-on réaliser si on dispose de 5 tiroirs A, B, C, D *et* E ?

Application ② :

1. Calculer les nombres A_5^3, A_9^4 , A_7^1 et $5!$.
2. Comparer $\frac{7!}{(7-5)!}$ et A_7^5.

Application ③ :

On veut former des mots à trois lettres distinctes, avec les lettres A, B, C, D, E *et* F.
Déterminer le nombre de mots possibles.

Application ④ :

Un parking comporte sept places libres repérées par les numéros 1 à 7.
De combien de façons peut-on garer :

1) Une voiture ?
2) Trois voitures ?
3) Sept voitures ?

Application ⑤ :

1) De combien de façons peut-on faire asseoir six personnes sur une table douze chaises ?
2) De combien de façons peut-on faire asseoir douze personnes sur table de douze chaises ?

Application ⑥:

Une urne contient quatre boules blanches, trois boules Jaunes et une boule noire indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.
Donner le nombre de tirages possibles.

Application ⑦:

Une urne contient quatre boules blanches, trois boules Jaunes et une boule noire indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne.
Donner le nombre de tirages possibles.

Activité ③:

Un groupe se compose de quatre personnes $\{a\ ; b; c; d\}$.
Nous voulons former un comité de trois personnes pour effectuer une tâche.

1) Déterminer les comités qu'on peut former.
2) Calculer $\frac{A_4^3}{3!}$. Conclure.

Application ⑧:

Dans une classe est composée de 4 filles et 6 garçons.
Le professeur voulait choisir 3 élèves pour faire un exposé.

1) Déterminer le nombre de groupes que le professeur peut créer.
2) Déterminer le nombre de groupes composés par les garçons uniquement.
3) Déterminer le nombre de groupes qui contiennent deux filles exactement.
4) Déterminer le nombre de groupes qui contiennent au moins un garçon.
5) Déterminer le nombre de groupes qui contiennent aux plus trois filles.

Exercice ②:

Une urne contient quatre boules rouges et trois boules vertes.
On tire simultanément trois boules de l'urne.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages comportant exactement une boule rouge.
3. Déterminer le nombre de tirages comportant au moins une boule verte.

Exercice ③:

Une urne contient six jetons verts et cinq jetons rouges et trois jetons bleus indiscernables au toucher.
On tire successivement et sans remise quatre jetons de l'urne.

1) Déterminer le nombre de tirages possibles.
2) Déterminer le nombre de tirages où les trois premiers jetons sont verts.
3) Déterminer le nombre de tirages où le premier jeton est vert.

4) Déterminer le nombre de tirages comportant exactement un jeton vert.
5) Déterminer le nombre de tirages comportant au moins un jeton vert.

Application ⑨:

On lance un dé cubique non truqué deux fois successives. On note les résultats de cette expérience aléatoire par le couple $(a; b)$, où a est le résultat du premier lancer et b est le résultat du second lancer.
1) Déterminer Ω l'univers de cette expérience.
2) Déterminer les événements suivants :
- A : « Obtenir deux nombres égaux ».
- B : « Obtenir deux nombres pairs».
- C : « Obtenir deux nombres dont le produit est 12 ».
- $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$ et $A \cup C$.

Application ⑩:

On lance un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 4 tel que $P(\{1\}) = 0{,}3$; $P(\{2\}) = 0{,}1$; $P(\{3\}) = 0{,}4$ et $P(\{4\}) = 0{,}2$.
Calculer la probabilité des événements suivants $A = \{2,4\}$; $B = \{1,2,4\}$ et $C = \{1,2,3,4\}$.

Application ⑫:

Un sac contient 4 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules blanches indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard 3 boules du sac.
1. Combien y' a-t-il de résultats possibles ?
2. Calculer la probabilité de chaque événement :
   - A:" Obtenir 3 boules rouges ".
   - B:" Obtenir 3 boules de même couleur ".
   - C :" Obtenir 3 boules de couleurs distinctes deux à deux "
   - D :" Obtenir exactement une boule rouge "
   - E :" Obtenir au moins une boule blanche "
   - $E \cap$ D et $E \cup$ D.

Exercice ④:

Un sac contient trois jetons blancs portant les numéros 1, 1, 2 et quatre jetons noirs portant les numéros 1, 2, 2, 2. On tire successivement et sans remise trois jetons du sac.
Sachant que les jetons sont jetons indiscernables au toucher, calculer les probabilités des événements suivants :
- A : "Obtenir trois jetons de la même couleur".
- B : "Obtenir au moins un jeton blanc".
- C : "Obtenir trois jetons du même nombre".
- D : "Obtenir trois jetons dont la somme est paire".
- E "Obtenir trois jetons dont la somme est un nombre impair".

Activité ④:

Une classe est composée de 23 élevés répartis selon le tableau suivant :

	Redoublants	Nouveaux	Total
Garçons	8	3	11
Filles	7	5	12
Total	15	8	23

1. On sélectionne au hasard un élève de la classe, on suppose que tous les élèves ont la même probabilité d'être sélectionnés.
a. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
G : "Sélection d'un garçon "
F : "Sélection d'une fille ".
I : "Sélection d'un élève redoublant ".
b. Calculer $P(G \cap I)$ et $P(F \cap I)$.
2. a. Sachant que l'élève choisi est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit un redoublant ? notons cette probabilité par $P_G(I)$.
b. Vérifier que : $P_G(I) = \frac{P(G\cap I)}{P(G)}$.
c. Que représentent les probabilités suivantes : $P_F(I)$, $P_I(F)$ et $P_I(G)$? Calculer ces probabilités.

Application ⑬:

Un sac contient cinq jetons blancs avec les numéros 1,1,1,0,0, quatre jetons rouges avec les numéros 1,1,0,0 et deux jetons verts avec les numéros 0,1.
On tire successivement et avec remise trois jetons du sac.
1. Sachant que les jetons sont jetons indiscernables au toucher, calculer les probabilités des événements suivants :
- A : "Obtenir trois jetons de la même couleur".
- B : « Obtenir trois jetons de même numéro ».
- C : "Obtenir trois jetons de couleurs différentes, deux à deux."

2. Sachant que les boules ont la même couleur, quelle est la probabilité qu'elles aient le même numéro ?
3. Sachant que les boules tirées portent le même numéro, quelle est la probabilité qu'elles soient de couleurs différentes, deux à deux ?

Exercice ⑤:

Une personne lave des gobelets dans un café.
La probabilité qu'il casse la première tasse qu'il lave est de $\frac{2}{7}$.
Lorsqu'il casse le premier gobelet, son attention augmente de sorte que la probabilité de casser le deuxième est de $\frac{1}{5}$.
S'il ne casse pas le premier gobelet, la probabilité de casser le deuxième est de $\frac{3}{7}$.
On considère les événements suivants :
A : « casser le premier gobelet » ;
B : « Casser le second gobelet ».
1. Construire un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité de casser le premier et le second gobelet.
3. Calculer la probabilité de casser le second gobelet.
4. Calculer la probabilité que le second gobelet reste intact étant donné que le premier gobelet reste intact.

Exercice ⑥:

Un sac u_1 contient quatre boules blanches et une boule noire, et un autre sac u_2 contient deux boules blanches et trois boules noires.
On choisit au hasard l'un des deux sacs puis on y tire une boule.
1. Construire un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité de choisir le sac u_1 et d'obtenir une boule noire.
3. Calculer la probabilité d'obtenir une boule noire.
4. En déduire la probabilité d'obtenir une boule blanche.
5. La boule tirée est noire, quelle est la probabilité qu'elle soit tirée du sac u_1 ?

Application ⑭:

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher :
Deux boules blanches portant le numéro 1, trois boules rouges portant les numéros 1, 1 et 2 et quatre boules noires portant les numéros 1, 1, 2 et 2.
On tire simultanément et au hasard 3 boules du sac.
1. Calculer la probabilité des événements suivants :
A : "Obtenir trois boules de couleurs différentes, deux à deux."
B : "Obtenir trois boules portant le même numéro "

2. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

✍ Application ①⑤ :

La probabilité qu'un tireur d'arc touche la cible est de $\frac{2}{3}$.

Ce tireur a fait dix tentatives.

Quelle est la probabilité d'atteindre la cible exactement six fois ?

✍ Exercice ⑦:

Un sac contient six boules blanches et quatre boules noires.

On considère le jeu suivant :

Le joueur tire 3 boules simultanément du sac, et le joueur est considéré comme gagnant si les trois boules tirées sont blanches.

Ahmed a joué ce jeu 4 fois. Quelle est la probabilité de gagner exactement 3 fois ?

✍ Activité ⑤:

On lance une pièce de monnaie trois fois successives. On note X le nombre de fois que la face F apparaît.

1. Déterminer l'univers Ω puis en déduire les valeurs que peut prendre la variable X.

2. Que signifient les événements $(X = 1)$ et $(X = 2)$?

3. a. Vérifier que $P(X = 1) = \frac{3}{8}$.

b. Remplir le tableau suivant :

x_i	**0**	**1**	**2**	**3**
$P(X = x_i)$				

✍ Application ①⑥ :

Un sachet contient 6 boules blanches et 2 boules noires. On tire successivement et sans remise deux boules du sac.

Soit X la variable aléatoire qui relie chaque tirage au nombre de boules blanches tirées.

1. Déterminer $X(\Omega)$.

2. Donner la loi de probabilité X.

✍ Exercice ⑧:

On considère le jeu suivant :

"Un sac contient quatre boules blanches et deux boules noires indiscernables au toucher.

Le joueur doit tirer simultanément trois boules.

A chaque tirage, le joueur gagne un dirham (+1) pour chaque boule blanche et perd un dirham pour chaque boule noire."

Soit X la variable aléatoire qui relie chaque tirage au gain du joueur.

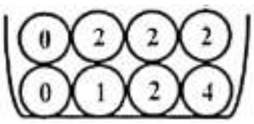
1. Déterminer $X(\Omega)$.

2. Donner la loi de probabilité X.

✍ Exercice ⑨: normale 2017

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre

On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.



1. Soit A l'événement :

« Parmi les trois boules tirées, aucune ne porte le nombre 0 »

et B l'événement :

« Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égale à 8»

Montrer que $p(A) = \frac{5}{14}$ et que $p(B) = \frac{1}{7}$. **(1,5 pt)**

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.

a. Montrer que $p(X = 16) = \frac{3}{28}$. **(0,5 pt)**

b. Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse. **(1 pt)**

✍ Application ①⑦ :

On lance un dé cubique équilibré numéroté de 1 à 6 une seule fois. On considère l'événement :

A : « obtenir un diviseur de 3 »

1. Calculer $P(A)$.

2. On répète cette épreuve 3 fois de suite. Soit X la variable aléatoire qui égale au nombre de fois de la réalisation de l'événement A.

Déterminer la loi de probabilité de X.

✍ Exercice ①⓪: Rattrapage 2022

Une urne contient trois boules blanches, quatre boules rouges et cinq boules vertes, indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

1. On considère les événements suivants :

A: ‘‘ Obtenir exactement deux boules rouges ’’.

B: ‘‘ Obtenir exactement une boule verte ’’.

a. Montrer que $p(A) = \frac{12}{55}$ et $p(B) = \frac{21}{44}$. **(0.75 pt)**

b. Calculer $p(A/B)$: la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé. Les événements A et B sont-ils indépendants ? **(0.75 pt)**

2. Soit la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées.

c. Déterminer la loi de probabilité de X. **(1 pt)**

d. Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux boules vertes. **(0. 5 pt)**

✍ Exercice ①①: normale 2018

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : **<u>cinq boules rouges</u>** portant les nombres 1 ;1 ;2 ;2 ;2 et **<u>quatre boules blanches</u>** portant les nombres 1 ;2 ;2 ;2.

On considère l'experience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

Soient les événements :

A : ‘’les trois boules tirées sont de meme couleur’’.

B : ‘’les trois boules tirées portent le meme nombre’’.

C : ‘’les trois boules tirées sont de meme couleur et portent le meme nombre’’.

1. Montrer que $p(A) = \frac{1}{6}$, $p(B) = \frac{1}{4}$ et $p(C) = \frac{1}{42}$ **(1.5 pt)**

2. On répète l'experience précédente trois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A.

a. Déterminer les paramètres de la variable alétoire binomiale X. **(0.5 pt)**

b. Montrer que $p(X = 1) = \frac{25}{72}$ et calculer $p(X = 2)$**(1 pt)**