Le contenu	*Remarques*

I. Projection sur une droite

1. Projection sur une droite parallèlement à une droite :

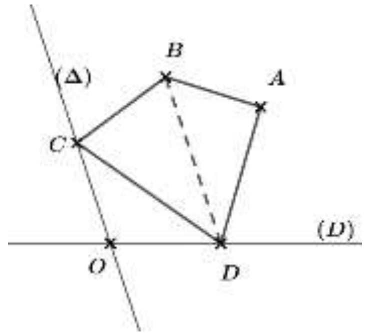
Activité :

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point Oet soit $ABCD$un quadrilatère tel que $C \in (\Delta)$, $D \in (D)$ et $(BD)//(\Delta)$.

1) **a.** Construire la droite (L) passante par A et parallèle à la droite (Δ).
   b. Montrer que (L) et (D) sont sécantes en un point unique A'.

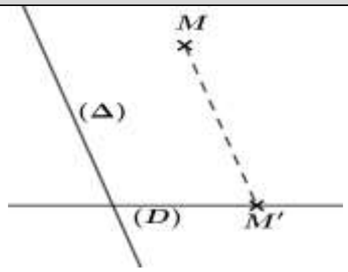
On dit que A' est le projeté de A sur (D) en parallèle à (Δ).

2) Montrer que Dest le projeté du point Bsur (D) en parallèle à (Δ).
3) Déterminer les projetés des points Cet Dsur (D) en parallèle à (Δ).



Définition :

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes du plan et soient Mun point et M' un point du plan tel que : $M' \in (D)$ et $(MM')//(\Delta)$.
*Le point M' est appelé **projeté** du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) et on écrit : $p(M) = M'$.*



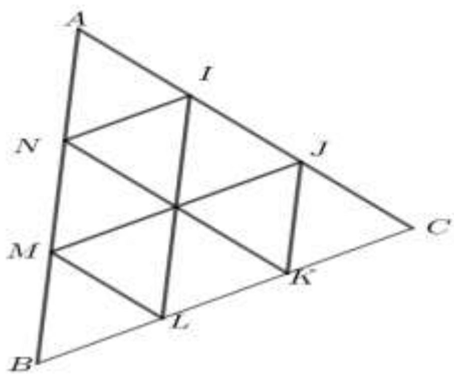
Remarques :

- Si M'est la projection du point Mtel que $M \neq M'$sur (D) parallèlement à (Δ), alors $M' \in (D)$ et $(MM')//(\Delta)$.
- $M \in (D)$ si et seulement si $p(M) = M$. *On dit que tout point de la droite (D) est **invariant** par la projection p.*

Application :

On considère la figure ci-contre telle que :

$$\begin{cases} (AB)//(IJ)//(JK) \\ (AC)//(NK)//(ML). \\ (BC)//(MJ)//(NI) \end{cases}$$



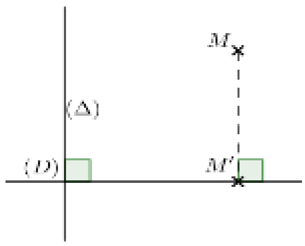
Remplir le tableau suivant:

Le point	*Son projeté*	*Sur la droite*	*Parallèlement à la droite*
I	…	(BC)	(AB)
J	…	(AB)	(BC)
N	K	…	…
…	N	…	AC

2. Projection orthogonale :

Définition :

Soient (D) et (Δ) deux droites perpendiculaires du plan (P) .
Le point M' , projeté de M sur (D) parallèlement à (Δ) , est appelé projeté orthogonal du point M sur la droite (D).

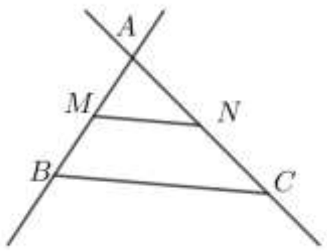


II. Théorème de Thales

1. Théorème de Thales direct :

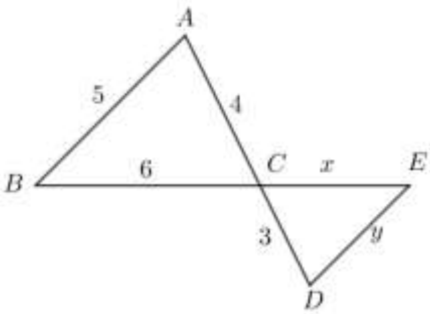
Propriété :

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A .
Soient B et M deux points de la droites (D_1) , distincts de A .
Soient C et N deux points de la droites (D_2) , distincts de A .
Si $(MN)//(BC)$, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



ذ. الطرش عبد الكبير

Application :
On considère la figure suivante telle que :
$(AB)//(ED)$.
Déterminer la valeur de x et y.



2. Réciproque du théorème de Thales

Propriété

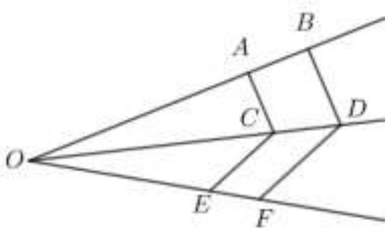
Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A .
Soient B et M deux points de la droites (D_1) , distincts de A .
Soient C et N deux points de la droites (D_2) , distincts de A .
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans la même ordre , alors les deux droites (MN) et (BC) sont parallèles .

Remarque :

On utilise le réciproque du théorème de Thales pour montrer le parallélisme de deux droites.

Application :

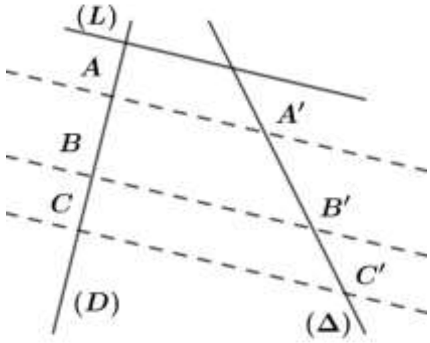
On considère la figure suivante telle que :
$(AC)//(BD)$ et$(EC)//(FD)$.
Montrer que : $(AE)//(BF)$.



3. Théorème de Thales par la projection

Propriété

Soient (D) et (Δ) deux droites .
Soit (L) une droite non parallèle à (D) et non parallèle à (Δ) .
Soient A, B, C des points de (D) tels que A et B distincts.
Si A', B', C' sont les projetés respectifs de A, B, C sur (Δ) parallèlement à (L) ,
alors : $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$.



III. conversation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs :

Propriété :

Soient (Δ) et (Δ') deux droites sécantes.
Soiet $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs colinéaires tel que : $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.
Si A', B', C' , D' sont les projetés respectifs de A, B, C , D sur (Δ') parallèlement à (Δ) , alors : $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$.

Application :

ABC est un triangle du plan.
Soit M un point du plan tel que : $\overrightarrow{BM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et soit N le projeté de M sur (AC) parallèlement à (AB).

1) *Construire une figure convenable.*
2) *Montrer que : $\overrightarrow{AN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$*

Propriété :

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes.
Soient A, B, C, D, E et F des points du plan et soient A', B', C', D', E' et F' ses projetés respectifs sur (D) parallèlement à (Δ) .
Si: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$, alors : $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{E'F'}$.

Exercice :

ABC est un triangle .
Soient I le milieux de segment $[BC]$, E et F deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
On considère J point d'intersection de (AI) et (EF) et C' et B' les projetés sur (AI) en parallèle à (EF).

1) *Construire une figure convenable.*
2) *Montrer que I est le milieux de segment* $[B'C']$.
3) *Montrer* que : $\overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB'}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC'}$.
4) Montrer que : $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}$ et déduire $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AJ}$.