|  |  |
| --- | --- |
| ***Suites numériques*** |  |
| 1. *Rappels*   ***Activité ①:***  On considère la suite numérique définie par    1. Calculer . 2. Vérifier que pour tout et montrer par récurrence que pour tout . 3. On considère la suite numérique définie par . 4. Montrer que est une suite arithmétique en déterminant sa raison. 5. Déterminer en fonction de . 6. Vérifier que pour tout . 7. En déduire l’expression de en fonction . 8. Calculer la somme en fonction de où : .   ***Activité ②:***  On considère la suite numérique définie par    1. Calculer . 2. Montrer par récurrence que  *.* 3. Montrer que est croissante. 4. On considère la suite numérique définie par . 5. Montrer que est une suite géométrique en déterminant sa raison. 6. Déterminer en fonction de et en déduire l’expression de en fonction 7. Calculer la somme en fonction de où : .  |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Suite arithmétique** | **Suite géométrique** |  | |  |  | **Définition** | |  |  | **Terme général** | |  |  | **Somme des termes consécutifs** | |  |  | **، et trois terme consécutifs** |  |  |  | | --- | --- | |  | *majorée par* | |  | *minorée par* | |  | *bornée par et* | |  | *est croissante* | |  | est décroissante | |  | est constante |  1. *Limite d’une suite* 2. *Définition*   * Définition :*  Soient une suite numérique et un nombre réel.  On dit que est ***la*** ***limite*** de , et on écrit ou plus simplement , si tout intervalle ouvert centré en contient tous les termes de la suite à partir d'un certain indice.  *🔿Exemple :*  On considère la suite définie par pour tout .   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  | | 3 | 2.04 | 2,016 | 2,001 | 2,00001 | 2,0000001 |   On remarque que de plus en plus l’indice prend des valeurs très grandes, les termes de la suite s’approchent de plus en plus à 2.  On peut dire que .   1. *Limite de suites de références*   *Propriétés* ***:***   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Soit un élément de tel que ,on a :   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | |  |  |  |  | |   *🔿Exemples :*   * On a .   Puisque et , alors .   * On a .   Puisque et , alors .  Or , donc  *** Application① :***  Calculer la limite de la suite dans les cas suivants :   1. . 2. . 3. . 4. .   * Définition :( Convergence d’une suite)*  Soit une suite numérique.   * On dit que est ***convergente*** si elle admet une limite finie (C-à-d s’il existe un réel tel que ). * On dit que est ***divergente*** s’elle n’est pas convergente (C-à-d si ou s’elle n’a pas de limite).   *🔿Exemples :*   * La suite telle que  est divergente car . * La suite est convergente car *.* * La suitetelle que est divergente car n’a pas de limite.  1. *Limite de la suite géométrique*   *Propriété* ***:***  Soit un réel, on a :   * Si alors. * Si alors. * Si alors la suite n’a pas de limite. * Si alors.   *🔿Exemples :*   * parce que . * parce que . * parce que . * La suite n’a pas de limite.   *** Application② :***  Calculer la limite de la suite dans les cas suivants :   1. . 2. . 3. . 4. .   *🔿Exercice ①:**Rattrapage 2011*  On considère la suite définie par .   1. a. Vérifier que : .   b. Montrer par récurrence que .   1. On considère la suite numérique définie par . 2. Montrer que est une suite géométrique de raison . 3. Exprimer en fonction de . 4. Montrer que puis déduire . 5. *Limite de la suite*   *Propriété* ***:***  Soit , on a :   * Si alors. * Si alors.   *🔿Exemples :*   * parce que  *.* * parce que *.*   *** Application ③:*** **  Calculer la limite de la suite dans les cas suivants :  *➊ ➋*   1. *Limite et ordre*   *Propriété :*  Soient et deux suites numériques.  Si , alors .  *🔿Exemple :*  Soient et deux suites numériques définies par   *et*  On a pour tout : et .   1. *Critères de convergence*   *Propriété :*   * Toute suite croissante, majorée est convergente. * Toute suite décroissante, minorée est convergente.   ***Application ④:***  On considère la suite définie par *:*   1. Montrer, pour tout , que . 2. Etudier la monotonie de la suite puis en déduire qu’elle est convergente.   *Propriété :*  Soient  , et trois suites numériques et un nombre réel.  Si , alors .  ***Application ⑤ :***  On considère la suite définie par : .   1. Montrer que . 2. En déduire la limite de .   *Propriété :*  Soient et deux suites numériques et .   * Si , alors . * Si , alors .   ***Application ⑥ :***  Soient et deux suites numériques définies par et .   1. Montrer, pour tout ,que et que  *.* 2. En déduire la limite de et .   *Propriété :*  Soient  , deux suites numériques et un nombre réel et .  Si , alors .  ***Application⑦ :***  On considère la suite définie par : . Montrer que .  *🔿Exercice ②:*  Soit la suite numérique définie par .   1. Montrer que . 2. a. Vérifier, pour tout , que .   b. Etudier la monotonie de .  c. En déduire, pour tout , que  et que la suite est convergente.   1. 3) a. Montrer que .   b. En déduire que .  c. Déterminer .   1. 4) pour tout , on pose :   a. Montrer que la suite est géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.  b. Exprimer et en fonction de .  c. Déterminer au nouveau .   1. *Limite de suites particulières* 2. *La suite*   *Propriété :*  Soit une fonction numérique continue en et une suite convergente et sa limite est .  La suite tel que est une suite convergente et sa limite est .  *🔿Exemple :*  Déterminons la limite de la suite définie par : .  *** Application ⑧:*** **  Calculer les limites des suites et suivantes et   1. *La suite*   *Propriété* ***:***   |  | | --- | | Soit une fonction numérique et un intervalle de et soit une suite telle que :. Si les conditions suivantes sont vérifiées :   * est continue sur . * . * la suite converge vers .   Alors . |   *** Application ⑨:***  Soit la fonction définie sur par : .   1. Montrer que est décroissante sur et croissante sur . 2. Montrer, pour tout , que : . 3. On considère la suite définie par et pour tout . 4. Montrer par récurrence que :. 5. Montrer que la suite est décroissante. 6. En déduire que la suite est convergente puis déterminer sa limite. |  |