|  |  |
| --- | --- |
| ***Fonctions logarithmiques*** |  |
| 1. *Fonction Logarithme Népérien*   ***Activité ①:***   1. Montrer que la fonction admet une primitive sur .   La primitive de sur qui s’annule en est appelée fonction logarithme népérien et se note par .   1. Étudier les variations de la fonction sur . 2. Déduire que . 3. Étudier le signe de la fonction *ln* sur . 4. *Définition et propriétés*   *Définition :*  La fonction *logarithme népérien* est la primitive de la fonction sur qui s’annule en, et se note par ***ln*** ou ***Log***.  *🔿Remarque :*  Le domaine de définition de la fonction est .  *** Application ① :*** **  Déterminer l’ensemble de définition de la fonction dans les cas suivants :    *Propriété :*   * La fonction est continue et strictement croissante sur . * . * .   ***Application ② :***  Résoudre dans les équations et les inéquations suivantes :   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |   *Propriété :*   * . * .   ***Application ③ :***  Déterminer l’ensemble de définition de la fonction dans les cas suivants :    *Propriété :*  Soient *a* et *b* deux réels strictement positifs et on a :      *🔿Exemples :*   * *.* * *.*   ***Application ④ :***   1. Simplifier les expressions suivantes et . 2. Résoudre dans l’équation suivante .   *** Exercice ①:***   1. Soient et deux nombres de . Simplifier le nombre suivant :   .   1. Résoudre dans l’équation suivante : .   *Propriété :*   * L’équation admet une solution unique sur qui se note par . * Pour tout on a :.   *🔿Exemple :*  Résoudrons l’équation .  Soit . On a    .  Puisque , alors l’ensemble de solutions de cette équation est .  ***Application ④ :***   1. Résoudre dans l’équation . 2. En déduire les solutions de l’équation .   *** Exercice ②:***  Résoudre dans ce qui suit :   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |  1. *Limites usuelles :*   *Propriété :*   |  | | --- | |  |   *🔿Exemple :*  Calculons .  On a parce que .  ***Application ⑤ :***  Calculer les limites suivantes :   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ➌ |  | ➊ | | ➏ |  |  | |  |  |  |   *** Exercice ③:***  Calculer les limites suivantes :   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | |  |  |  | |  |  |  | |  |  |  |  1. *Étude de la fonction*  * ***Tableau de variations :***      * ***Les branches infinies :*** * On a *,* alorsl’axe des ordonnés est une asymptote verticale de . * et , alors la courbe admet une branche parabolique direction l’axe des abscisses *.* * ***Concavité de la courbe de  :***   Pour tout  *,*  on a , alors la courbe est concave.   * ***Représentation graphique de  :***      1. *Dérivée de la fonction*   *Propriété :*   * Si est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle , alors la fonction est dérivable sur et on a : . * si est une fonction dérivable et ne s’annule pas sur l’intervalle , alors la fonction est dérivable sur et on a : .   *🔿Exemple :*  On considère la fonction définie sur par .  Comme la fonction est dérivable et strictement positive sur , alors la fonction est dérivable sur .  Et on a : .  ***Application ⑥ :***   1. Montrer que est dérivable surpuis déterminer sa dérivée. 2. Déterminer dans les cas suivants :   ➌  *🔿Corollaire :*  Soit est une fonction dérivable et ne s’annule pas sur un intervalle .  Les primitives de la fonction sur sont les fonctions tel que  *🔿Exemple :*  Déterminons les primitives de la fonction  sur l’intervalle  *.*  On a .  Donc les primitives de la fonction  sur sont .  C’est-à-dire où  ***Application ⑦ :***  Déterminer l’ensemble des primitives de dans les cas suivants :  ➌   1. *Fonction Logarithme de base a* 2. *Définition et propriétés*   *Définition :*  Soit un réel strictement positif et différent de 1.  La fonction *logarithme de base*  est la fonction, notée par , définie sur par  .  *🔿Remarques :*    *Propriété :*  Pour tout réels strictement positifs et et pour tout on a :   * . * . * . * .   *🔿Exemple :*  On a :  .  ***Application ⑧ :***  Simplifier le nombre suivant : .   1. *Étude de la fonction*   *Propriété :*  Soit .   * Si , alors la fonction est strictement croissante sur . * Si , alors la fonction est strictement décroissante sur .   *🔿 Preuve :*  La fonction est dérivable sur et on a .  Donc le signe de dépend du signe de 𝑙𝑛𝑎, ce qui nous amène à discuter deux cas :   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | * ( c.-à-d. ) | * ( c.-à-d. ) |  |  | |  |  |  |  |   *🔿 Conséquence :*  Pour tout réels strictement positifs et . On a :   * Si , alors . * Si , alors .   ***Application ⑨ :***  Résoudre dans les inéquations suivantes :     1. *Fonction logarithme décimal*   *Définition :*  La fonction *logarithme décimal* est la fonction logarithme de base 10. Elle est notée log et On a  .  *🔿Remarques :*    *🔿Exemple :*  .  ***Application ①⓪ :***  Simplifier le nombre suivant : .  *Propriété :*   * .   *🔿Exemple :*  Le ph d’une solution aqueuse est . Ainsi : .  ***Application ①① :***  Résoudre dans IR l’équation  .  *** Exercice de synthèse :*** extrait de rattrapage 2022  Soit la fonction numérique définie sur par et sa courbe représentative dans un repère orthonormé (unité : 1cm).   1. Calculer puis déterminer la branche infinie de au voisinage de . 2. a. Montrer que est continue à droite en .   b. Etudier la dérivabilité de à droite en 0 puis interpréter le résultat géométriquement.   1. a. Montrer que pour tout de l’intervalle .   b. Dresser le tableau de variations de .   1. a. Sachant que pour tout de l’intervalle , étudier le signe de sur .   b. Déduire que la courbe admet deux points d’inflexion dont on déterminera les abscisses.   1. a. Construire dans le repère (on prend : et ).   b. En utilisant la courbe , déterminer le nombre de solutions de l’équation .   1. On considère la fonction définie sur par .   a. Montrer que la fonction est paire.  b. Construire la courbe représentative de dans le même repère . |  |