General Ideas

- why comparison based sorting algorithm are $\Omega(n \lg n)$ (排序算法的下界).

- 比较排序算法:

  这里CLRS上有误

- A decision tree is a binary tree with $n!$ leaves
  因为当 input size 为 n 时, 我们会有 $n!$ 种 permutations.
  permutations 就是决策树的 output, 会被存在叶结点中.

- <<CLRS>> section 8.1.

- exercise 8.1-2.

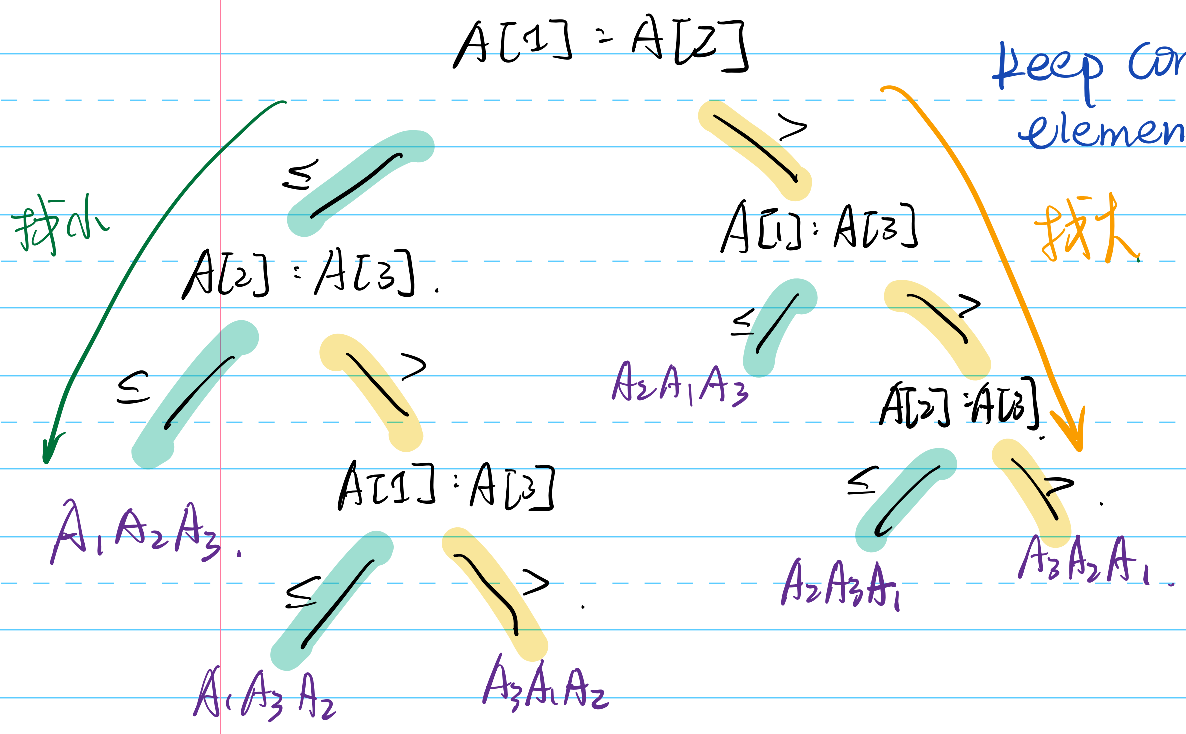
模型可视化—帮助理解过程。

从最基础的开始想，如果有3个元素，怎么通过 comparison sort 这些 items. → 决策树模型.

A[1] A[2] A[3] Input.

[_ _ _] output.

画一个决策树：



keep comparing adjacent elements.

紫色代表位置确定.
(排列组合的结果).

output 从小到大排列

小 大

分析.

- we care about 树的 height

- 刚刚 page 2 的例子, input $n=3$, height $=3$ (start from 0)

- height h = worst case # of comparisons
  (很直观就可以从刚刚那张图看出来).
  即 worst case # of comparisons.
  即 a complete tree.

该分析解决了 8.1-2 的问题. $\lg(n!)$ 的渐近紧确界为 $\Theta(n\lg n)$

- actual leaves $\leq 2^h$ (leaves of heigh h)
  对 Inequality 同取 lg 有 $\lg(n!) = \lg(2^h)$
  $\lg(n!) \leq h$.
  $\lg(n!) \leq$ worst case # of comparisons

  \# $\lg(n!) \leq h$ = worst case # of comparison.
  [Interview].

补充:

斯特林近似公式

斯特林公式（Stirling's approximation）是一条用来取n的阶乘的近似值的数学公式。一般来说，当n很大的时候，n阶乘的计算量十分大，所以斯特林公式十分好用，而且，即使在n很小的时候，斯特林公式的取值已经十分准确。

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Beat
nlgn bound
to linear
— counting
Sort.

Key: count the occurence.

print out result is constant.