Fall-23 5304 LecN7 Notes

Wan

November 7, 2023

Topics: The Gram-Schmidt algo and the QR Factorization; Least-squares problems; Applications; Data fitting.

1 Least-Squares Systems and Data fitting

Problem BG

1, overdetermined system, more euqations than unknowns, no sol

如果一个方程组无解，那么这个方程组被称为不一致。例如下面的方程组：

$$x_1 + x_2 = 2$$
$$x_1 - x_2 = 1$$
$$x_1 + x_2 = 3$$

根据线性代数$^\mathcal{Q}$的知识，m个方程n个未知量 $m > n$ 时通常无解，但是虽然不能求出 $Ax = b$ 的解，那何不退而求其次，去寻找与解近似的向量 x 。

那么如何定义与解相似，一般使用欧氏距离来进行度量，即两点间的距离，这其实很好理解，越相似，欧氏距离越近，这样求出的 x 被称为最小二乘解。

2, Function approximation 3, Goal: Find the best approximation to the system of equations.

Geometric Interpretation

Good illustration: Data fitting

2 Gram-Schmidt

Understanding the process of Gram-Schmidt

Cost

3 QR Factorization

Cost