

KARTKA 1

ZAD.1. (5p) Naszkicuj wykresy funkcji $y = \log_{0,5} x$ oraz $y = \operatorname{arc ctg} x$. Następnie wyznacz zbiór wartości funkcji $g(x)$ i znajdź funkcję odwrotną $g^{-1}(x)$

$$g(x) = 2\pi \cdot \log_{36} 6 + 2 \cdot \operatorname{arc ctg}(5x - 2) \quad \checkmark$$

ZAD.2. (a) (2p) Podaj i uzasadnij dwie własności działań na logarytmach \checkmark

(b) (3p) Oblicz wartości wyrażeń

$$A = 16^{\log_2 \sqrt[4]{2} + \log_4 3}, \quad B = \operatorname{arc ctg} \left(\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{7} \right) \right), \quad C = \cos \left(\operatorname{arc tg} \left(-\frac{7}{8} \right) \right)$$

ZAD.3. Rozwiąż

$$(a) (4p) \sqrt{3x-5} + x > 5 \quad \checkmark$$

$$(b) (4p) 256^{\frac{1}{x^2-4}} \cdot \left(\frac{8}{2^{x+1}} \right)^{\frac{1}{x+2}} = 4^{\frac{1}{x-2}} \quad \checkmark$$

KARTKA 2

ZAD.4. (a) (3p) Zbadaj monotoniczność i ograniczonosć ciągu

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \checkmark$$

(b) (4p) Oblicz granice

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 - 3n} - \sqrt{4n^2 + 5n + 2} \right), \quad B = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \ln \left(\frac{n-5}{n} \right)$$

$$(c) (2p) Pokaż, że \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sin \frac{1}{n^2}} = 1 \quad \checkmark$$

KARTKA 3

ZAD.5. (a) (7p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B, C \in \mathbb{R}$, tak aby funkcja $f(x)$ była ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x+6}{x^2+4x+3} + A & , x < -1 \\ B \cdot 3^{\frac{x+1}{x-1}} + \log_C(x+2) & , -1 \leq x < 1 \\ 2 & , x = 1 \\ \frac{1}{\pi} \operatorname{arc tg} \left(\frac{1}{1-x} \right) + \frac{B \cdot \sin(x-1)}{2x-2} & , x > 1 \end{cases}$$

(b) (2p) Oblicz granice

$$C = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(2x+2)}{x+1}, \quad D = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\operatorname{arc ctg} \left(\frac{1}{x} \right) \cdot (6 - 2^{-x}) \right]$$