Übungsblatt 10

Dozent: PD Dr. Daniel Sebastiani

Ausgabe: Montag, 18.10.2010 **Abgabe:** Sonntag, 24.01.2010

Gegeben sei das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 6.22 & 1.42 & -1.72 & 1.91 \\ 1.44 & 5.33 & 1.11 & -1.82 \\ 1.59 & -1.23 & -5.24 & -1.42 \\ 1.75 & -1.69 & 1.57 & 6.55 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -7.53 \\ -6.06 \\ 8.05 \\ -8.10 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

10.1 Gaußsche Elimination (`aufgabe10_1.c`, 3 Punkte)

Implementieren Sie den Gaußschen Eliminations-Algorithmus (ohne Pivotsuche) zur Lösung dieses linearen Gleichungssystems.
Hinweis:
Lassen Sie Ihr Programm zunächst die Dreiecksmatrix ausgeben und davon ausgehend den Lösungsvektor $\vec{x}$ berechnen. Vergessen Sie bei den Eliminationsschritten den Vektor $\vec{b}$ nicht. Bedenken Sie auch, dass der Vorfaktor beim Addieren von Zeilen (z.B. $-\frac{a_{21}}{a_{11}}$) vom ersten Element der betreffenden Zeile (hier: Zeile 2, a_{21}) abhängt, dieses aber durch die Zeilenaddition überschrieben wird.

10.2 Iterative Lösung linearer Systeme (`aufgabe10_2.c`, 3 Punkte)

Implementieren Sie alternativ auch das Gesamtschrittverfahren zur Lösung dieses linearen Gleichungssystems. Ist die Konvergenz dieses iterativen Verfahrens garantiert? Wieviele Iterationen t benötigt das Verfahren, bis das Residuum $\|Ax^{(t)} - b\|_2$ unter der Schwelle von $10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-12}$ liegt?