Some observations:

- K_n can span every $G \in \mathcal{G}_n$.
- For any $G \in \mathcal{G}_{n,m}$, there are $M = \binom{n}{2} - m$ edges that must be removed to span it from a K_n.
- The order in which the edges are removed does not matter.
- The space of prunable edges $\mathcal{E}$ is not constant, since an edge may become a bridge and disappear from $\mathcal{E}$.
- Following the previous statement: $\mathcal{E}$ initializes as $\Lambda(n)$ but loses an element per generated bridge.

Sea $\Lambda(n) = \{\{x, y\} : x, y \in \{1, \ldots, n\}\}$ el conjunto de todos los lados posibles en un grafo etiquetado de n vértices. Sabemos que $|\Lambda(n)| = \binom{n}{2}$.

El problema es generar un grafo arbitrario de n vértices, m lados con un algoritmo que borra lados de un K_n. El algoritmo es fácil de dar: generar un K_n, seleccionar aleatoriamente un vértice que no sea un puente y borrarlo; repetir hasta que el grafo resultante tenga m lados.

Mi preocupación es si la probabilidad de generar cada posible grafo es la misma; es decir, si existe o no un sesgo por algún tipo de grafo.

Hay dos problemas. Incluso si asumimos que el conjunto de lados que puede borrarse permanece constante en cada iteración (no lo hace), es difícil determinar cuántos grafos conexos pueden generarse. Sabemos que $|\Lambda(n)| = \binom{n}{2}$, y por lo tanto generar un grafo cualquier de m lados a a partir del K_n involucra seleccionar $\frac{n(n-1)}{2} - m$ lados del conjunto de lados posibles. Es decir, hay

$$\binom{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{n(n-1)}{2} - m} = \binom{\frac{n(n-1)}{2}}{m} =: C_{n,m}$$

tales grafos. El problema es que algunos son conexos y otros no. Y no logro identificar una manera de contar cuántos grafos disconexos estamos contando, excepto cuando la cantidad de lados deseados es $n - 1$ (es decir, excepto cuando queremos generar árboles).

Fuera de eso, el conjunto de lados que podemos seleccionar no permanece constante. Cada vez que removemos un lado, es posible que algún otro se convierta en un puente y por lo tanto no pueda seleccionarse en el futuro. Pero tampoco parece haber una manera de determinar cuándo sucederá esto ni cuántas veces.