

13 juin 11

EPREUVE D'OPTIQUE (SM2, SMC2)

Durée : 1h30

I- Questions de cours :

- 1- Donner la vergence d'un miroir sphérique, en déduire la nature :
 - a- d'un miroir concave.
 - b- d'un miroir convexe.
- 2- Où sont situés les plans principaux et nodaux ?
 - a- d'un dioptré sphérique?
 - b- d'une lentille mince baignant dans l'air?
- 3- Citer trois critères où le dioptré sphérique est divergent.
- 4- Quelle est la relation remarquable entre γ (Grandissement linéaire) et G (Grandissement angulaire) ?

II - Un système centré (lentille épaisse), est constitué par une masse de verre d'indice n et d'épaisseur $\overline{S_1S_2}$, limitée des milieux extérieurs par une surface concave et une surface plane (**Figure 1**) On se place dans les conditions d'approximation de Gauss.

On pose : $-\overline{S_1C_1} = R = \frac{\overline{S_1S_2}}{2}$ où R est positif.

A- Déterminer puis calculer : **pour $n=3/2$, $R=2\text{ cm}$**

- 1- Les foyers de chacun des dioptrés qui constituent le système centré.
- 2- La vergence V du système en utilisant la formule de Gullstrand, en déduire sa distance focale image f' , sa distance focale objet f et sa nature.
- 3- Le centre optique du système centré.
- 4- Par rapport à S_1 les éléments cardinaux suivants du système centré :
 - a- Les foyers principaux F, F' .
 - b- Les points principaux H, H' .
 - c- Les points nodaux N, N' .
- 5- Trouver géométriquement H et H' en utilisant les réponses aux questions 1- et 4-a
- 6- En utilisant les éléments cardinaux du système centré, chercher par construction géométrique l'image d'un objet droit placé au foyer objet du 1^{er} dioptré (dioptré sphérique).

B- On argente la face concave. Déterminer le centre Ω et le sommet Σ du miroir équivalent au système catadioptrique ainsi obtenu, en déduire le rayon de courbure ρ et la nature du miroir équivalent.

C- On argente la face plane. Même question qu'en **B-**.

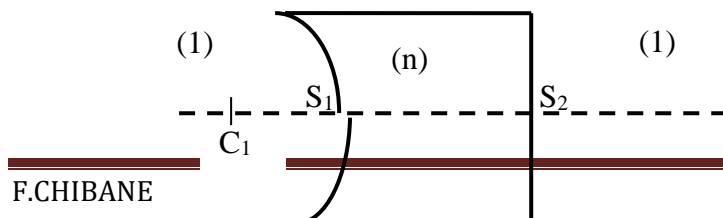


Figure 1

Corrigé de l'examen (13 Juin 2011)

Optique géométrique (SM2 , SMC2)

I- Questions de cours :

1- La vergence d'un miroir sphérique est :

$$V = - \frac{1}{SF'} = - \frac{1}{SF} = - \frac{2}{SC}$$

a- Miroir concave : $\overline{SC} < 0 \Rightarrow V > 0 \Rightarrow$ Le miroir **concave** est **convergent**.

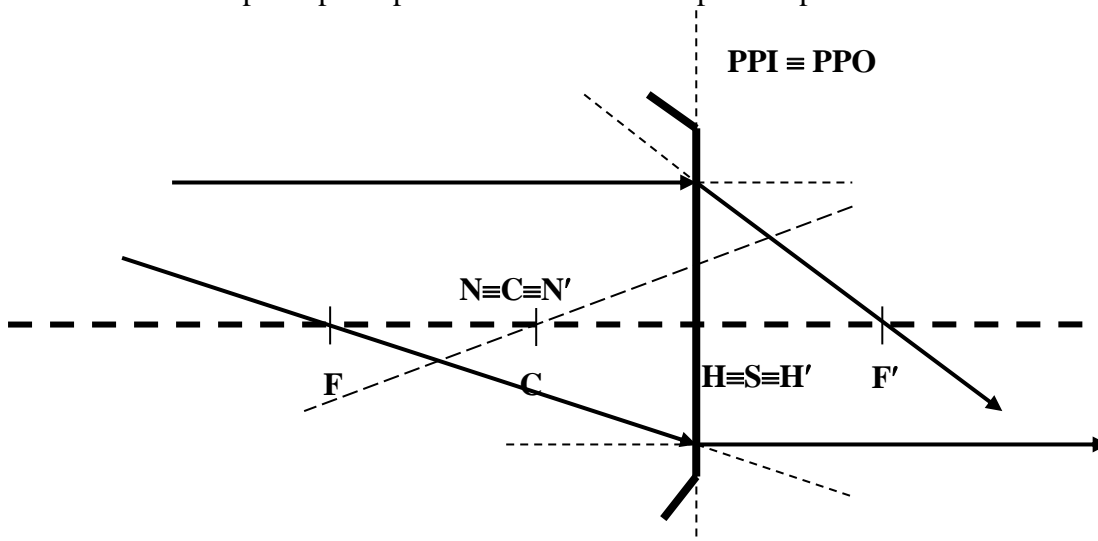
b- Miroir convexe : $\overline{SC} > 0 \Rightarrow V < 0 \Rightarrow$ Le miroir **convexe** est **divergent**.

2- Les plans principaux et nodaux :

a- Pour un dioptré sphérique :

- Les plans principaux sont confondus et passent par le sommet du D.S :

$$H \equiv S \equiv H'$$



- Les points nodaux sont confondus avec le centre du D.S :
(Tout rayon passant par C n'est pas dévié)

$$N \equiv C \equiv N'$$

b- Pour une lentille mince baignant dans l'air :

Les plans principaux et nodaux sont confondus avec la lentille :

$$H \equiv N \equiv O \equiv H' \equiv N'$$

3- Un dioptré sphérique est dit divergent si l'une des propriétés suivantes est vérifiée :

- Sa vergence est négative;
- Ses foyers principaux sont virtuels;
- Son centre optique C est dans le milieu le moins réfringent.

4- La relation reliant γ et G est : $\gamma G = \frac{n}{n'}$ (Relation de Lagrange-Helmholtz).

Avec n et n' les indices des milieux extrêmes.

II- A

1- a- Les foyers du 1^{er} dioptre (concave) :

$$A \xrightarrow{D(S_1, C_1)} A_1 \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1 A}} - \frac{n}{\overline{S_1 A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_1 C_1}} = \frac{n-1}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{S_1 F_1} = \frac{R}{n-1}} \quad \text{et} \quad \boxed{\overline{S_1 F'_1} = \frac{nR}{1-n}}$$

A.N : $n = 3/2$, $R = 2 \text{ cm}$

$$\boxed{\overline{S_1 F_1} = + 4 \text{ cm}} \quad \text{et} \quad \boxed{\overline{S_1 F'_1} = - 6 \text{ cm}}$$

b- Le 2^{ème} dioptre **est plan** \Rightarrow ses foyers sont rejetés à l'infini (système afocal).

2- **La vergence V du système est :**

$$V(\text{ou } C) = V_1 + V_2 - \frac{e V_1 V_2}{n} \quad \text{avec } e = \overline{S_1 S_2} \quad (\text{Formule de Gullstrand})$$

$$\text{La vergence du 1er dioptre est : } V_1 = \frac{1-n}{R}$$

$$\text{La vergence du 2ème dioptre (plan) est : } V_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{V = V_1 = \frac{1-n}{R}}$$

A.N : $n = 3/2$, $R = 2 \text{ cm}$

$$\boxed{V = - 25 \delta}$$

- **Distance focale image du système f' :**

$$\text{On a : } V = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{V} = \frac{R}{1-n}$$

$$\boxed{f' = \frac{R}{1-n}}$$

A.N : $n = 3/2$, $R = 2 \text{ cm}$

$$\boxed{f' = - 4 \text{ cm}}$$

- **Distance focale objet du système f :**

$$\text{Les milieux extrêmes sont identiques donc } \frac{f'}{f} = -1$$

$$\Rightarrow f = -f' \Rightarrow$$

$$\boxed{f = \frac{R}{n-1}}$$

$$\boxed{f = 4 \text{ cm}}$$

$f' < 0 \Rightarrow$ Système divergent .

3- Le centre optique du système centré :

Le centre optique O est tel que : $\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}} = \frac{R_1}{R_2}$

$$\overline{S_1C_1} = -R ; \overline{S_2C_2} \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = 0 \Rightarrow \overline{OS_1} = 0 \Rightarrow O \equiv S_1 \quad \boxed{O \equiv S_1}$$

\Rightarrow Le centre optique est confondu avec le sommet du dioptre sphérique.

4- a- Les foyers principaux F et F' :

- **Foyer objet F :**

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{\quad D(S_1, C_1) \quad} & A_1 & \xrightarrow{\quad D.P \quad} & A' \\ F \equiv F_1 & \xrightarrow{\quad} & (F_2 = \infty) & \xrightarrow{\quad} & \infty \end{array}$$

Les foyers F et F_1 sont confondus.

$$\boxed{\overline{S_1F} = \overline{S_1F_1} = \frac{R}{n-1}}$$

AN : $\boxed{\overline{S_1F} = +4 \text{ cm}} \Rightarrow F \equiv S_2 \equiv F_1$

- **Foyer image F' :**

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{\quad D(S_1, C_1) \quad} & A_1 & \xrightarrow{\quad D.P \quad} & A' \\ \infty & \xrightarrow{\quad} & F'_1 & \xrightarrow{\quad} & F' \\ (1) & & (n) & & (1) \end{array}$$

F' est l'image de F'_1 à travers le 2ème dioptre (D.P) $\Rightarrow \frac{n}{\overline{S_2F'_1}} = \frac{1}{\overline{S_2F'}}$

$$\Rightarrow \overline{S_2F'} = \frac{\overline{S_2F'_1}}{n} \Rightarrow \overline{S_1F'} = \frac{\overline{S_2F'_1}}{n} + \overline{S_1S_2} \quad \boxed{\overline{S_1F'} = \frac{\overline{S_2F'_1}}{n} + \overline{S_1S_2}}$$

AN : $\overline{S_2F'_1} = -10 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{\overline{S_1F'} = -2,66 \text{ cm}}$

b- Les points principaux H et H' :

$$\overline{S_1H} = \overline{S_1F} + \overline{FH} \Rightarrow \overline{S_1H} = \overline{S_1F} - f \Rightarrow \boxed{\overline{S_1H} = \overline{S_1F} + f'}$$

$$\text{AN : } \overline{S_1 H} = 0 \Rightarrow H \equiv S_1$$

$$\overline{S_1 H'} = \overline{S_1 F'} + \overline{F' H'} \Rightarrow \boxed{\overline{S_1 H'} = \overline{S_1 F'} - f'}$$

$$\text{AN : } \overline{S_1 H'} = +1,34 \text{ cm}$$

c- **Les points nodaux N et N'**: sont deux points conjugués tel que le grandissement angulaire $G = +1$

1er Methode:

Formule de Lagrange-Helmholtz : $\gamma G = \frac{n}{n'}$, les milieux extrêmes sont identiques ($n = n' = 1$)

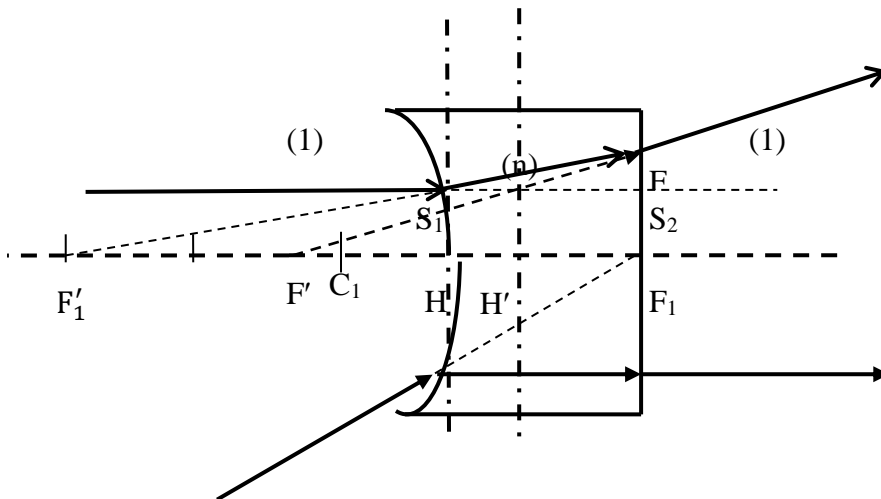
$\Rightarrow \gamma = 1 \Rightarrow$ Les **points nodaux** sont confondus avec les **points principaux H et H'** ($N \equiv H$ et $N' \equiv H'$).

2ème Methode:

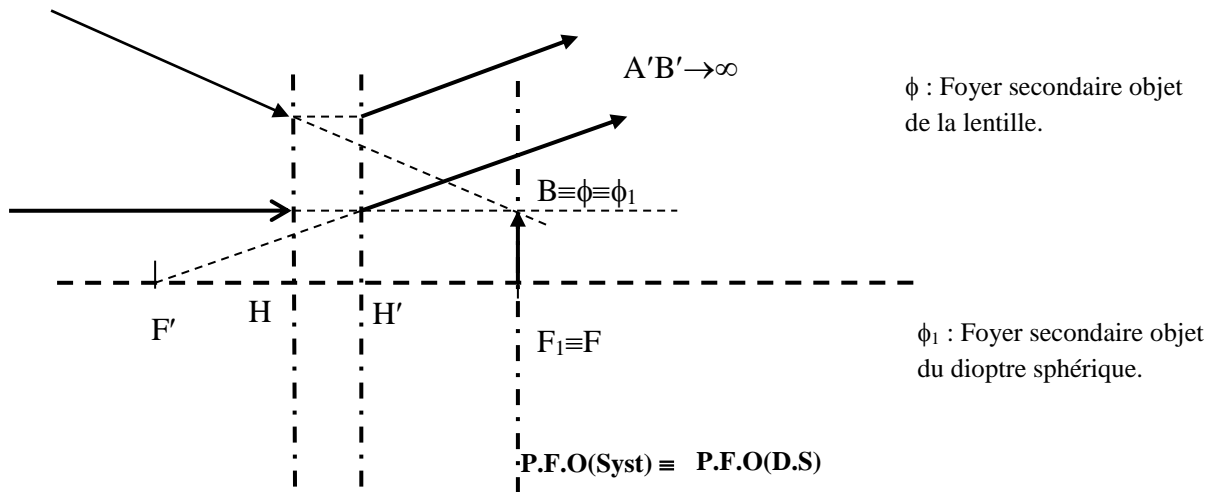
On a : $\overline{NH} = \overline{N'H'} = f + f'$, les milieux extrêmes sont identiques ($f = -f'$)

$\Rightarrow \overline{NH} = \overline{N'H'} = 0 \Rightarrow N \equiv H$ et $N' \equiv H'$

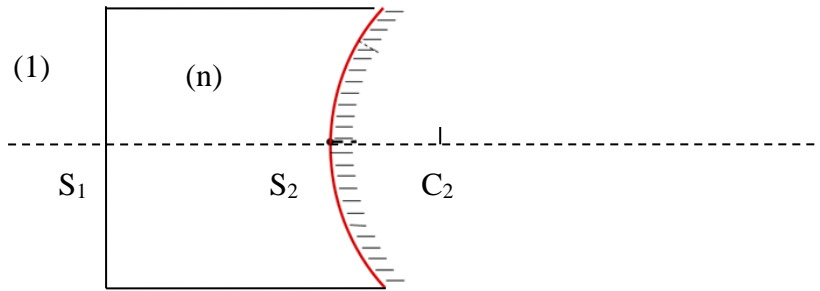
5- Construction géométrique :



6- Construction géométrique en utilisant les plans principaux:



B- Le système **catadioptrique** est équivalent à un **miroir sphérique** de centre Ω et de sommet Σ .



- Le sommet du miroir équivalent est :

$$S_2 \xrightarrow{\text{D.P}} \Sigma$$

$$(n) \quad (1)$$

$$\frac{n}{S_1 S_2} = \frac{1}{S_1 \Sigma} \Rightarrow \overline{S_1 \Sigma} = \frac{\overline{S_1 S_2}}{n}$$

$$\text{A.N : } \overline{S_1 \Sigma} = 2,66 \text{ cm}$$

- Le centre du miroir équivalent est :

$$C_2 \xrightarrow{\text{D.P}} \Omega$$

$$(n) \quad (1)$$

$$\frac{n}{S_1 C_2} = \frac{1}{S_1 \Omega} \Rightarrow \overline{S_1 \Omega} = \frac{\overline{S_1 C_2}}{n}$$

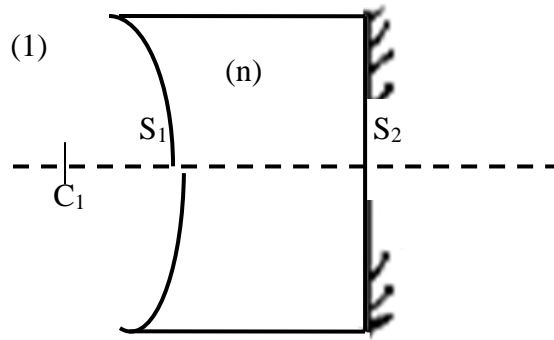
$$\text{A.N : } \overline{S_1 C_2} = 6 \text{ cm} \Rightarrow \overline{S_1 \Omega} = 4 \text{ cm} \Rightarrow \Omega \equiv S_2.$$

- Le rayon de courbure ρ :

$$\rho = \overline{\Sigma\Omega} = \overline{\Sigma S_2} = \overline{\Sigma S_1} + \overline{S_1 S_2}$$

A.N : $\rho = +1,34 \text{ cm} > 0 \Rightarrow$ le miroir équivalent est convexe.

C-



- Le sommet du miroir équivalent est :

$$S_2 \xrightarrow{D(S_1, C_1)} \Sigma$$

(n) (1)

$$\frac{n}{\overline{S_1 S_2}} - \frac{1}{\overline{S_1 \Sigma}} = \frac{n-1}{\overline{S_1 C_1}} = \frac{1-n}{R} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1 \Sigma}} = \frac{n}{\overline{S_1 S_2}} - \frac{1-n}{R} \Rightarrow \overline{S_1 \Sigma} = \frac{2R}{3n-2}$$

A.N : $\overline{S_1 \Sigma} = 1,6 \text{ cm}$

- Le centre du miroir équivalent est :

$$C_2 = \infty \xrightarrow{D(S_1, C_1)} \Omega$$

(n) (1)

$$\frac{n}{\infty} - \frac{1}{\overline{S_1 \Omega}} = \frac{n-1}{\overline{S_1 C_1}} = \frac{1-n}{R} \Rightarrow \overline{S_1 \Omega} = \frac{R}{n-1}$$

A.N : $\overline{S_1 \Omega} = 4 \text{ cm} \Rightarrow \Omega \equiv S_2.$

- Le rayon de courbure ρ :

$$\rho = \overline{\Sigma\Omega} = \overline{\Sigma S_2} = \overline{\Sigma S_1} + \overline{S_1 S_2}$$

A.N : $\rho = +2,4 \text{ cm} > 0 \Rightarrow$ le miroir équivalent est convexe.