كلية العلوم
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵏ ⵜⵓⵙⵙⵏⴰ
FACULTE DES SCIENCES

Note de l'enseignant :
/20

كلية العلوم
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵏ ⵜⵓⵙⵙⵏⴰ
FACULTE DES SCIENCES

SMA2-SMI2 - Session normale- 30 juin 2021

N° d'examen : .... **Nom et Prénom :** ....

CNE : .... **Filière :** ....

Epreuve d'optique géométrique
Durée : 1h 30min

Problème

On considère un système centré Σ. formé de l'association d'un dioptre sphérique convexe D_1 (air-verre) et d'un dioptre sphérique concave D_2 (verre-air) respectivement de centres C_1 et C_2 de sommets S_1 et S_2 et de rayons de courbures $R_1 = \overline{S_1C_1}$ et $R_2 = \overline{S_2C_2}$ tels que $R_1 = -R_2 = R$ avec $R > 0$.

Les indices des milieux extrêmes de systèmes centré Σ sont notés n et n' et sont identiques et égaux à 1 et les deux surfaces sphériques sont séparées par un milieu transparent d'indice $N = 1,5$. Les deux dioptres ont un même axe principal dont le sens positif est celui de la propagation de la lumière qui se propage de gauche à droite. Les sommets de ces dioptres sont séparés par une distance $e = \overline{S_1S_2} = 8R$.

On désignera par (F_1,F'_1) et (F_2,F'_2) les foyers principaux objet et image respectivement pour les dioptres sphériques D_1 et D_2 et on supposera que les conditions de l'approximation de Gauss sont satisfaites

A- *(10 points)*

1)- a- Exprimer les distances focales objet f_1 et image f'_1 du dioptre sphérique D_1 en fonction de n, N et R puis donner leurs valeurs en fonction de R.

La distance focale objet $f_1 = \frac{-nR_1}{N-n} = -2R$ et la distance focale image $f'_1 = \frac{NR_1}{N-n} = 3R$

b- Donner les deux expressions de la vergence V_1 du dioptre sphérique D_1 et donner sa valeur en fonction de R. En déduire la valeur de $\frac{f_1}{f'_1}$.

$$V_1 = -\frac{n}{f_1} = \frac{N}{f'_1} = \frac{1}{2R} \quad \Rightarrow \quad \frac{f_1}{f'_1} = \frac{-n}{N} = \frac{-2}{3}$$

2)- a- Exprimer les distances focales objet f_2 et image f'_2 du dioptre sphérique D_2 en fonction de n', N et R puis donner leurs valeurs en fonction de R.

Distance focale objet $f_2 = \frac{-NR_2}{n'-N} = -3R$ Distance focale image $f'_2 = \frac{n'R_2}{n'-N} = 2R$

b- Donner les deux expressions de la vergence V_2 du dioptre sphérique D_2 et donner sa valeur en fonction de R. En déduire la valeur de $\frac{f_2}{f'_2}$.

$V_2 = -\frac{N}{f_2} = \frac{n'}{f'_2} = \frac{1}{2R} \quad \Rightarrow \frac{f_2}{f'_2} = \frac{-N}{n'} = \frac{-3}{2}$

3)- Exprimer l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ en fonction de f'_1, e et f_2 et donner sa valeur en fonction de R.

$\Delta = \overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1S_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2F_2} = -f'_1 + e + f_2 \quad \Delta = -3R + 8R - 3R = 2R$

4)- On désigne par F le foyer principal objet du système centré Σ., établir alors en fonction R sa position algébrique par rapport à F_1:$\overline{F_1F}$.

D'après ce schéma synoptique ci-dessous F et F_2.sont deux points conjugués par rapport à D_1

$$\underset{n}{A \equiv F} \xrightarrow{D_1} \underset{N}{A_1 \equiv F_2} \xrightarrow{D_2} \underset{n'}{A' \equiv \infty}$$

En appliquant la relation de Newton à ce couple de points conjugués on aura :

$$\overline{F_1F} \times \overline{F'_1F_2} = f_1 \times f'_1 \quad \Rightarrow \overline{F_1F} = \frac{f_1 \times f'_1}{\Delta} \Rightarrow \overline{F_1F} = \frac{(-2R)\times(3R)}{2R} = -3R$$

5)- On désigne par F' le foyer principal image du système centré Σ, établir alors en fonction R sa position algébrique par rapport à F'_2 :$\overline{F'_2F'}$.

D'après ce schéma synoptique ci-dessous F'_1 et F' et .sont deux points conjugués par rapport à D_2

$$\underset{n}{A \equiv \infty} \xrightarrow{D_1} \underset{N}{A_1 \equiv F'_1} \xrightarrow{D_2} \underset{n'}{A' \equiv F'}$$

En appliquant la relation de Newton à ce couple de points conjugués on aura :

$$\overline{F_2F'_1} \times \overline{F'_2F'} = f_2 \times f'_2 \quad \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\frac{f_2 \times f'_2}{\Delta} \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\frac{(-3R)\times(2R)}{2R} = 3R$$

6)- On désigne par f et f' les distances focales objet et image du système centré Σ et par V sa vergence. Donner alors les deux expressions de V et en déduire la valeur de $\frac{f}{f'}$. Conclusion.

$V = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$ 0,25 $\Rightarrow \frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} = -1 \Rightarrow f' = -f$

7)- a- Ecrire pour l'association de ces deux dioptres sphériques D_1 et D_2 la formule de Gullstrand. En déduire l'expression de la distance focale objet f en fonction de f_1, f_2 et Δ puis donner sa valeur en fonction de R.

$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{N}V_1V_2$

Avec : $V_1 = -\frac{n}{f_1}$, $V_2 = -\frac{N}{f_2}$ **et n = 1** $\Rightarrow V = -\frac{1}{f_1} - \frac{N}{f_2} - \frac{e}{N} \cdot \frac{1}{f_1} \cdot \frac{N}{f_2} = \frac{-f_2 - Nf_1 - e}{f_1f_2} = \frac{-\Delta}{f_1f_2} = -\frac{1}{f}$

$\Rightarrow \quad f = \frac{f_1f_2}{\Delta}$ 0,25 $\Rightarrow f = \frac{(-2R)\times[-3R]}{2R} = 3R$

b- Déduire de cette formule de Gullstrand l'expression de la distance focale image f' en fonction de f'_1, f'_2 et Δ puis donner sa valeur en fonction de R.

$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{N}V_1V_2$

Avec : $V_1 = \frac{N}{f'_1}$, $V_2 = \frac{n'}{f'_2}$ **et n' = 1** $\Rightarrow V = \frac{N}{f'_1} + \frac{n'}{f'_2} - \frac{e}{N} \cdot \frac{N}{f'_1} \cdot \frac{n'}{f'_2} = \frac{Nf'_2 - f'_1 - e}{f'_1f'_2} =$

$\frac{-\Delta}{f'_1f'_2} = -\frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad f' = -\frac{f'_1f'_2}{\Delta} \Rightarrow f' = -\frac{(2R)\times[3R]}{2R} = -3R$

8)- Calculer alors en fonction de R la vergence V. Conclusion.

$V=\frac{1}{f'}=-\frac{1}{3R}$ $\Rightarrow V<0$ $\Rightarrow$ Le système centré $\sum$ est donc divergent.

9)- Si l'on désigne par H et H' les points principaux objet et image du système centré $\sum$., exprimer alors en fonction de R **:**

a-$\overline{F_1H}$ puis $\overline{S_1H}$ donnant les distances algébriques du point principal objet H par rapport F_1 et S_1.

On a : $\overline{F_1H}=\overline{F_1F}+\overline{FH}=\overline{F_1F}-\overline{HF}=\overline{F_1F}-f$
Avec $\overline{F_1F}=-3R$ et $f=3R$ $\Rightarrow$ $\overline{F_1H}=-6R$
On a : $\overline{S_1H}=\overline{S_1F_1}+\overline{F_1H}=f_1+\overline{F_1H}$
Or $\overline{S_1F_1}=f_1=-2R$ et $\overline{F_1H}=-6R$ $\Rightarrow$ $\overline{S_1H}=-2R-6R=-8R$

b- $\overline{F'_2H'}$ puis $\overline{S_2H'}$ donnant les distances algébriques du point principal image H' par rapport F'_2 et S_2.

On a : $\overline{F'_2H'}=\overline{F'_2F'}+\overline{F'H'}=\overline{F'_2F'}-\overline{H'F'}=\overline{F'_2F'}-f'$
Avec $\overline{F'_2F'}=3R$ et $f'=-3R\Rightarrow\overline{F'_2H'}=(3R)-(-3R)=6R$
$\overline{S_2H'}=\overline{S_2F'_2}+\overline{F'_2H'}=f'_2+\overline{F'_2H'}$
Or $\overline{S_2F'_2}=f'_2=2R$ et $\overline{F'_2H'}=6R\Rightarrow$ $\overline{S_2H'}=2R+6R=8R$

10)- Si l'on désigne par N et N' les points nodaux objet et image du système centré $\sum$, Calculer alors les valeurs de $\overline{HN}$ et de $\overline{H'N'}$. Conclusion.

$\overline{HN}=f+f'=0$ $\Rightarrow H\equiv N$ C'est-à-dire H et N sont confondus
$\overline{H'N'}=f+f'=0$ $\Rightarrow H'\equiv N'$ C'est-à-dire H' et N' sont confondus

B- *(6 points)*

On considère un objet AB qui donne à travers le dioptre sphérique D_1 une image intermédiaire A_1B_1 qui sert de l'objet pour le dioptre sphérique D_2 pour en donner une image définitive $A'B'$ et dont les points A, A_1 et A' sont sur l'axe principal. On suppose que le point objet A est situé à gauche du dioptre sphérique D_1 telle que sa position est donnée par $p_1=\overline{S_1A}=-R.$

1)- Calculer en fonction de R, la position $p'_1=\overline{S_1A_1}$ de l'image intermédiairepar rapport au sommet S_1du dioptre sphérique D_1. En déduire en fonction de R, la position $p_2=\overline{S_2A_1}$ de cette image intermédiaire par rapport au sommet S_2 du dioptre sphérique D_2.

$\frac{n}{p_1}-\frac{N}{p'_1}=\frac{n-N}{R_1}\Rightarrow p'_1=\overline{S_1A_1}=\frac{N\times p_1\times R_1}{n\times R_1-(n-N)\times p_1}$ $\Rightarrow p'_1=\overline{S_1A_1}=-3R$
$p_2=\overline{S_2A_1}=\overline{S_2S_1}+\overline{S_1A_1}\Rightarrow p_2=-8R-3R=-11R$

2)- Calculer en fonction de R, la position $p'_2=\overline{S_2A'}$ de l'image définitive A' par rapport au sommet S_2 du dioptre sphérique D_2.

$\frac{N}{p_2}-\frac{n\prime}{p'_2}=\frac{N-n\prime}{R_2}\Rightarrow p'_2=\overline{S_2A'}=\frac{n\prime\times p_2\times R_2}{N\times R_2-(N-n\prime)\times p_2}$ 0,5 $\Rightarrow p'_2=\overline{S_2A'}=\frac{11}{4}R$

3)- Quelles sont les natures de l'objet AB, de l'image intermédiaire A_1B_1 et de l'image définitive $A'B'$.

-L'objet AB est réel car $p_1<0$
-L'image intermédiaire A_1B_1 est virtuelle car $p'_1<0$
-L'image définitive $A'B'$ est réelle car $p'_2>0$

4)- Calculer les grandissements linéaires γ_1 et γ_2 respectivement pour les dioptres sphériques D_1 et D_2 . En déduire la valeur du grandissement linéaire γ du système centré $\sum$. Conclusion.

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{n}{N} \times \frac{p'_1}{p_1} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma_1 = \frac{2}{3} \times \frac{(-3R)}{(-R)} = 2$$

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{N}{n'} \times \frac{p'_2}{p_2} \qquad \Rightarrow \gamma_2 = \frac{3}{2} \times \frac{\left(\frac{11R}{4}\right)}{(-11R)} = -\frac{3}{8}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \times \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \gamma_1 \times \gamma_2$$

$\gamma = 2 \times \left(\frac{-3}{8}\right) = -\frac{3}{4} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma < 0$ L'mage **A'B'** est renversée

5)- Calculer en fonction de R, la position $p = \overline{HA}$de l'objet A par rapport au point principal objet H du système centré ∑.. On utilisera la relation de Shales et le résultat trouvé en **A-9)-a** .

$$p = \overline{HA} = \overline{HS_1} + \overline{S_1A} = -\overline{S_1H} + \overline{S_1A} \qquad \Rightarrow p = -(-8R) + (-R) = 7R$$

6)- Si l'on désigne par $p' = \overline{H'A'}$ la position de l'mage définitive A' par rapport au point principal image H'du système centré ∑., donner l'expression du grandissement linéaire γ en fonction de n, n',p et p'. En déduire la valeur de p' en fonction R.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'} \times \frac{p'}{p} = \frac{p'}{p} \quad \Rightarrow p' = \frac{n'}{n} \times \gamma \times p \Rightarrow p' = \left(\frac{-3}{4}\right) \times (7R) = -5,25R$$

C- *(4 points)*

On peut représenter les deux dioptres sphériques D_1 et D_2 par leurs systèmes centrés équivalants $\sum_1$ et $\sum_2$ de foyers principaux objet et image (F_1,F'_1) et (F_2,F'_2) respectivement et de distances focales objet et image (f_1,f'_1) et (f_2,f'_2) respectivement.

1)- Quelles sont les positions des plans principaux objet (H_1) image (H'_1) et des points principaux objet et image (H_1, H'_1) du système centré $\sum_1$ et de ses points nodaux objet et image (N_1, N'_1).

- Les plans principaux objet (H_1) image (H'_1) sont confondus et passe par le sommet S_1 du dioptre sphérique D_1 et perpendiculairement à l'axe principal.

Les points principaux objet et image H_1et H'_1 du système centré $\sum_1$ équivalant au dioptre sphérique D_1 sont confondus avec son sommet S_1.

Les points nodaux objet et image N_1et N'_1 du système centré $\sum_1$ équivalant au dioptre sphérique D_1 sont confondus avec son centre C_1.

2)- Quelles sont les positions des plans principaux objet (H_2) image (H'_2) et des points principaux objet et image (H_2, H'_2) du système centré $\sum_2$ et de ses points nodaux objet et image (N_2,N'_2).

Les plans principaux objet (H_2) image (H'_2) sont confondus et passe par le sommet S_2 du dioptre sphérique D_2 et perpendiculairement à l'axe principal.

Les points principaux objet et image H_2et H'_2 du système centré $\sum_2$ équivalant au dioptre sphérique D_2 sont confondus avec son sommet S_2.

Les points nodaux objet et image N_2et N'_2 du système centré $\sum_2$ équivalant au dioptre sphérique D_1 sont confondus avec son centre C_2.

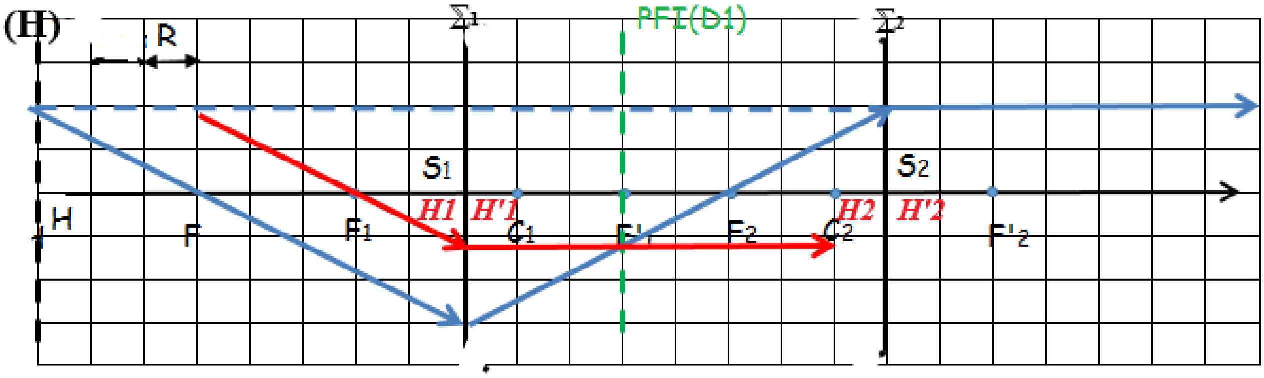
N° d'examen : .... **Nom et Prénom :** ....

CNE : .... **Filière :** ....

3)-Le système centré Σ. précédent est le système centré équivalant à l'association de ces deux centrés Σ_1 et Σ_2. En prenant comme échelle la longueur d'une maille équivalant à **1*R***, déterminer graphiquement :

a- Les positions de son foyer principal objet ***F*** et de son plan principal objet ***(H)*** ainsi que celle de son point principal objet ***H***.

.



b- Les positions de son foyer principal image ***F′***et de son plan principal image ***(H′)*** ainsi que celle de son point principal image***H′***.

.