

10 juillet 12

EPREUVE D'OPTIQUE (SM2, SMC2)

Durée : 1h30

Ce sujet comporte 3 parties qui peuvent être traitées indépendamment.
Les conditions de Gauss sont supposées vérifiées en toutes circonstances.

Exercice 1 : (4 points)

Soit un miroir concave de **48 cm** de rayon de courbure.

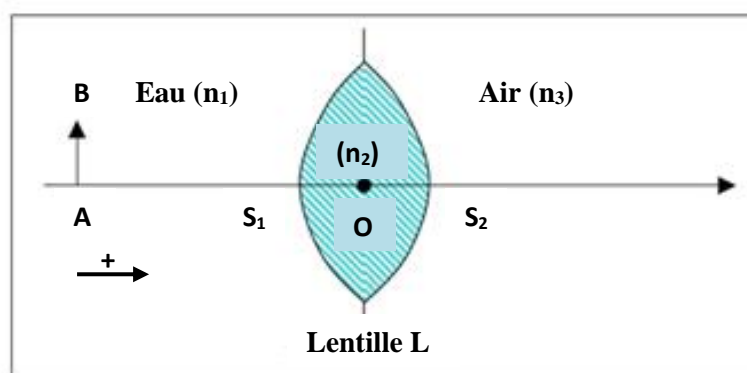
- 1- Trouver les deux positions de l'objet pour lesquelles l'image est **4** fois plus grande que l'objet.
- 2- Dans chacun des cas, faire une construction d'image à l'échelle **1/5** (5 cm \rightarrow 1 cm sur papier). On prendra **AB = 2 cm** sur cette construction.
- 3- Dans chacun des 2 cas, déterminer la position de l'image, sa nature ainsi que la nature de l'objet.

Exercice 2 : (6 points)

Une lentille équiconvexe en verre d'indice n_2 est limitée par deux dioptries sphériques, notés D_1 et D_2 , de centres C_1 et C_2 , de sommets S_1 et S_2 et dont les rayons respectifs R_1 et R_2 ont même valeur absolue : $R = |R_1| = |R_2|$ ($R_1 = \overline{S_1 C_1}$; $R_2 = \overline{S_2 C_2}$).

La lentille est un élément d'une paroi séparant deux compartiments, l'un rempli d'eau d'indice n_1 et l'autre contenant de l'air d'indice n_3 . Un objet réel **AB**, de longueur **10 mm**, est placé dans l'eau, à **20 cm** du centre **O** de la lentille. Les conditions de Gauss sont respectées.

Pour les applications numériques, on donne : $n_1=4/3$; $n_2=1,5$; $n_3=1$; $R=0,25$ m.



- 1- Ecrire en prenant l'origine au sommet les relations de conjugaison et de grandissement pour :
 - a- Le dioptre D_1 entre les points conjugués A et A_1 (situés sur l'axe optique).
 - b- Le dioptre D_2 entre les points conjugués A_1 et A' .

- 2- La lentille L est mince. Elle donne d'un objet A une image A'
 - a- Déterminer la relation de conjugaison de cette lentille entre les points A et A' .
 - b- Calculer les distances focales objet et image de la lentille. On notera respectivement F et F' , les foyers objet et image.
 - c- Calculer la position $\overline{OA'}$ de l'image $\overline{A'B'}$.
- 3- a- Calculer le grandissement total de l'objet par la lentille.
b- Calculer la taille de l'image $\overline{A'B'}$.
- 4- Que deviennent les formules de conjugaison et de grandissement de la lentille si $n_1 = n_3 = 1$.

Exercice 3 : (10 points)

On considère un doublet de lentilles minces L_1 et L_2 , plongées dans l'air. La lentille L_1 , de centre O_1 , a une distance focale image $f'_1 = +6 \text{ cm}$. L_2 , de centre O_2 , a une distance focale image $f'_2 = -2 \text{ cm}$. Elles sont disposées de sorte que $\overline{O_1O_2} = +2 \text{ cm}$.

- 1- Quelle est la notation symbolique de ce doublet.
- 2- Calculer la vergence de L_1 , donner sa nature.
- 3- Calculer la vergence de L_2 , donner sa nature.
- 4- Calculer les positions, par rapport à O_2 , des foyers F et F' du doublet.
- 5- Calculer la distance focale image f' du doublet. En déduire sa vergence et sa nature.
- 6- Calculer les positions, par rapport à O_2 , des points principaux H et H' du doublet.
- 7- Retrouver les positions de H' et F' par construction géométrique.
- 8- Dans quelle condition le système est afocal, dans ce cas tracer la marche d'un rayon provenant de l'infini.

Corrigé de l'examen (10 Juillet 2012)

Optique géométrique SM2 SMC2

Exercice 1 :

$$1- A \xrightarrow{\text{MS}} A' \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = - \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \pm 4$$

1^{er} cas : $\overline{A'B'} = +4 \overline{AB} \Rightarrow \overline{SA'} = -4 \overline{SA} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} - \frac{1}{4 \overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{3}{4 \overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$

1pt

$$\Rightarrow \overline{SA} = \frac{3 \overline{SC}}{8} ; \overline{SA} = -18 \text{ cm}$$

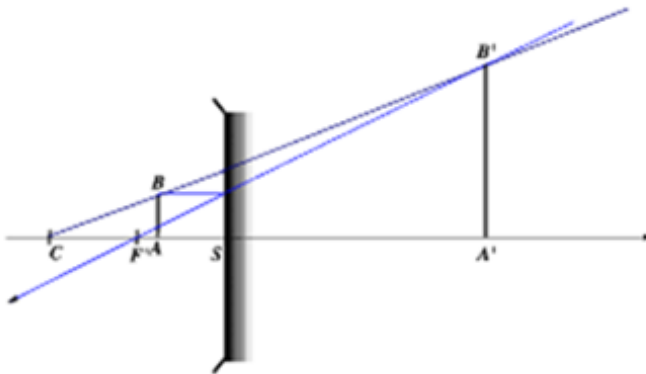
2^{ème} cas : $\overline{A'B'} = -4 \overline{AB} \Rightarrow \overline{SA'} = +4 \overline{SA} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{4 \overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{5}{4 \overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$

1pt

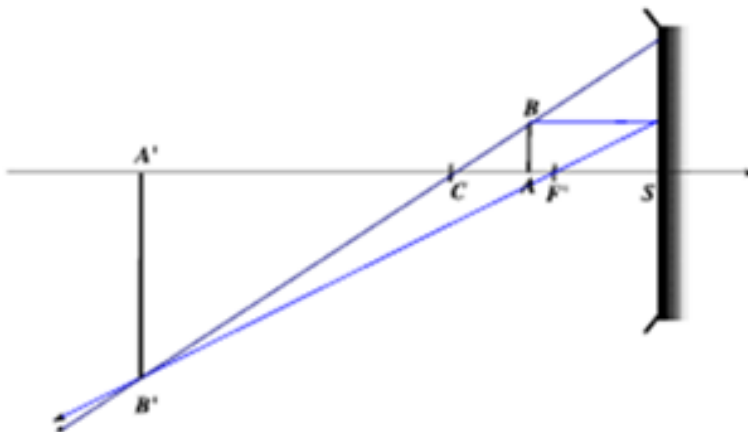
$$\Rightarrow \overline{SA} = \frac{5 \overline{SC}}{8} ; \overline{SA} = -30 \text{ cm}$$

2- Voir figures ci-dessous

0,5



0,5



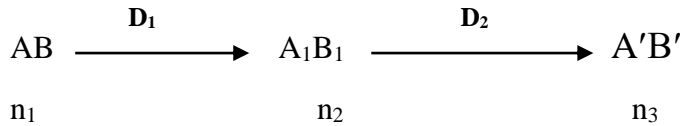
0,5

3- Dans les deux cas, l'objet est réel.

1pt

Dans le premier cas, l'image est virtuelle et $\overline{SA'} = 72 \text{ cm}$.Dans le deuxième cas, l'image est réelle et $\overline{SA'} = -120 \text{ cm}$.**Exercice 2:**

1-



1pt

	Formule de conjugaison	Grandissement
a- $D_1 (S_1, C_1)$	$\frac{n_1}{\overline{S_1A}} - \frac{n_2}{\overline{S_1A_1}} = \frac{n_1-n_2}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n_1-n_2}{R_1}$ (1)	$\gamma_1 = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{S_1A_1}}{\overline{S_1A}}$ (3)
b- $D_2 (S_2, C_2)$	$\frac{n_2}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n_3}{\overline{S_2A'}} = \frac{n_2-n_3}{\overline{S_2C_2}} = \frac{n_2-n_3}{R_2}$ (2)	$\gamma_2 = \frac{n_2}{n_3} \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}$ (4)

1pt

2- a- La lentille L est **mince** $\Rightarrow S_1 \equiv O \equiv S_2$, les formules (1) et (2) deviennent :

$$\frac{n_1}{\overline{OA}} - \frac{n_2}{\overline{OA_1}} = \frac{n_1-n_2}{R} \quad (5)$$

$$\frac{n_2}{\overline{OA_1}} - \frac{n_3}{\overline{OA'}} = \frac{n_2-n_3}{-R} = \frac{n_3-n_2}{R} \quad (6)$$

$$\Rightarrow (5) + (6) \Leftrightarrow \frac{n_1}{\overline{OA}} - \frac{n_3}{\overline{OA'}} = \frac{n_1-n_2}{R} + \frac{n_3-n_2}{R} = \frac{n_1-2n_2+n_3}{R}$$

1pt

Formule de conjugaison de la lentille L :

$$\frac{n_1}{\overline{OA}} - \frac{n_3}{\overline{OA'}} = \frac{n_1-2n_2+n_3}{R} \quad (7)$$

b- Les distances focales objet et image de la lentille :

Distance focale objet : $\frac{n_1}{\overline{OF}} = \frac{n_1-2n_2+n_3}{R} \Rightarrow f = \overline{OF} = \frac{n_1 R}{n_1-2n_2+n_3}$

0,5

$$f = \frac{n_1 R}{n_1-2n_2+n_3}$$

$$f = -0,5 \text{ m}$$

Distance focale image : $-\frac{n_3}{\overline{OF'}} = \frac{n_1-2n_2+n_3}{R} \Rightarrow f' = \overline{OF'} = \frac{-n_3 R}{n_1-2n_2+n_3}$

0,5

$$f' = \frac{n_3 R}{2n_2-n_1-n_3}$$

$$f' = 0,375$$

c- Position $\overline{OA'}$ de l'image $A'B'$:

0,5

$$\frac{n_1}{\overline{OA}} - \frac{n_3}{\overline{OA'}} = \frac{n_1-2n_2+n_3}{R} = \frac{n_1}{f} = -\frac{n_3}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = -0,25 \text{ m}$$

3-a Le grandissement de la lentille. (Lentille mince : $S_1 \equiv O \equiv S_2$)

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 \overline{OA_1}}{n_2 \overline{OA}} \quad (3) \quad ; \quad \gamma_2 = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{n_2 \overline{OA'}}{n_3 \overline{OA_1}} \quad (4)$$

1pt

$$\text{Or } \gamma = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_1 B_1}} = \gamma_1 \gamma_2 \Rightarrow \gamma = \frac{n_1 \overline{OA_1}}{n_2 \overline{OA}} \frac{n_2 \overline{OA'}}{n_3 \overline{OA_1}} = \frac{n_1 \overline{OA'}}{n_3 \overline{OA}}$$

$$\gamma = \frac{n_1 \overline{OA'}}{n_3 \overline{OA}}$$

$$\gamma = 1,67$$

b- La taille de l'image $\overline{A' B'}$

0,5

$$\gamma = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow$$

$$\overline{A' B'} = \gamma \overline{AB}$$

$$\overline{A' B'} = 16,7 \text{ mm}$$

4- Si $n_1 = n_3 = 1$

$$(7) \Leftrightarrow \frac{n_1}{\overline{OA}} - \frac{n_3}{\overline{OA'}} = \frac{n_1}{f} = - \frac{n_3}{f'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

1pt

$$\text{Le grandissement : } \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

On retrouve les formules de conjugaison et de grandissement d'une lentille mince si les milieux extrêmes sont identiques.

Exercice 3 :

1- La notation symbolique du doublet :

0,5

Le doublet a pour symbole (m,n,p) tel que : $\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f'_2}{p}$

$$f'_1 = +6 \text{ cm} ; f'_2 = -2 \text{ cm} ; e = \overline{O_1 O_2} = +2 \text{ cm} \Rightarrow \frac{6}{m} = \frac{2}{n} = \frac{-2}{p} = a = 2$$

\Rightarrow Le doublet a pour symbole (3,1,-1)

2- La vergence de L_1 :

0,5

$$V_1 = \frac{1}{f'_1} = \frac{100}{6} = 16,67 \text{ } \delta > 0, L_1 \text{ est une lentille convergente.}$$

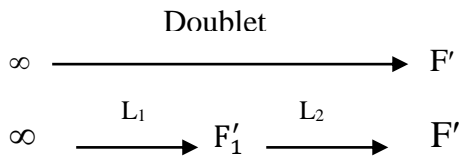
3- La vergence de L_2 :

0,5

$$V_2 = \frac{1}{f'_2} = \frac{100}{-2} = -50 \text{ } \delta < 0, L_2 \text{ est une lentille divergente.}$$

4- Positions des foyers :

- Foyer image F'



1pt

$$\Rightarrow \overline{F_2 F'_1} \overline{F'_2 F'} = -f_2'^2 \Rightarrow$$

$$\overline{F'_2 F'} = \frac{f_2'^2}{\Delta}$$

$$\overline{F'_2 F'} = \overline{F'_2 O_2} + \overline{O_2 F'} \Rightarrow \overline{O_2 F'} = \overline{F'_2 F'} - \overline{F'_2 O_2}$$

Δ est appelé intervalle optique :

0,5

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2} = -f_1' + e + f_2$$

$$\Delta = -f_1' + e + f_2$$

A-N : $\Delta = -6 + 2 + 2 = -2 \text{ cm}$; $\overline{F'_2 F'} = \frac{4}{-2} = -2 \text{ cm}$

$$\overline{F'_2 F'} = -2 \text{ cm}$$

0,5

$$\overline{O_2 F'} = -4 \text{ cm}$$

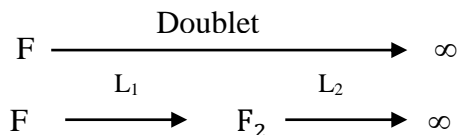
Note : on peut aussi utiliser la formule de conjugaison avec origine au centre optique, l'essentiel c'est d'aboutir au même résultat.

La formule de conjugaison s'écrit : $\frac{1}{\overline{O_2 F'}} - \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{1}{f_2'}$

Or, $\overline{O_2 F'_1} = -\overline{O_1 O_2} + \overline{O_1 F'_1}$ soit $\overline{O_2 F'_1} = f_1' - e$ et $\overline{O_2 F'} = \frac{f_2' \overline{O_2 F'_1}}{f_2' + \overline{O_2 F'_1}} = \frac{f_2' (f_1' - e)}{f_2' + (f_1' - e)}$

A-N : $\overline{O_2 F'} = -4 \text{ cm}$

- Foyer objet F



1pt

$$\Rightarrow \overline{F_1 F} \overline{F'_1 F_2} = -f_1'^2 \Rightarrow$$

$$\overline{F_1 F} = \frac{-f_1'^2}{\Delta}$$

$$\overline{F_1 F} = \overline{F_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F} \Rightarrow \overline{O_2 F} = \overline{F_1 F} - \overline{F_1 O_1} - \overline{O_1 O_2}$$

0,5

A-N : $\Delta = -2 \text{ cm}$; $\overline{F_1 F} = \frac{-36}{-2} = 18 \text{ cm}$

$$\overline{F_1 F} = 18 \text{ cm}$$

et

$$\overline{O_2 F} = 10 \text{ cm}$$

Note : de la même manière on peut utiliser la formule de conjugaison avec origine au centre

optique. La formule de conjugaison s'écrit : $\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f'_1}$

Or, $\overline{O_1F_2} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_1F_2}$, soit $\overline{O_1F_2} = e - f'_2$ et $\overline{O_1F} = \frac{f'_1 \overline{O_1F_2}}{f'_1 - \overline{O_1F_2}}$

On a : $\overline{O_2F} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F} \Rightarrow \overline{O_2F} = \overline{O_1F} - e$

A-N : $\overline{O_1F} = 12 \text{ cm}$

$$\overline{O_2F} = 10 \text{ cm}$$

5- Distance focale image f' du doublet :

Formule de Gullstrand : $V = V_1 + V_2 - e V_1 . V_2$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{f'_2 + f'_1 - e}{f'_1 f'_2} \Rightarrow f' = \frac{f'_1 f'_2}{- \Delta}$$

A-N : $f' = \frac{-12}{2} = -6 \text{ cm}$

0,5

La vergence $V = \frac{1}{f'}$; $V = -16,67 \text{ δ} < 0 \Rightarrow$ **le doublet est divergent** .

6- Position des points principaux H et H' :

$f' = \overline{H'F'}$, $f = \overline{HF}$; $f' = -6 \text{ cm}$, $f = -f' = 6 \text{ cm}$ (Milieux extrêmes identiques)

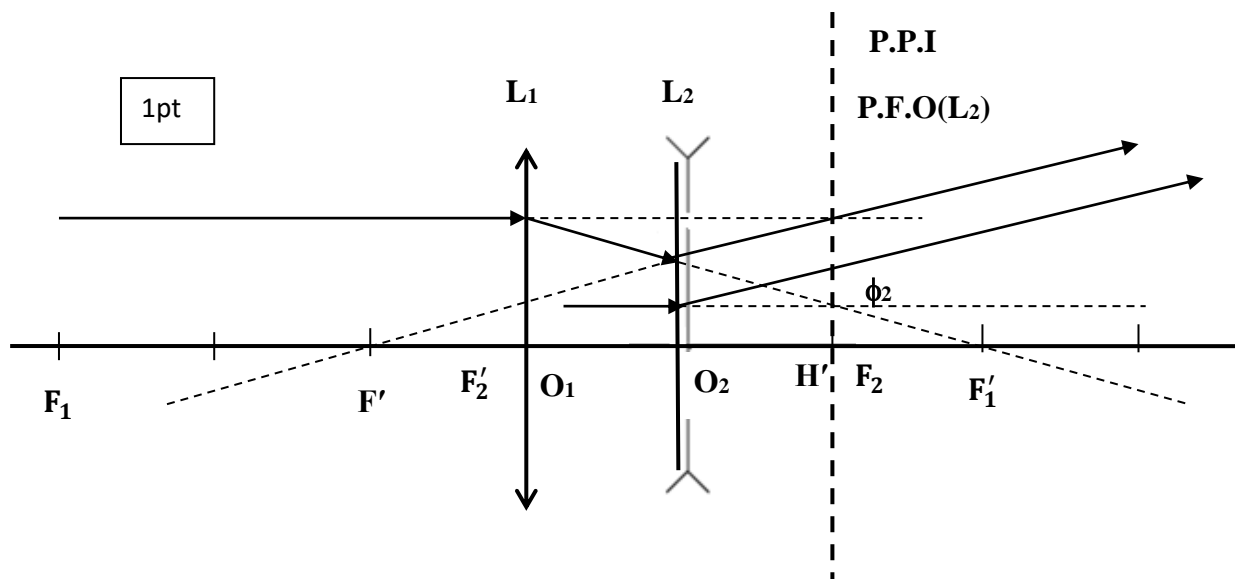
$$- \overline{H'F'} = \overline{H'O_2} + \overline{O_2F'} \Rightarrow \overline{O_2H'} = \overline{O_2F'} - f'$$

A-N : $\overline{O_2H'} = -4 + 6 = 2 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{H' \equiv F_2}$

$$- \overline{HF} = \overline{HO_2} + \overline{O_2F} \Rightarrow \overline{O_2H} = \overline{O_2F} - f$$

A-N : $\overline{O_2H} = 10 - 6 = 4 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{H \equiv F'_1}$

7- Construction géométrique :



8- Doublet afocal :

1pt

le système est afocal $\Rightarrow F'_1 \equiv F_2$ ($\Delta = 0$)

$$\Rightarrow e = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 O_2} = f'_1 + f'_2$$

A-N : $e = 4$ cm.

