Série 1:

Exercice 1 : Calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) lnx b) ln^2x c) $xlnx$ d) $\frac{x}{cos^2}$ c) x^2e^x

Exercice 2 : Calculer :

a) $\int xe^{x^2}dx$ b) $\int \frac{1}{x(lnx)^3}dx$ c) $\int \frac{1}{e^x+1}dx$ d) $\int sin^3x.cos^2x\, dx$

e) $\int_1^e \frac{1}{x(1+lnx)^2}\, dx$ f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sinx}{1+cos^2x}\, dx$ g) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin2x.e^{sinx}\, dx$.

Exercice 3 : Calculer la limite de la suite:

a) $u_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{\sqrt{n^2+k^2}}$ b) $v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{(n+k)^2}$ c) $w_n = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{k^2+n^2}$.

Exercice 4 :

1) Soit f une fonction réellle continue sur $]0,+\infty[$ qui vérifie $f(x)+f(\frac{1}{x}) = A$, pour tout $x \in]0,+\infty[$, A étant une constante réelle donnée.
En posant $u = \frac{1}{x}$, déterminer $I(a) = \int_{\frac{1}{a}}^{a}(1+\frac{1}{x^2})f(x)\, dx$ en fonction de a et A, $a \geq 1$.

2) En déduire $\int_{\frac{1}{a}}^{a}(1+\frac{1}{x^2})arctan\sqrt{x}\, dx$ et $\int_{\frac{1}{a}}^{a}(1+\frac{1}{x^2})(lnx)^7\, dx$, $a \geq 1$.

Exercice 5 :

1) Calculer la valeur de l'intégrale $I_1 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\, dx$.
2) En intégrant I_1 par parties, déterminer la valeur de l'intégrale $I_2 = \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2}\, dx$.
3) Retrouver la valeur de I_2 en lui appliquant le changement de variable $u = arctanx$.

Exercice 6 : On considère $I_n(\theta) = \int_0^\theta \frac{1}{(cosx)^n}\, dx$ où $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ et $n \in \mathbb{N}$.

1. a) Calculer $I_0(\theta)$.
   b) Calculer $I_1(\theta)$ en posant $t = sinx$.
2. En intégrant $I_n(\theta)$ par parties, déterminer $I_{n+2}(\theta)$ en fonction de $I_n(\theta)$.

Exercice 7 :

1) Calculer $\int_0^\theta \frac{1}{1+cos^2x}\, dx$ pour $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$ en posant $t = tanx$.
2) En déduire la valeur de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+cos^2x}\, dx$.
3) Montrer que $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{1+cos^2x}\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+cos^2x}\, dx$ et en déduire la valeur de $\int_0^\pi \frac{1}{1+cos^2x}\, dx$.
4) Calculer $\int_0^\pi \frac{x}{1+cos^2x}\, dx$ en posant $u = \pi - x$.

Exercice 8 : Soit $F(u) = \int_0^u \frac{1}{2+cosx}\, dx$, $u \in \mathbb{R}$.

1) En posant $t = tan\frac{x}{2}$, calculer $F(u)$ pour $u \in]-\pi, \pi[$.
2) Calculer $F(-\pi)$ et $F(\pi)$.
3) Montrer que pour tout $k \in \mathbb{Z}$: $F(u + 2k\pi) = F(u) + F(2k\pi)$, $\forall u \in \mathbb{R}$.

Exercice 9 : Calculer les primitives des fonctions suivantes:

a) $\frac{x+1}{(x-1)(x^2-2x+5)}$ b) $\frac{x^2+3x}{(x^2+1)(x+1)^2}$ c) $\frac{x^2+2}{x^3+1}$ d) $\frac{tanx}{1+cosx}$.