
CONTROLE D'ALGEBRE 3 (Rattrapage) SMA2 SMI2
Juin 2019

Exercice 1

Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice par rapport à la base canonique $B = (e_1, e_2, e_3)$ de \mathbb{R}^3 est

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Soit $u = (1, 0, -1)$, $v = (0, 1, 1)$ et $w = (1, 0, 1)$ des éléments de \mathbb{R}^3 .

1. Montrer que $B' = (u, v, w)$ est une base de \mathbb{R}^3 .
2. Déterminer la matrice de passage P de la base B à la base B' . Calculer son inverse à l'aide de la comatrice.
En déduire l'expression de e_1, e_2 et e_3 en fonction de u, v et w .
3. Déterminer la matrice N de f dans la base B' .
4. Déterminer (sans démonstration) la relation entre A et N . En déduire A^n .
5. Déterminer, en utilisant la définition, $M_{BB'}(f)$ la matrice de f relativement aux bases B et B' puis $M_{B'B}(f)$ la matrice de f relativement aux bases B' et B .