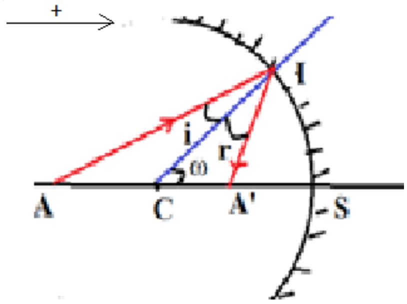
Epreuve d'optique géométrique

Durée : 1h 30min

Questions de cours (sous forme d'exercice) ***6 Points***

On considère un miroir sphérique $\sum$ de sommet S de centre C et de rayon de courbure $R = -\overline{SC}$,. Soit un rayon incident quelconque AI issu d'un point objet A, le rayon réfracté lui correspondant coupe l'axe optique en A' image du point A. On pose l'angle $\widehat{ICA'} = \omega$ et on note par $\boldsymbol{i}$ et $\boldsymbol{r}$ les angles d'incidence et de réflexion au point I,



1- Quelle est la concavité de ce miroir, convexe ou concave ?

2- Ecrire au point d'incidence I, la relation de Snell Descartes ou de la 2ème loi de la réflexion

3- En appliquant la relation des sinus aux angles des triangles *CAI et CA'I*, montrer que l'on peut avoir la relation suivante : $\dfrac{\overline{CA}}{\overline{\overline{IA}}} = -\dfrac{\overline{CA'}}{\overline{\overline{IA'}}}$.

4- Le miroir est éclairé maintenant dans les conditions de l'approximation de Gauss.

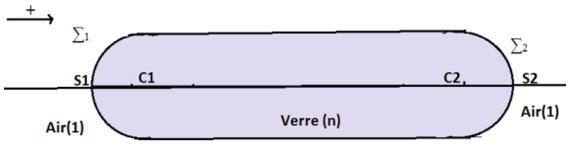
- **a-** Qu'appelle-t-on les conditions de l'approximation de Gauss.
- **b-** Ecrire la relation précédente dans ces conditions.
- **c-** En déduire la formule de conjugaison du miroir sphérique origine au sommet S.
- **d-** On désigne par F et F' les foyers objet et image de ce miroir sphérique $\sum$, déterminer alors en fonction de R ses distances focales objet $f = \overline{SF}$ et image $f' = \overline{SF'}$. Conclusion

5- On fait maintenant tendre le rayon de courbure R du miroir $\sum$ vers l'infini.

- **a-** Quel système optique simple passant par S, ainsi obtenu et que peut-t-on dire de son stigmatisme.
- **b-** Quelles sont alors les nouvelles positions de ses foyers F et F'. Qu'appelle-t-on alors ce type de système optique.
- **c-** Ecrire dans les conditions de l'approximation de Gauss la relation de conjugaison de ce nouveau système optique.

Problème ***14 Points***

Une baguette de verre d'indice n est limitée par deux calottes sphériques de centres C_1 et C_2, de sommets S_1 et S_2 et de même rayon de courbure $R = \overline{S_1C_1} = -\overline{S_2C_2}$. Cette baguette est placée dans l'air d'indice 1. La longueur de la baguette est donnée par $e = \overline{S_1S_2}$. On note par F_1 et F'_1 les foyers objet et image du dioptre sphérique Σ_1 et par F_2 et F'_2 ceux du dioptre sphérique Σ_2. On éclaire la baguette dans les conditions de l'approximation de Gauss.



A-1)-Quelle est la concavité de chacun des ces deux dioptres sphériques Σ_1 et Σ_2. Justifiez votre réponse

2)- Les deux dioptres sphériques Σ_1 et Σ_2 sont-ils convergents et/ou divergents. Justifiez votre réponse sans aucun calcul.

3)- Soit A un point objet sur l'axe optique et A' son image à travers la baguette dans les conditions de l'approximation de Gauss (*Figure 2*). En notant par A'_1 l'image intermédiaire de l'objet entre les deux dioptres, et en prenant l'origine au sommet, écrire les formules de conjugaison de position de chacun des ces deux dioptres sphériques Σ_1 et Σ_2.
4)-En déduire en fonction de n et R les distances focales objet et image (f_1, f'_1) et (f_2, f'_2) respectivement pour les deux dioptres sphériques Σ_1 et Σ_2.

$$\underset{(1)}{A} \xrightarrow{\Sigma_1} \underset{(n)}{A'_1} \xrightarrow{\Sigma_2} \underset{(1)}{A'}$$

Figure 2

B- Dans les conditions de l'approximation de Gauss, les deux dioptres sphériques Σ_1 et Σ_2 peuvent être assimilés à deux systèmes centrés Σ_1 et Σ_2 (*Figure 3*) respectivement de points principaux objet et image (H_1, H'_1) et (H_2, H'_2) et qui sont confondus avec leurs sommets S_1 et S_2. Ainsi, on peut donc assimiler cette baguette à l'association de ces deux systèmes centrés Σ_1 et Σ_2 qui sera équivalent à un système centré Σ de foyers principaux objet et image F et F', de points principaux objet et image H et H', de points nodaux objet et image N et N' et de distances focales principales objet et image $f = \overline{HF}$ et $f' = \overline{H'F'}$. On supposera par la suite que $n = 1{,}5$ et on notera par e la distance qui sépare les deux systèmes centrés Σ_1 et Σ_2 telle que $e = \overline{H'_1H_2} = \overline{S_1S_2} = x.R$.

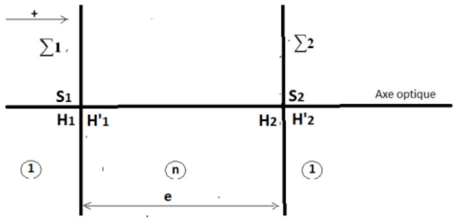


Figure 3

1)- Calculer en fonction de R, $f_1 = \overline{H_1F_1}$, $f_2 = \overline{H_2F_2}$, $f'_1 = \overline{H'_1F'_1}$ et $f'_2 = \overline{H'_2F'_2}$

2)- Exprimer l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ en fonction de f'_1, f_2 et e puis en fonction de x et R.

3)- On cherche la position de F par rapport à F_1, en appliquant la relation de Newton au système centré Σ_1, exprimer $\overline{F_1F}$ en fonction de f_1, f'_1 et Δ .

4)- On cherche la position de F' par rapport à F'_2, en appliquant la relation de Newton au système centré Σ_2, exprimer $\overline{F'_2F'}$ en fonction de f_2, f'_2 et Δ.

5)- On note respectivement par V_1, V_2 et V, les vergences des deux dioptres Σ_1 et Σ_2 et du système centré Σ équivalent à la baguette.
a- Ecrire la formule de Gullstrand dans ce cas.
b-Donner la distance focale objet f du système centré Σ équivalent à la baguette en fonction de f_1, f_2 et Δ.
c-Donner la distance focale image f' du système centré Σ équivalent à la baguette en fonction de f'_1, f'_2 et Δ.

6)- On cherche la position du point principal objet H du système centré Σ équivalent à la baguette par rapport au sommet H_1, exprimer alors $\overline{H_1H}$ en fonction de $\overline{H_1F_1}$, $\overline{F_1F}$ et $\overline{FH}$ puis en fonction de f_1, f'_1, f_2 et Δ

7)- On cherche la position du point principal image H' du système centré Σ équivalent à la baguette par rapport au sommet H'_2 exprimer alors $\overline{H'_2H'}$ en fonction de $\overline{H'_2F'_2}$, $\overline{F'_2F'}$ et $\overline{F'H'}$ puis en fonction de f'_1, f_2, f'_2 et Δ ..

8)- On cherche les positions des points nodaux objet et image N et N' du système centré Σ équivalent à la baguette respectivement par rapport à ses points principaux H et H'.

a- Donner les deux expressions de la vergence V du système centré Σ équivalent à la baguette et en déduire une relation entre f et f'.

b- Exprimer $\overline{HN}$ en fonction de f et f' et donner sa valeur. Conclusion.

c- Exprimer $\overline{H'N'}$ en fonction de f et f' et donner sa valeur. Conclusion.

9)- Donner la va leur de x pour que ce système centré Σ devienne afocal.

Corrigé de l'épreuve de l'optique géométrique

Exercice (5 points)

1- - $\boxed{0,50}$ - le miroir sphérique est **concave**

2- $\boxed{0,50}$ $r=-i$

3- $\boxed{1,50}$ En appliquant la relation des sinus aux deux triangles CAI et $CA'I$.

$$\frac{\overline{CA}}{\sin i}=\frac{\overline{IA}}{\sin(\pi-\omega)}=\frac{\overline{IA}}{\sin\omega} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{CA'}}{\sin r}=\frac{\overline{IA'}}{\sin\omega} \quad \Rightarrow \frac{\overline{CA}}{\overline{IA}\sin i}=\frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}\sin r}$$

En tenant compte de $\sin r=-\sin i \quad \Rightarrow \dfrac{\overline{CA}}{\overline{IA}}=-\dfrac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}$

4-

a- $\boxed{0,50}$ Rayons faiblement inclinées à l'axe optique ou rayons paraxiaux

b- $\boxed{0,50}$ Les points d'incidence I sont très proches ou très voisins du sommet S

$$\Rightarrow I\equiv S \Rightarrow \frac{\overline{CA}}{\overline{SA}}=-\frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

c- $\boxed{0,50}$ $\dfrac{\overline{CA}}{\overline{SA}}=-\dfrac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}} \Rightarrow \dfrac{\overline{CS}+\overline{SA}}{\overline{SA}}=-\dfrac{\overline{CS}+\overline{SA'}}{\overline{SA'}}$ d'où $\left(1+\dfrac{\overline{CS}}{\overline{SA}}\right)=-\left(1+\dfrac{\overline{CS}}{\overline{SA'}}\right)$

Ce qui implique $\dfrac{1}{\overline{SA}}+\dfrac{1}{\overline{SA'}}=\dfrac{2}{\overline{SC}}$

d- $\boxed{0,75}$ $f=\overline{SF}=\dfrac{-R}{2}$ et $f'=\overline{SF'}=\dfrac{-R}{2} \Rightarrow F\equiv F'$

5-.

a- $\boxed{0,50}$ miroir plan qui est rigoureusement stigmatique

b- $\boxed{0,50}$ les foyers sont rejetés à l'infini, le système optique ainsi obtenu (miroir plan) est afocal.

c- $\boxed{0,50}$ $\dfrac{1}{\overline{SA}}+\dfrac{1}{\overline{SA'}}=0$

Problème

1-

$\boxed{0,50}$ - Le Dioptre Σ_1 est **convexe** car $\overline{S_1C_1}>0$

$\boxed{0,50}$ -. Le Dioptre Σ_2 est **concave** car $\overline{S_2C_2}<0$

2- $\boxed{0,50}$ - Le Dioptre Σ_1 est **convergent** car son centre est placé dans le milieu le plus réfringent ou $\overline{S_1C_1}$ et $(n-1)$ sont de mêmes signes

$\boxed{0,50}$ -Le Dioptre Σ_2 est **convergent** car son centre est placé dans le milieu le plus réfringent ou $\overline{S_2C_2}$ et $(1-n)$ sont de mêmes signes

3-

$\boxed{0,50}$ $\dfrac{1}{\overline{S_1A}} - \dfrac{n}{\overline{S_1A_1}} = \dfrac{1-n}{\overline{S_1C_1}}$ ou $\dfrac{1}{\overline{S_1A}} - \dfrac{n}{\overline{S_1A_1}} = \dfrac{1-n}{R}$

$\boxed{0,50}$ $\dfrac{n}{\overline{S_2A_1}} - \dfrac{1}{\overline{S_2A'}} = \dfrac{n-1}{\overline{S_2C_2}}$ ou $\dfrac{n}{\overline{S_2A_1}} - \dfrac{1}{\overline{S_2A'}} = \dfrac{n-1}{-R}$

4- - Pour le dioptre sphérique Σ_1, $f_1 = \overline{S_1F_1} = \dfrac{-R}{n-1}$ $\boxed{0,50}$ et $f_1' = \overline{S_1F'_1} = \dfrac{nR}{n-1}$ $\boxed{0,50}$ -

-Pour le dioptre sphérique Σ_2 $f_2 = \overline{S_2F_2} = \dfrac{-nR}{n-1}$ $\boxed{0,50}$ et $f'_2 = \overline{S_2F'_2} = \dfrac{R}{n-1}$ $\boxed{0,50}$

B- 1)- $f_1 = \overline{S_1F_1} = -2R$ $\boxed{0,25}$ et $f_1' = \overline{S_1F'_1} = 3R$ $\boxed{0,25}$

$f_2 = \overline{S_2F_2} = -3R$ $\boxed{0,25}$ et $f'_2 = \overline{S_2F'_2} = 2R$ $\boxed{0,25}$

2)- $\Delta = -f'_1 + e + f_2$ $\boxed{0,50}$ $\Rightarrow \Delta = (x-6)R$ $\boxed{0,50}$

3)- Soi le schéma synoptique suivant :

$$F \xrightarrow{\Sigma_1} F_2 \xrightarrow{\Sigma_2} \infty$$

$\overline{F_1F} \times \overline{F'_1F_2} = f_1 f'_1$ $\Rightarrow \overline{F_1F} = \dfrac{f_1 \times f'_1}{\Delta}$ $\boxed{0,75}$

4)- Soi le schéma synoptique suivant :

$$\infty \xrightarrow{\Sigma_1} F'_1 \xrightarrow{\Sigma_2} F'$$

$\overline{F_2F'_1} \times \overline{F'_2F'} = f_2 \times f'_2$ $\Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\dfrac{f_2 \times f'_2}{\Delta}$ $\boxed{0,75}$

5)-

a- $V = V_1 + V_2 - \dfrac{e}{n} V_1.V_2$ $\boxed{0,50}$

b- $f = \overline{HF} = \dfrac{f_1 \times f_2}{\Delta}$ $\boxed{0,50}$

c- $f' = \overline{H'F'} = -\dfrac{f'_1 \times f'_2}{\Delta}$ $\boxed{0,50}$

6)- $\overline{H_1H} = \overline{H_1F_1} + \overline{F_1F} + \overline{FH}$ $\Rightarrow \overline{H_1H} = f_1 + \dfrac{f_1 f'_1}{\Delta} - \dfrac{f_1 f_2}{\Delta} = \dfrac{f_1}{\Delta}(f'_1 - f_2) + f_1$ $\boxed{0,75}$

7)- $\overline{H'_2H'} = \overline{H'_2F'_2} + \overline{F'_2F'} + \overline{F'H'}$ $\Rightarrow \overline{H'_2H'} = f'_2 - \dfrac{f_2 f'_2}{\Delta} + \dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta} = \dfrac{f'_2}{\Delta}(f'_1 - f_2) + f'_2$ $\boxed{0,75}$

8)- a- $V = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{-1}{f} \Rightarrow f' = -f$ $\boxed{0,50}$

b- $\Rightarrow \overline{HN} = \overline{HF} + \overline{FN} = f + f' = 0$ $\boxed{0,50}$ $\Rightarrow N \equiv H$ $\boxed{0,25}$

$\Rightarrow \overline{H'N'} = \overline{H'F'} + \overline{F'N'} = f' + f = 0$ $\boxed{0,50}$ $\Rightarrow N' \equiv H'$ $\boxed{0,25}$

9)- Pour que ce système soit afocal il faut que ses foyers F et F' soient rejetés à l'infini $\boxed{0,25}$ $\Rightarrow \Delta = 0$

$\Rightarrow$ $x = 6$ $\boxed{0,25}$