Note de l'enseignant :

/ 21

SMP2-SMC2 - *Session normale*

N° Exam : …………….	**Nom Prénom :** ………………………………………………
CNE : ……………………………….	**Filière :** …………………………..

Epreuve d'optique géométrique
Durée : 1h 30min

29 Juin 2021

Questions de cours :

1- Est-il possible de construire un système afocal à partir de deux systèmes optiques (S1) et (S2) de foyers principaux objet et image (F1, F'1) et (F2, F'21) respectivement ? Si oui expliquer comment.

Il est possible de construire un système (S) afocal à partir de deux systèmes centrés à foyers (S1) et (S2).
En les rassemblant de telle façon que : le foyer image de (S1) coïncide avec le foyer objet F2 de (S2). Dans ce cas l'intervalle optique est nulle (Δ = 0)

2- Un objet AB est placé dans le plan principal objet d'un système centré. Quel est le grandissement linéaire de l'image A'B' ? Où se forme cette image ?

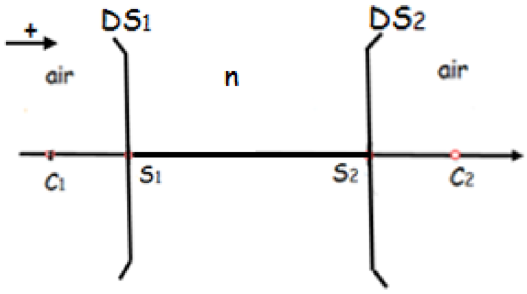
Le grandissement linéaire : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$, L'image se trouve dans le plan principal image.

3- Une lentille est un système centré à foyer. Donner la position des points principaux d'une lentille mince ?

Les points principaux d'une lentille mince sont confondus avec son centre optique.

Problème :

On considère un système optique centré (S) formé de deux dioptres sphériques DS_1 et DS_2 respectivement de sommets S_1 et S_2, de centres C_1 et C_2, de foyers objet et image (F_1, F'_1) et (F_2, F'_2) et de distances focales objet et image (f_1, f'_1) et (f_2, f'_2). Ces deux dioptres sont séparés par un milieu d'indice **n = 3/2** et placés dans l'air d'indice **1** (voir figure ci-contre).



On donne : $\overline{S_2C_2} = -\overline{S_1C_1} = R$; $e = \overline{S_1S_2} = 3R$, avec R > 0.

Soit (**AB**) un objet et (**A'B'**) son image à travers le système. On notera (A_1B_1) l'image intermédiaire

Les conditions de l'approximation de Gauss sont satisfaites.

1. a- Exprimer la vergence V_1 du dioptre DS_1 en fonction de n et R puis en fonction de R, en déduire sa nature.

$V_1 = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} = \frac{1-n}{R} \Rightarrow V_1 = -\frac{1}{2\,R}$, $V_1 < 0 \Rightarrow$ Le dioptre sphérique DS_1 est divergent.

b- En déduire en fonction de R ses distances focales objet f_1 et image f'_1.

On a : $V_1 = \frac{n}{f'_1} = -\frac{1}{f_1}$

$\Rightarrow f_1 = -\frac{1}{V_1} = 2\,R$ et $f'_1 = \frac{n}{V_1} = -2\,n\,R = -3\,R$

2. a- Exprimer la vergence V_2 du dioptre DS_2 en fonction de n et R puis en fonction de R, en déduire sa nature.

$V_2 = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}} = \frac{1-n}{R} \Rightarrow V_2 = -\frac{1}{2\,R}$, $V_2 < 0 \Rightarrow$ Le dioptre sphérique DS_1 est divergent.

b- En déduire en fonction de R ses distances focales objet f_2 et image f'_2.

On a : $V_2 = \frac{1}{f'_2} = -\frac{n}{f_2}$

$\Rightarrow f_2 = -\frac{n}{V_2} = 2\,n\,R = 3\,R$ et $f'_2 = \frac{1}{V_2} = -2\,R$

3. a- Exprimer en fonction de f'_1, f_2 et **e**, puis en fonction de R l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ du système S résultant de l'association des deux dioptres DS_1 et DS_2 .

$\Delta = \overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1S_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2F_2} = -f'_1 + e + f_2 \Rightarrow \Delta = 9\,R$

b- En utilisant la formule de Gullstrand, exprimer la vergence V_S du système optique centré (S) en fonction de f'_1 ; f'_2 et Δ, puis en fonction de R. En déduire sa nature ?

D'après la formule de Gullstrand : $V_S = V_1 + V_2 - \frac{e\,V_1V_2}{n}$

$V_1 = \frac{n}{f'_1}$: La vergence du 1[er] dioptre;

$V_2 = \frac{1}{f'_2}$: La vergence du 2[ème] dioptre,

$e = \overline{H'_1H_2} = \overline{S_1S_2}$ est l'épaisseur du système centré ou interstice optique.

$V_S = \frac{n}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{n}\frac{n}{f'_1}\frac{1}{f'_2} = \frac{nf'_2 + f'_1 - e}{f'_1\,f'_2} = \frac{-f_2 + f'_1 - e}{f'_1\,f'_2} = \frac{-\Delta}{f'_1\,f'_2}$

$\Rightarrow V_S = -\frac{3}{2\,R}$, $V_S < 0 \Rightarrow$ Le système centré est divergent.

c- En déduire en fonction de R ses distances focales image f' et objet f.

$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} \Rightarrow f = -\frac{1}{V} = \frac{2\,R}{3}$ et $f' = \frac{1}{V} = -\frac{2\,R}{3}$

4. a- Exprimer la position $\overline{F_1F}$ du foyer principal objet en fonction de $\boldsymbol{f_1}, \boldsymbol{f'_1},$ et Δ puis en fonction de R. En déduire en fonction de R l'expression de $\overline{S_1F}$.

Foyer objet F du système :

$$\underset{1}{\boldsymbol{A \equiv F}} \xrightarrow{\quad DS_1 \quad} \underset{n}{\boldsymbol{A_1 \equiv F_2}} \xrightarrow{\quad DS_2 \quad} \underset{1}{\boldsymbol{A' \equiv \infty}}$$

F et F_2 sont conjugués à travers le 1er dioptre.

D'après la formule de Newton : $\overline{F_1F}.\overline{F'_1F_2} = f_1f'_1 \Rightarrow \overline{F_1F} = \frac{f_1f_1'}{\Delta}$

$\Rightarrow \overline{F_1F}$ = - $\frac{\boldsymbol{2\,R}}{\boldsymbol{3}}$ $\Rightarrow \overline{S_1F}$ = $\overline{S_1F_1}$ + $\overline{F_1F}$ $=f_1$ + $\overline{F_1F}$ $\Rightarrow$ $\overline{S_1F}$ = $\frac{\boldsymbol{4\,R}}{\boldsymbol{3}}$

b- Exprimer la position $\overline{F'_2F'}$ du foyer principal image du système en fonction de $\boldsymbol{f_2}, \boldsymbol{f'_2},$ et Δ, puis en fonction de R. En déduire en fonction de R l'expression de $\overline{S_2F'}$.

Foyer image F' du système :

$$\underset{1}{\boldsymbol{A \equiv \infty}} \xrightarrow{\quad DS_1 \quad} \underset{n}{\boldsymbol{A_1 \equiv F'_1}} \xrightarrow{\quad DS_2 \quad} \underset{1}{\boldsymbol{A' \equiv F'}}$$

F'_1 et F' sont conjugués à travers le 2ème dioptre, la formule de Newton donne :

$\overline{F_2F'_1}.\overline{F'_2F'} = f_2f'_2 \;\Rightarrow\; \overline{F'_2F'} = -\frac{f_2f_2'}{\Delta}$

$\Rightarrow \overline{F'_2F'} = \frac{\boldsymbol{2\,R}}{\boldsymbol{3}}$ $\Rightarrow \overline{S_2F'}$ = $\overline{S_2F'_2}$ + $\overline{F'_2F'}$ = f'_2 + $\overline{F'_2F'}$ $\Rightarrow$ $\overline{S_2F'}$ = - $\frac{\boldsymbol{4\,R}}{\boldsymbol{3}}$

5. a- Exprimer la position $\overline{F_1H}$ du point principal objet en fonction de $\boldsymbol{f_1}, \boldsymbol{f'_1}, \boldsymbol{f}$ et Δ, puis en fonction de R. En déduire en fonction de R l'expression de $\overline{S_1H}$.

On a : $\overline{F_1H} = \overline{F_1F} + \overline{FH}$ = $\overline{F_1F}$ – f = $\frac{f_1f_1'}{\Delta}$ – f

$\Rightarrow \overline{F_1H}$ = - $\frac{\boldsymbol{4\,R}}{\boldsymbol{3}}$ $\Rightarrow \overline{S_1H}$ = $\overline{S_1F_1}$ + $\overline{F_1H}$ = $\boldsymbol{f_1}$ - $\frac{\boldsymbol{4\,R}}{\boldsymbol{3}}$ $\Rightarrow$ $\overline{S_1H}$ = $\frac{\boldsymbol{2\,R}}{\boldsymbol{3}}$

b- Exprimer la position $\overline{F'_2H'}$ du point principal image en fonction de $\boldsymbol{f_2}, \boldsymbol{f'_2}, \boldsymbol{f'}$ et Δ, puis en fonction de R. En déduire en fonction de R l'expression de $\overline{S_2H'}$.

On a : $\overline{F'_2H'} = \overline{F'_2F'} + \overline{F'H'}$ = $\overline{F'_2F'}$ – f' = - $\frac{f_2f_2'}{\Delta}$ – f'

$\Rightarrow \overline{F'_2H'}$ = $\frac{\boldsymbol{4\,R}}{\boldsymbol{3}}$ $\Rightarrow \overline{S_2H'}$ = $\overline{S_2F'_2}$ + $\overline{F'_2H'}$ = $\boldsymbol{f'_2}$ + $\frac{\boldsymbol{4\,R}}{\boldsymbol{3}}$ $\Rightarrow$ $\overline{S_2H'}$ = - $\frac{\boldsymbol{2\,R}}{\boldsymbol{3}}$

6. Que peut – on dire des points nodaux **N** et **N'** ?

On a : $\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f'$

Les milieux extrêmes sont identiques, alors $f + f' = 0$ $\Rightarrow$ N ≡ H et N' ≡ H'

7. Déterminer par deux méthodes la position du centre optique O du système centré ?

<u>1ère Méthode :</u>

$$\underset{1}{N} \xrightarrow{DS_1} \underset{n}{O} \xrightarrow{DS_2} \underset{1}{N'}$$

N et O sont conjugués par le dioptre DS_1 : $\frac{n}{\overline{S_1O}} - \frac{1}{\overline{S_1N}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} \Rightarrow \overline{S_1O} = \frac{n\overline{S_1N}.\overline{S_1C_1}}{\overline{S_1C_1}+(n-1)\overline{S_1N}}$

Avec $\overline{S_1N}$ = $\overline{S_1H}$ = $\frac{2R}{3}$, n = $\frac{3}{2}$ et $\overline{S_1S_2} = 3R$, on trouve : $\overline{S_1O} = \frac{3R}{2}$

$\Rightarrow$ O est au milieu du segment$[S_1,S_2]$.

<u>1ème Méthode :</u>

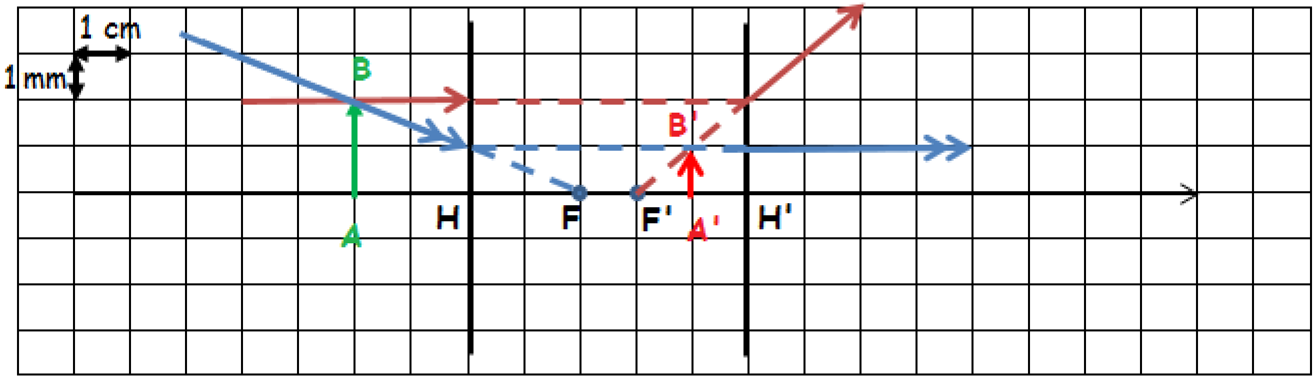
Le centre optique O est donné par la relation : $\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}} = \frac{-R}{R} = -1 \Rightarrow \overline{OS_1} = -\overline{OS_2}$

$\Rightarrow$ O est au milieu du segment$[S_1,S_2]$.

8. a- Pour R = 3 cm, calculer : $\overline{S_1S_2}$; $\overline{S_1F}$; $\overline{S_2F'}$; $\overline{S_1H}$ et $\overline{S_2H'}$

$\overline{S_1S_2}$ = 9 cm ; $\overline{S_1F}$ = 4 cm ; $\overline{S_2F'}$ = - 4 cm ; $\overline{S_1H}$ = 2 cm et $\overline{S_2H'}$ = - 2 cm.

b- Faire un schéma équivalent du système centré en utilisant seulement les points cardinaux (F, F', H, H'). Construire l'image A'B' d'un objet AB de hauteur h = 2 mm placé à 2 cm devant le plan principal objet ($\overline{HA}$ = - 2 cm).



c- En utilisant la formule de conjugaison du système centré avec origine aux points principaux, retrouver la position de l'image A'B' par calcul et donner son grandissement linéaire γ.

La relation de conjugaison du système centré : $\frac{n_s}{\overline{H'A'}} - \frac{n_e}{\overline{HA}} = \frac{1}{f'}$

Or : $n_s = n_e = 1 \Rightarrow \frac{1}{\overline{H'A'}} - \frac{1}{\overline{HA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{H'A'} = \frac{f'\,\overline{HA}}{f' + \overline{HA}}$

AN : $\overline{HA}$ = - 2 cm ; f' = - 2 cm $\Rightarrow \overline{H'A'} = -1$ cm.

Le grandissement linéaire : $\gamma = \frac{n_e}{n_s}\frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{2}$