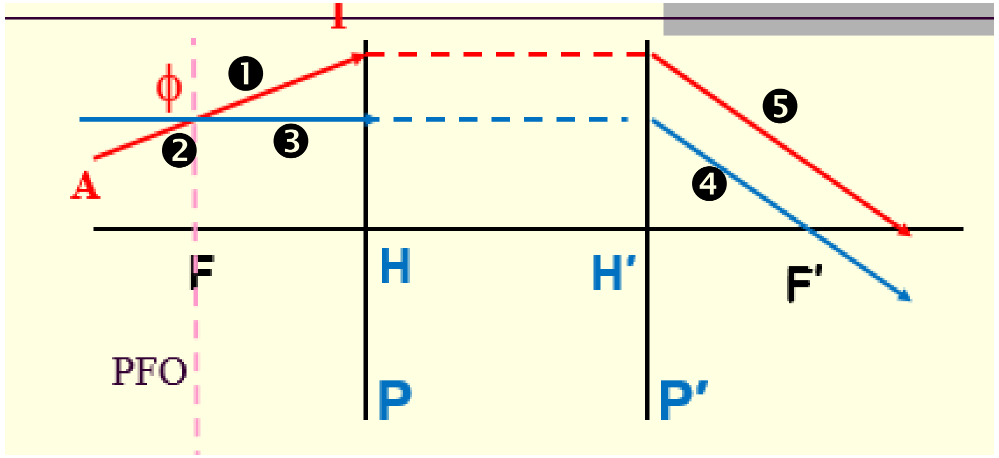
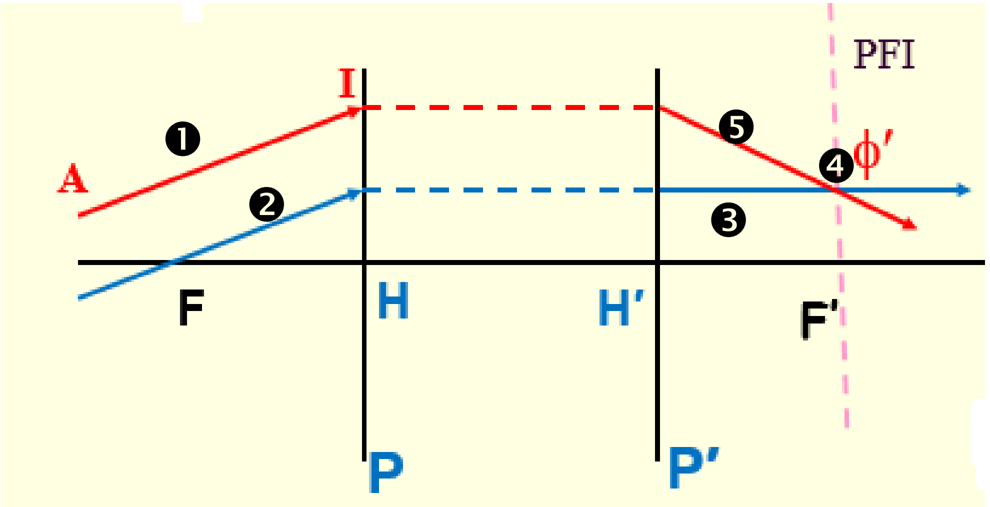
Construction de l'émergent correspondant à un incident quelconque dans un système centré (F,H,F',H')

a) En utilisant le foyer secondaire objet ϕ



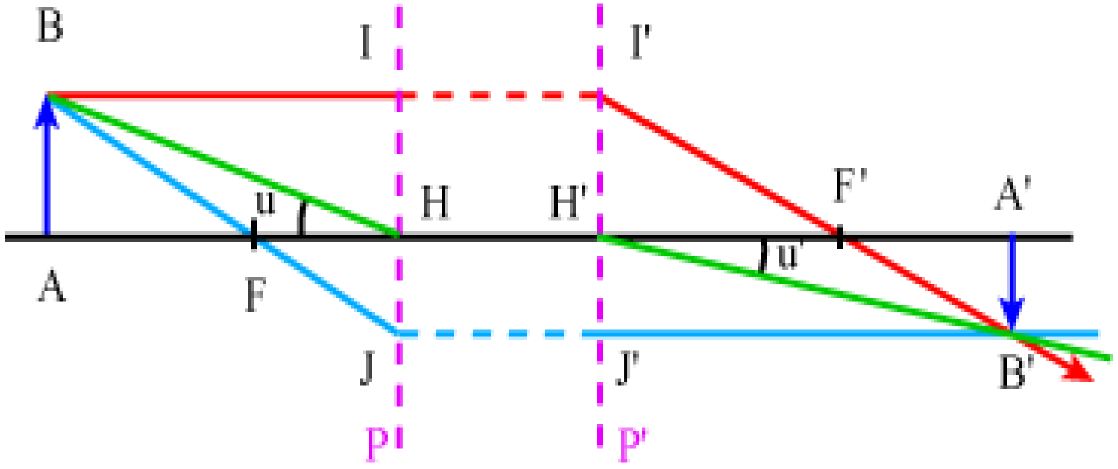
b) En utilisant le foyer secondaire image ϕ'



Formules de conjugaison des systèmes centrés

Origine aux points principaux

Formule de conjugaison



$\overline{HA} = p$ et $\overline{H'A'} = p'$

Les triangles JFH et JBI étant semblables on peut écrire:

$$\boxed{\frac{\overline{JH}}{\overline{JI}}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{IB}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} = \frac{f}{p}$$

de même pour les triangles I'H'F' et I'J'B' on écrira:

$$\frac{\overline{H'I'}}{\overline{J'I'}} = \boxed{\frac{\overline{HI}}{\overline{JI}}} = \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}} = \frac{f'}{p'} \Rightarrow \frac{\overline{JH} + \overline{HI}}{\overline{JI}} = 1 = \frac{f}{p} + \frac{f'}{p'}$$

$$\frac{f'}{\overline{H'A'}} + \frac{f}{\overline{HA}} = 1$$

Or $\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$ $\Rightarrow$

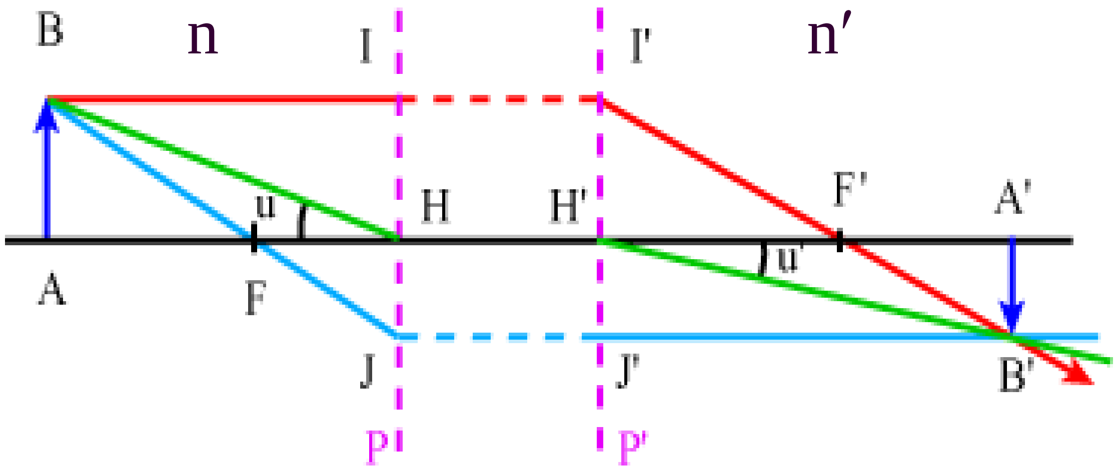
$$\frac{n'}{\overline{H'A'}} - \frac{n}{\overline{HA}} = V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

Relation de Descartes

Relations avec origine au points principaux

Le grandissement linéaire

Origine aux points principaux



Formule de Lagrange-Helmoltz :

$$n\,\overline{HI}\,u = n'\,\overline{H'I'}\,u'$$

$\overline{HI}=\overline{H'I'}$

$$u = \frac{\overline{AB}}{\overline{HA}} \qquad u' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'A'}}$$

***u* < 0 et *u'* < 0**

$$n\frac{\overline{AB}}{\overline{HA}} = n'\frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'A'}}$$

$$\boxed{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = \gamma}$$

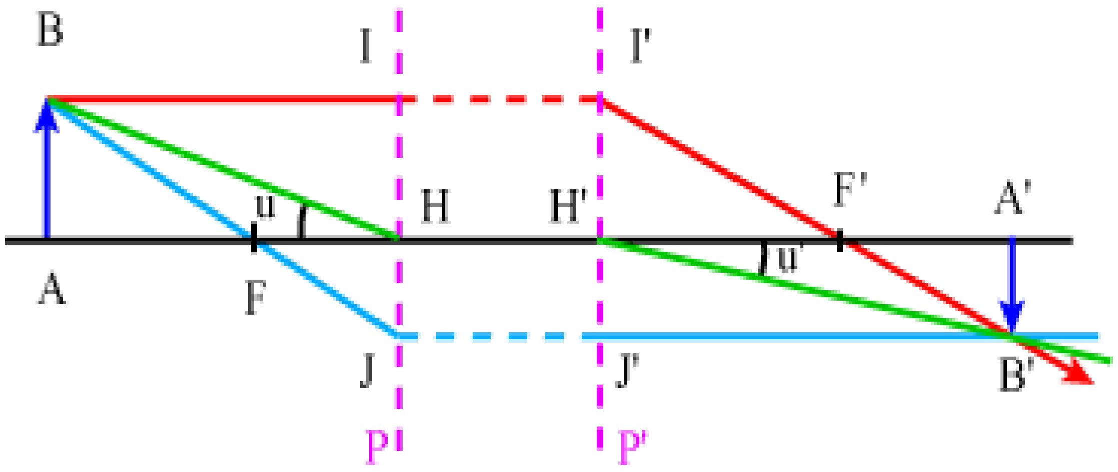
Relations avec origine aux foyers

Triangles FHJ et FAB

$$\frac{\overline{FH}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{HJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Triangles F'H'I' et F'A'B'

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'I'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

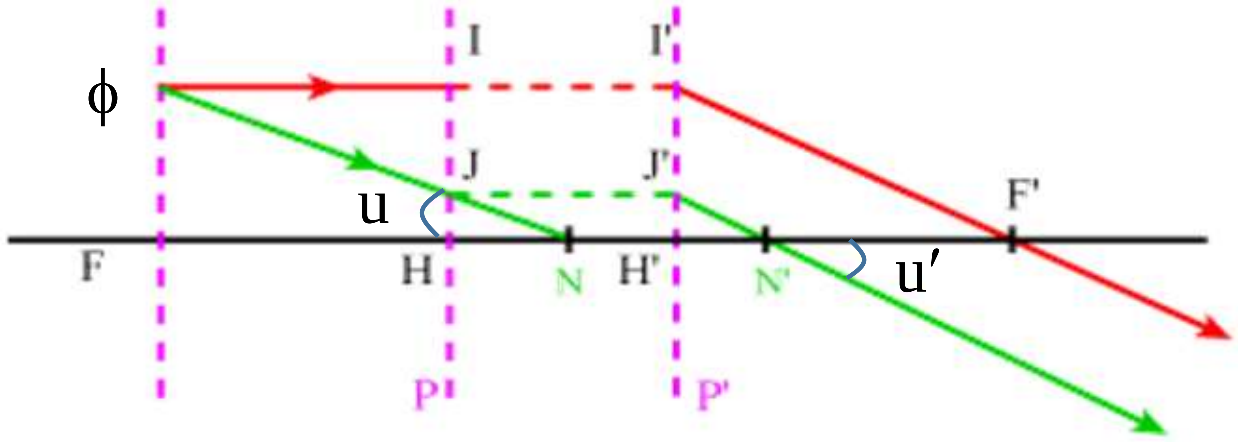


$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = f.f'$$

Les points nodaux

- Les points nodaux N et N′ sont deux points conjugués (uniques) sur l'axe tels qu'à tout incident passant par N correspond un émergent passant par N′ et parallèle à l'incident.



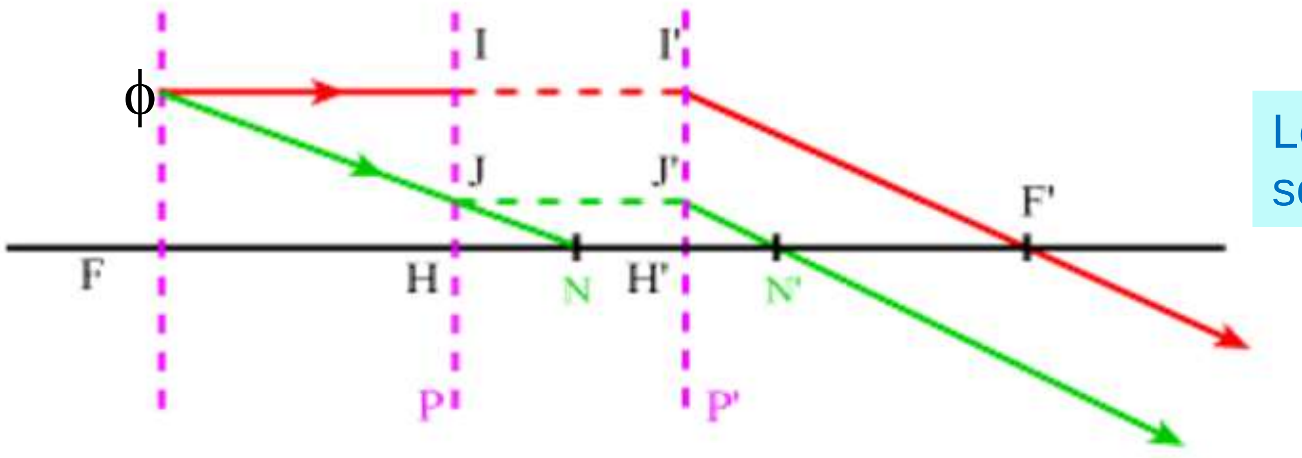
$$u = u'$$

Le grandissement angulaire:

$$G = \frac{u'}{u} = 1$$

$N \xrightarrow[\text{centré}]{\text{Système}} N'$ / $G = 1$

Relations entre les points principaux et les points nodaux



Les triangles FϕN et I'H'F' sont égaux :

$$\overline{FN} = \overline{H'F'} = f'$$

Les triangles HNJ et H'N'J' sont égaux :

$$\overline{HN} = \overline{H'N'}$$

$$\overline{F'N'} = \overline{HF} = f$$

D'autre part $\overline{HN} = \overline{HF} + \overline{FN} = \overline{HF} + \overline{H'F'}$ $\Rightarrow$ $\overline{HN} = f + f'$

$$\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f'$$

Dans le parallélogramme NJJ'N' : $\overline{NN'} = \overline{JJ'} = \overline{HH'}$

Si les milieux extrêmes sont identiques (f = - f') : H ≡ N et H' ≡ N'

Points nodaux N et N' et les grandissements G et γ

- **N** et **N'** sont tels que le grandissement angulaire $G = 1$:

$$N \longrightarrow N' \quad / \quad G = u'/u = 1$$

D'après la relation de Lagrange-Helmholtz :

$$u.\overline{AB}.n = u'.\overline{A'B'}.n'$$

$$\boxed{G\gamma = \frac{n}{n'}}$$

On a alors pour N et N' ($G = 1$) :

$$\boxed{G\gamma = \frac{n}{n'} = \gamma}$$

Si en plus les milieux extrêmes sont identiques ($n = n'$) alors : $\gamma = 1$
dans ce cas : $N \equiv H$ et $N' \equiv H'$

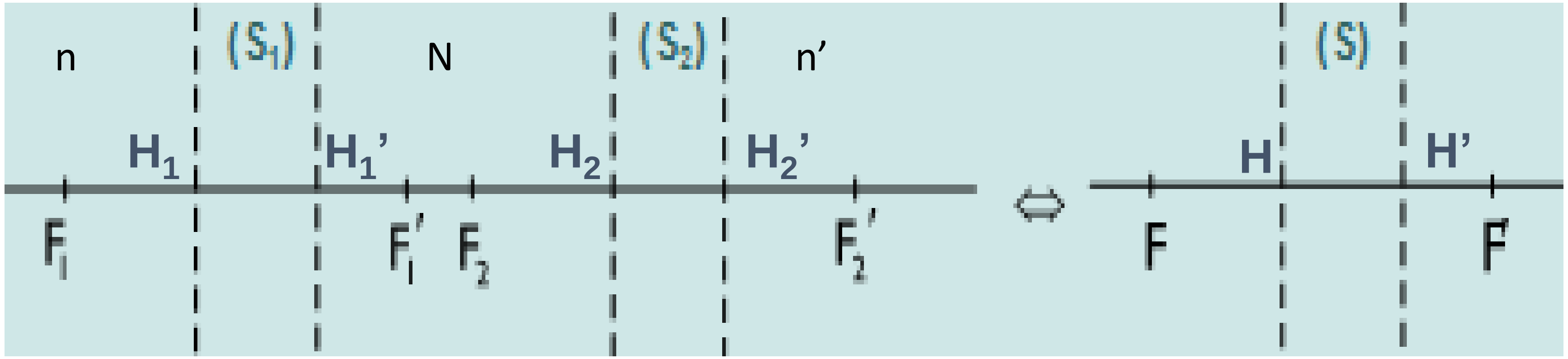
Exemple : Pour le **dioptre sphérique** : $H \equiv H' \equiv S$

$$\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f' = \overline{SN} = \overline{SN'} = \overline{SF} + \overline{SF'} = \frac{n}{n - n'}\overline{SC} + \frac{n'}{n' - n}\overline{SC} = \overline{SC}$$

$$N \equiv C \equiv N'$$

Association de deux systèmes centrés

Position du problème:



$$\begin{cases} (S_1) : (H_1, H'_1, F_1, F'_1) \\ (S_2) : (H_2, H'_2, F_2, F'_2) \end{cases} \Longleftrightarrow \quad (S) : (H, H', F, F') \ ?$$

$\overline{H_1F_1} = f_1$ $\qquad \overline{H'_1F'_1} = f'_1$

$\overline{H_2F_2} = f_2$ $\qquad \overline{H'_2F'_2} = f'_2$

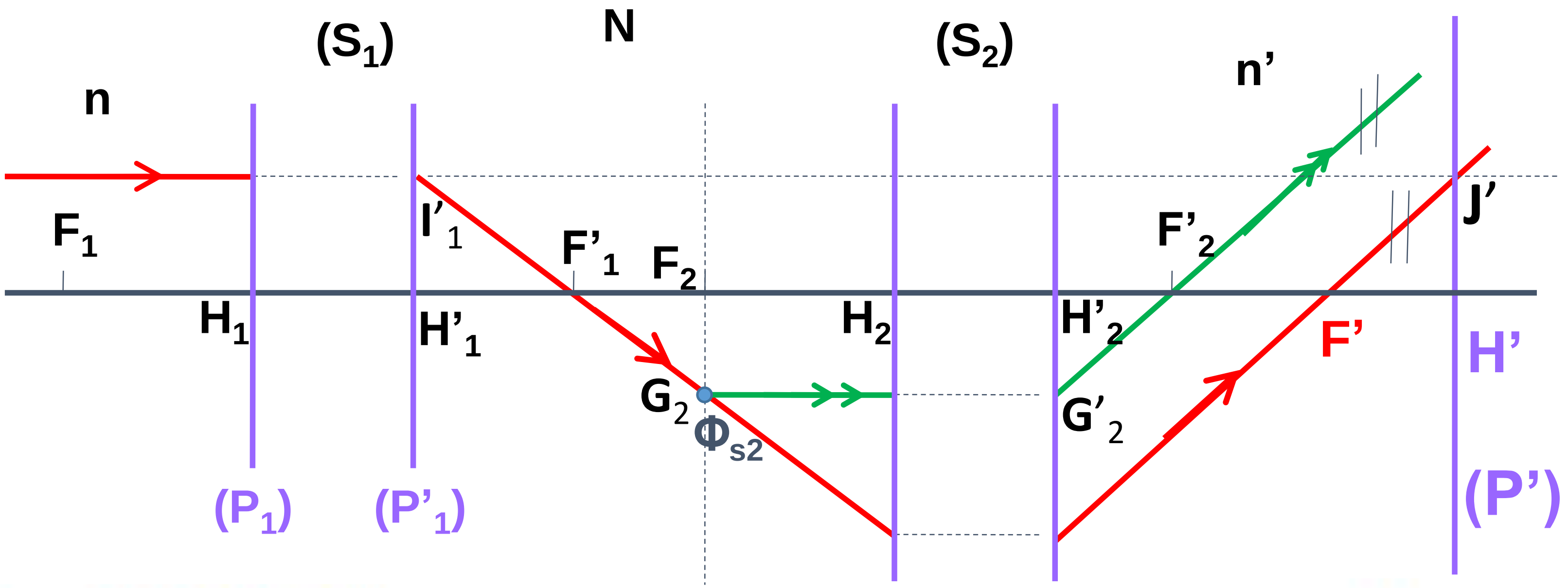
$\overline{HF} = f$ $\qquad \overline{H'F'} = f'$

$e = \overline{H'_1 H_2}$ est l'interstice optique ou l'épaisseur du système

$\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ est appelé intervalle optique du système (S)

Foyer image F' et point principal image H'

$$A \equiv \infty \xrightarrow{(S_1)} F'_1 \xrightarrow{(S_2)} F'$$



triangles semblables ($F_2G_2F'_1$) et ($H'_1I'_1F'_1$) :

$$\frac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{H'_1F'_1}} = \frac{\overline{G_2F_2}}{\overline{H'_1I'_1}} = \boxed{\frac{\overline{G'_2H'_2}}{\overline{H'J'}} = \frac{\Delta}{f'_1}}$$

triangles semblables ($J'H'F'$) et ($H'_2G'_2F'_2$)

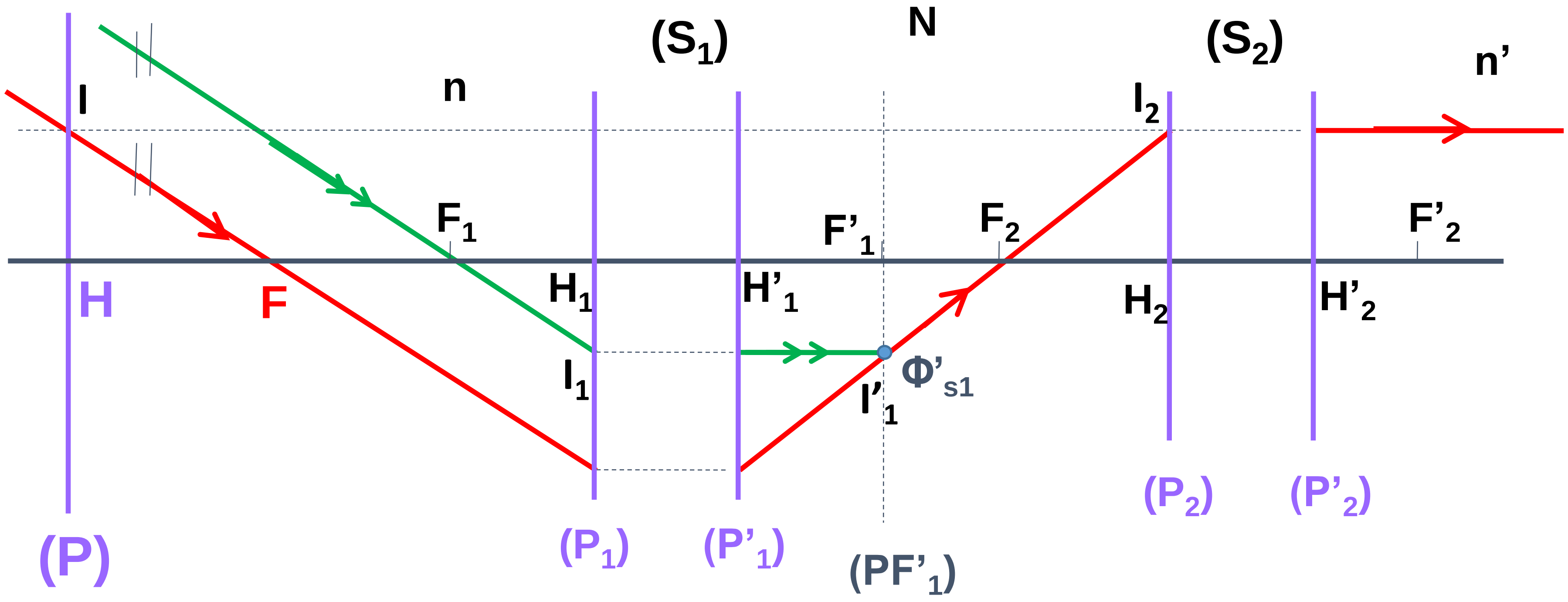
$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{F'_2H'_2}} = \boxed{\frac{\overline{H'J'}}{\overline{G'_2H'_2}} = -\frac{f'}{f'_2}}$$

$$-\frac{\Delta}{f'_1}\frac{f'}{f'_2} = 1$$

$$\overline{H'F'} = f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$$

Foyer objet F et point principal objet H

$$A \equiv F \xrightarrow{(S_1)} F_2 \xrightarrow{(S_2)} A' \equiv \infty$$



Triangles semblables (HFI) et ($F_1H_1I_1$)

$$\frac{\overline{HF}}{\overline{H_1F_1}} = \boxed{\frac{\overline{HI}}{\overline{H_1I_1}} = \frac{f}{f_1}}$$

Triangles semblables ($F_2H_2I_2$) et ($F'_1F_2I'_1$)

$$\frac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{H_2F_2}} = \frac{\overline{F'_1I'_1}}{\overline{H_2I_2}} = \boxed{\frac{\overline{H_1I_1}}{\overline{HI}} = \frac{\Delta}{f_2}}$$

$$\frac{f}{f_1}\frac{\Delta}{f_2} = 1$$

$$\overline{HF} = f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$