**Epreuve d'Optique géométrique Filière SM2**
**Session de rattrapage**
**Durée : 1h30**

## I- Exercice :

Un prisme, placé dans l'air, possède un angle au sommet de 60°. L'angle de déviation minimum est de 38,93°.

**1-** Donner sans démonstration les formules du prisme
**2-** Quel est l'angle d'incidence sur la 1ère face ?
**3-** Quel est l'angle de réfraction de la 1ère face?
**4-** Quel est l'indice de réfraction du prisme ?

## II- Problème

**A-** On dispose d'un verre d'indice n = 1,5 dans lequel on veut tailler deux lentilles **minces** $\mathbf{L_1}$ et $\mathbf{L_2}$. Elles seront utilisées dans l'air. On suppose les conditions de Gauss satisfaites.

1- $\mathbf{L_1}$ est biconvexe (**Figure 1**), formée de deux dioptres sphériques de rayons de courbure **R**, de distance focale image $\mathbf{f'_1 = 10cm}$.
 a- Déterminer la vergence du 1er dioptre en fonction de **n** et **R**.
 b- Déterminer la vergence du 2ème dioptre en fonction de **n** et **R.**
 c- A l'aide de la formule de Gullstrand, déterminez **R**.

2- Même question pour $\mathbf{L_2}$ qui est biconcave (**Figure 2**), formée de deux dioptres sphériques de rayons de courbure $\mathbf{R'}$, de distance focale image $\mathbf{|f'_2| = 10cm}$.

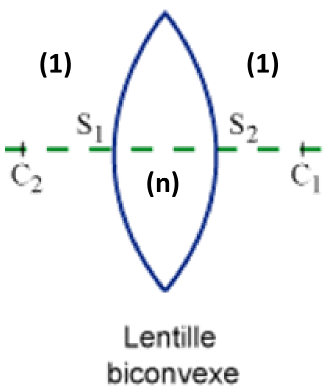



**Figure 1**

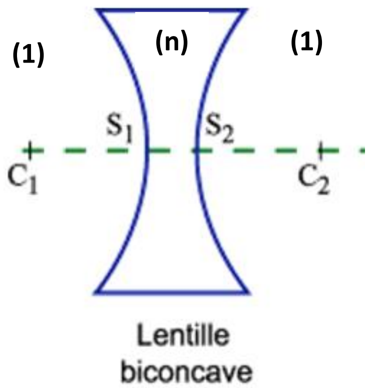



**Figure 2**

**B-** On associe ces deux lentilles pour former un doublet. La lentille $\mathbf{L_1}$ de centre optique $\mathbf{O_1}$ et de foyers principaux ($\mathbf{F_1, F'_1}$ ). La lentille $\mathbf{L_2}$ de centre optique $\mathbf{O_2}$ et de foyers principaux ($\mathbf{F_2, F'_2}$ ).

**1-** On suppose dans un premier temps que les deux lentilles sont accolées.

- **a-** Ecrire la vergence **V** de l'ensemble $\mathbf{L_1 + L_2}$.
- **b-** Quelle est alors la distance focale image $\mathbf{f'}$ de cet ensemble ? En déduire sa nature.

**2-** Les deux lentilles ne sont pas accolées. Le doublet ainsi formé a pour symbole **(1, 2, -1)**

- **a-** Calculer la distance $\mathbf{e} = \overline{\mathbf{O_1O_2}}$.
- **b-** Ecrire la vergence **V** du doublet. En déduire la distance focale image $\mathbf{f'}$ du doublet. Quelle est la nature de ce dernier ?
- **c-** Montrer que les positions des foyers objet **F** et image $\mathbf{F'}$ sont données par les relations suivantes : $\overline{F_1F} = \frac{f_1f'_1}{\Delta}$ et $\overline{F'_2F'} = -\frac{f_2f'_2}{\Delta}$.
- **d-** Calculer alors la position de **F** par rapport à $\mathbf{O_1}$ et la position de $\mathbf{F'}$ par rapport à $\mathbf{O_2}$.
- **e-** Trouver la position des points principaux **H** et $\mathbf{H'}$ du doublet par rapport $\mathbf{O_1}$ et $\mathbf{O_2}$ respectivement.
- **f-** En utilisant la formule de Lagrange-Helmholtz, déterminer la position des points nodaux **N** et $\mathbf{N'}$ du doublet par rapport $\mathbf{O_1}$ et $\mathbf{O_2}$ respectivement.
- **g-** Trouver la position du centre optique **O** du doublet par rapport à $\mathbf{O_1}$.
- **h-** Tracer la marche des rayons permettant de trouver la position des plans principaux **P** et $\mathbf{P'}$ du doublet.

**Corrigé de l'examen (7 Juillet 2011)**

**Optique géométrique SM2**

## I- Exercice :

1- Les formules du prisme :

$\sin i = n \sin r$ (1)

$n \sin r' = \sin i'$ (2)

$A = r + r'$ (3)

$D = i + i' - A$ (4)

Au minimum de déviation on a : $\mathbf{i = i' = i_m}$ et $\mathbf{r = r' = r_m}$ .

Les formules du prisme deviennent:

$\sin i_m = n \sin r_m$ (5)

$A = r + r' = 2r_m$ (6)

$D_m = i + i' - A = 2\, i_m - A$ (7)

2- L'angle d'incidence sur la 1ère face est $i = i_m$ :

D'après (7) $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{i_m} = \frac{D_m + A}{2}}$

3- L'angle de réfraction de la 1ère face est $r = r_m$ :

D'après (6) $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{r_m} = \frac{A}{2}}$

4- L'indice de réfraction du prisme est n :

D'après (5) $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{n} = \frac{\sin i_m}{\sin r_m} = \frac{\sin\frac{D_m + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}}$

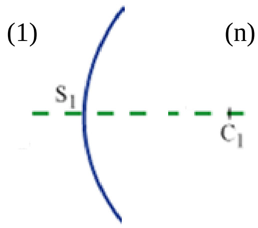
**AN :** $D_m = 38{,}93°$ ; $A = 60°$

$i = i_m = 49{,}46°$ ; $r = r_m = 30°$ et $n = 1{,}52$

**Problème**

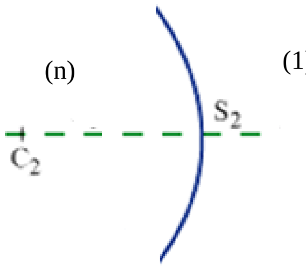
**A-**

1- $L_1$ lentille mince biconvexe à bord minces donc convergente $f_1' = +\ 10\text{cm}$




a- La vergence du 1er dioptre est : $\boxed{V_1 = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n-1}{R}}$

b- La vergence du 2ème dioptre est : $\boxed{V_2 = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}} = \frac{n-1}{R}}$




c- D'après la formule de Gullstrand $V_{L_1} = \frac{1}{f_1'} = V_1 + V_2 - \frac{e\,V_1V_2}{n}$

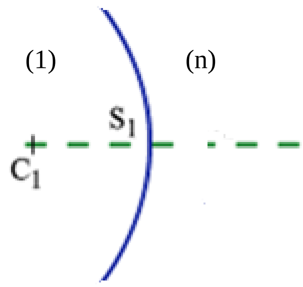
$L_1$ lentille mince $\Rightarrow S_1 \equiv O_1 \equiv S_2$ donc $e = \overline{S_1S_2} = 0 \Rightarrow V_{L_1} = \frac{1}{f_1'} = V_1 + V_2 = \frac{2(n-1)}{R} = \frac{1}{R}$

$\Rightarrow \boxed{R = f_1' = +\ 10\text{cm}}$

2- $L_2$ lentille mince biconcave à bord épais donc divergente $f_2' = -\ 10\text{cm}$

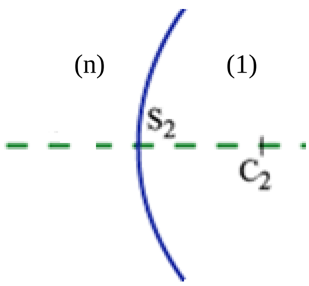
a- La vergence du 1er dioptre est :

$$\boxed{V_1 = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n-1}{-R'} = \frac{1-n}{R'}}$$




b- La vergence du 2ème dioptre est :

$$\boxed{V_2 = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}} = \frac{1-n}{R'}}$$



c- D'après la formule de Gullstrand : $V_{L_2} = \frac{1}{f'_2} = V_1 + V_2 - \frac{e\,V_1V_2}{n}$

$L_2$ lentille mince $\Rightarrow S_1 \equiv O_2 \equiv S_2$ donc $e = \overline{S_1S_2} = 0 \Rightarrow V_{L_2} = \frac{1}{f'_2} = V_1 + V_2 = \frac{2(1-n)}{R'} = -\frac{1}{R'}$

$\Rightarrow \boxed{R' = -f'_2 = 10\text{cm}}$

**B- 1**

**a-** $V = V_1 + V_2$

**b-** $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = 0 \Rightarrow \boxed{f' = \infty}$ $\Rightarrow$ Le système est afocal.

2) Doublet (1, 2, -1).

a- $\frac{f'_1}{1} = \frac{e}{2} = \frac{f'_2}{-1} \Rightarrow e = 2\,f'_1 = -2f'_2 \Rightarrow \boxed{e = 2\,f'_1}$ **A-N :** $e = \overline{O_1O_2} = 20$ cm.

b- Formule de Gullstrand : $V = V_1 + V_2 - e\,V_1 .V_2$

$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1f'_2} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{f'_2 + f'_1 - e}{f'_1f'_2} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{f'_1f'_2}{f'_2 + f'_1 - e}}$

**A-N :** $f' = \frac{-100}{10-10-20} = 5$ cm $> 0 \Rightarrow$ **<u>le doublet est convergent</u>** .

c- **<u>Positions des foyers :</u>**

- <u>Foyer image F'</u>

$$\infty \xrightarrow{\text{Doublet}} F'$$

$$\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$$

$$\Rightarrow \overline{F_2F'_1}\;\overline{F'_2F'} = -f'^2_2 \Rightarrow \boxed{\overline{F'_2F'} = \frac{f'^2_2}{\Delta}}$$

- <u>Foyer objet F</u>

$$F \xrightarrow{\text{Doublet}} \infty$$

$$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$$

$$\Rightarrow \overline{F_1F}\;\overline{F'_1F_2} = -f'^2_1 \Rightarrow \boxed{\overline{F_1F} = \frac{-f'^2_1}{\Delta}}$$

$\Delta$ est appelé intervalle optique :

$\Delta = \overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = -f'_1 + e + f_2$ $\boxed{\Delta = -f'_1 + e + f_2}$

**A-N :** $\Delta$ = - 10 + 20 + 10 = 20 cm. $\Rightarrow$ $\overline{F_1F} = \frac{-100}{20}$ = - 5 cm. $\boxed{\overline{F_1F} = -5 \text{ cm}}$

$\overline{F'_2F'} = \frac{100}{20}$ = 5 cm. $\boxed{\overline{F'_2F'} = 5 \text{ cm}}$

**d- <u>Position des foyers principaux F et F′ :</u>**

$\boxed{\overline{O_1F} = \overline{O_1F_1} + \overline{F_1F}}$ **A-N :** $\overline{O_1F}$ = - 10 – 5 = - 15 cm

$\boxed{\overline{O_2F'} = \overline{O_2F'_2} + \overline{F'_2F'}}$ **A-N :** $\overline{O_2F'}$ = - 10 + 5 = - 5 cm.

**e- <u>Position des points principaux H et H′ :</u>**

$f' = \overline{H'F'}$ , $f = \overline{HF}$ d'après **2- b)** f ′ = 5 cm $\Rightarrow$ f = - 5 cm (Milieux extrêmes identiques)

- $\overline{H'F'} = \overline{H'O_2} + \overline{O_2F'}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{O_2H'} = \overline{O_2F'} - f'}$

**A-N :** $\overline{O_2H'}$ = - 5 - 5 = - 10 cm $\Rightarrow$ $\mathbf{H' \equiv F'_1 \equiv F'_2}$

- $\overline{HF} = \overline{HO_1} + \overline{O_1F}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{O_1H} = \overline{O_1F} - f}$

**A-N :** $\overline{O_1H}$ = - 15 + 5 = - 10 cm $\Rightarrow$ $\mathbf{H \equiv F_1}$

f- **<u>Les points nodaux N et N′</u>**: sont deux points conjugués tel que le grandissement angulaire G = +1

Formule de Lagrange-Helmholtz : $\gamma G = \frac{n}{n'}$ , les milieux extrêmes sont identiques (n = n′= 1)

$\Rightarrow \gamma = +1 \Rightarrow$ Les **points nodaux** sont confondus avec les **points principaux H** et **H′** (N≡H et N′≡H′).

**g- <u>Position du centre optique O :</u>**

$$N \xrightarrow{L_1(O_1)} O \xrightarrow{L_2(O_2)} N'$$

$\Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1O}} - \frac{1}{\overline{O_1N}} = \frac{1}{f'_1}$ (Formule avec origine au centre optique)

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1O}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{\overline{O_1N}} \Rightarrow \boxed{\overline{O_1O} = \frac{f'_1\ \overline{O_1N}}{f'_1 + \overline{O_1N}}}$$

**A.N :** $\overline{O_1N} = \overline{O_1H} = 10\ \text{cm}$ ; $f'_1 = 10\ \text{cm}$ $\boxed{\overline{O_1O} = 5\ \text{cm}}$