UNIVERSITE IBN ZOHR
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
AGADIR

TRAVAUX DIRIGES D'ELECTRICITE 1
FILIERES : SMP1 ET SMIA1
Série N° 4
2022-2023

كلية العلوم
ⵜⴰⵙⵖⵍⴰⵏⵜ ⵏ ⵜⵓⵙⵙⵏⵉⵡⵉⵏ
FACULTÉ DES SCIENCES

Exercice 1 : Ponts diviseurs de tension et de courant

Le but de cet exercice est l'étude du circuit de la figure **1** afin de déterminer la tension $\boldsymbol{U}$ aux bornes de la résistance $\boldsymbol{R_2}$ puis en déduire l'intensité $\boldsymbol{I}$ qui traverse la résistance $\boldsymbol{R_3}$, en utilisant les ponts diviseurs :

1) En faisant des associations de résistances et en appliquant le pont diviseur de tension.
2) En faisant une transformation **Thévenin** ⟶ **Norton** et en appliquant le pont diviseur de courant.

Application numérique pour : $\boldsymbol{E = 6\,V}$, $\boldsymbol{R_1 = 100\,\Omega}$, $\boldsymbol{R_2 = R_3 = R_4 = 50\,\Omega}$.

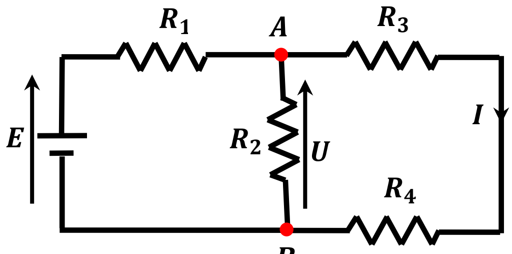


Figure **1**

Exercice 2 : Théorème de Millmann

Dans cet exercice, on se propose de déterminer l'intensité du courant $\boldsymbol{I_2}$ circulant dans la branche $\boldsymbol{AB}$ du circuit électrique représenté dans la figure **2**.

1) En utilisant le théorème de Millmann, déterminer le potentiel $\boldsymbol{V_A}$ au nœud $\boldsymbol{A}$.
2) Trouver l'expression de l'intensité du courant $\boldsymbol{I_2}$ circulant dans la branche $\boldsymbol{AB}$.

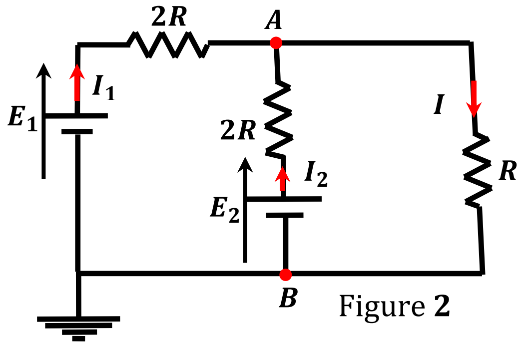


Figure **2**

Exercice 3 : Principe de superposition

Soit le circuit électrique schématisé dans la figure **3**. Notre objectif est de déterminer le courant $\boldsymbol{I}$ dans la branche $\boldsymbol{AB}$.

1) En court-circuitant le générateur de tension et en appliquant le principe du pont diviseur de courant, trouver l'intensité du courant $\boldsymbol{I_1}$ circulant dans la branche $\boldsymbol{AB}$.
2) En éliminant le générateur de courant, et en appliquant le principe du pont diviseur de tension, trouver l'intensité du courant $\boldsymbol{I_2}$ circulant dans la branche $\boldsymbol{AB}$.
3) En déduire que l'expression de l'intensité du courant $\boldsymbol{I}$ circulant dans la branche $\boldsymbol{AB}$ s'écrit sous la forme :

$$\boldsymbol{I = \frac{E + RI_0}{2R_0 + R}}$$

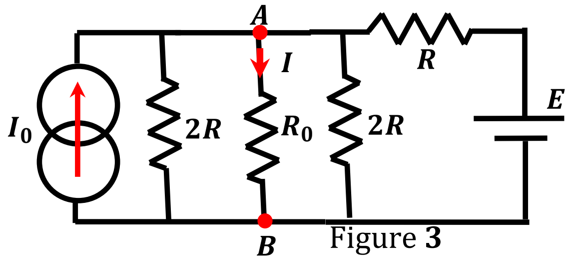


Figure **3**

Exercice 4 : Théorème de Thévenin.

Soit le circuit électrique schématisé par la figure **4**. L'objectif de cet exercice est de déterminer, en utilisant le théorème de Thévenin, le courant $\boldsymbol{I}$ dans la branche $\boldsymbol{AB}$.

Données :

$$\boldsymbol{E_1 = 12\,V\,;\; I_0 = 1{,}5\,A\,;\; R = 100\,\Omega\,;\; R_1 = 50\,\Omega\,;}$$
$$\boldsymbol{R_2 = 150\,\Omega\,;\; R_3 = 250\,\Omega}$$

On modélise le dipôle $\boldsymbol{AB}$ par un générateur de Thévenin de résistance interne $\boldsymbol{R_{th}}$ et dont la force électromotrice $(\boldsymbol{f.e.m})$ est $\boldsymbol{E_{th}}$.

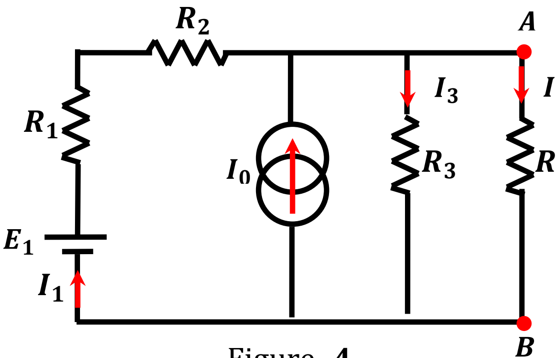


Figure. **4**

1) Déterminer en fonction de $\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$ et $\boldsymbol{R_3}$, l'expression littérale de la résistance interne $\boldsymbol{R_{th}}$ du générateur de Thévenin équivalent au dipôle $\boldsymbol{AB}$.

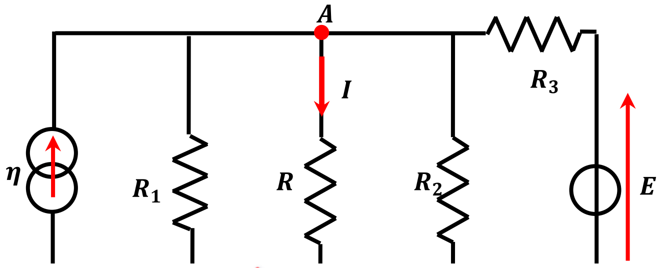
2) Déterminer, en fonction de R_1, R_2, R_3, I_0 et E_1, l'expression littérale de la $f.e.m$ E_{th} du générateur de Thévenin.

3) En déduire l'expression du courant I dans la branche AB en fonction des paramètres du crcuit. Calculer sa valeur.

Exercice 5 : Théorème de Norton.

On considère le circuit électrique donné par la figure **5** suivante.

En utilisant le théorème de **Norton**, déterminer l'expression de l'intensité du courant I circulant dans la branche AB.



Exercice 6 : Théorèmes généraux

On considère le circuit électrique schématisé par la figure **6** ci-contre. On veut déterminer les courants i_1, i_2 et i_3.

Données : $R = 1\Omega$; $E_1 = 5\ V$; $E_2 = 3\ V$

1) Exprimer la tension U_{EF} en fonction de R et E_2. Faire l'application numérique.
2) Établir l'expression de la résistance $R_{éq}$ entre les nœuds B et C en fonction de R. Calculer sa valeur.
3) Trouver l'expression du courant principale I_0 en fonction de R, E_1 et E_2.
4) Déterminer l'expression du courant I' dans branche contenant le générateur E_2 en fonction de E_2, R et I_0. Préciser le sens de ce courant. Calculer sa valeur.
5) Établir les expressions des courants i_1, i_2 et i_3 en fonction de I_0. Calculer leurs valeurs. Vérifier la loi des nœuds pour le nœud B.

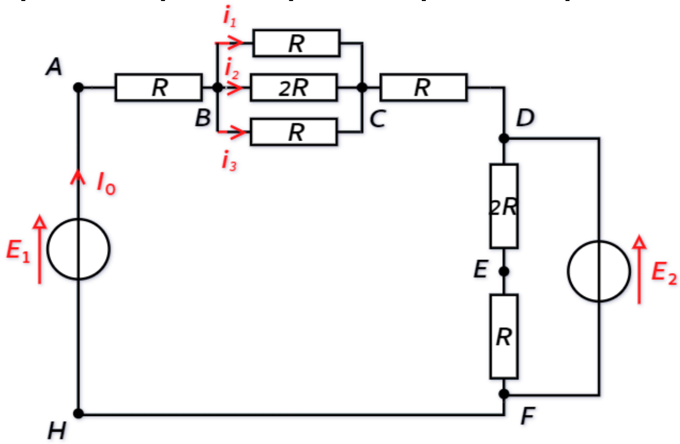
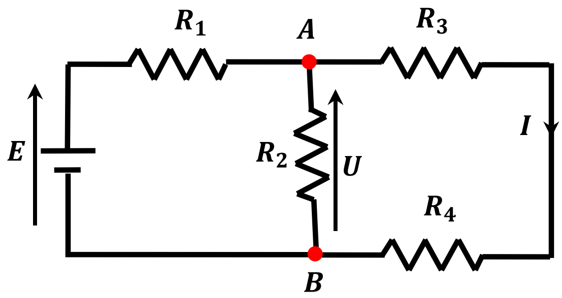
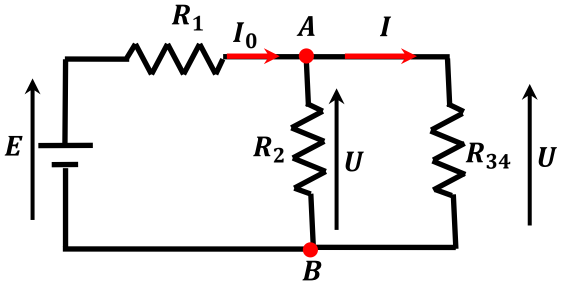


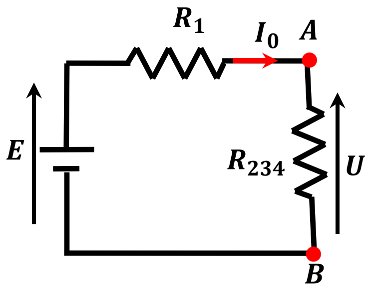
Figure. 6

Exercice 1 : Ponts diviseurs de tension et de courant

1) Pont diviseur de tension







R_3 *et* R_4 en série donc la résistance équivalente est $R_{34} = R_3 + R_4$

$$R_{34} \parallel R_2 \Longrightarrow R_{234} = \frac{R_{34}R_2}{R_{34} + R_2}$$

$$\Longrightarrow R_{234} = \frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

R_1 et R_{234} sont en série, et soumises à la tension E**,** on reconnaît un diviseur de tension:

$$U = \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} \times E \Longrightarrow U = \frac{\frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}{R_1 + \frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}} \times E$$

$$\Longrightarrow U = \frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_1 \times (R_2 + R_3 + R_4) + R_2 \times (R_3 + R_4)} E$$

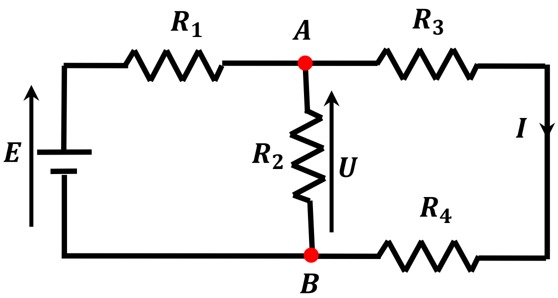
La loi d'Ohm : $U = R_{34} I$

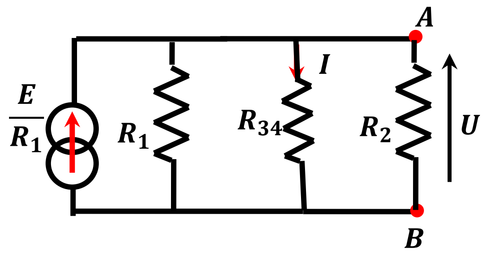
$$\Longrightarrow I = \frac{U}{R_{34}}$$

$$\Longrightarrow I = \frac{\frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4)} \times E}{(R_3 + R_4)}$$

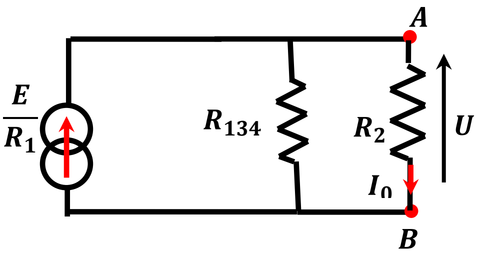
$$\Longrightarrow I = \frac{R_2}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4)} \times E$$

Pont diviseur de courant





R_3 *série* $R_4 \Rightarrow R_{34} = R_3 + R_4$



$$R_1 // R_{34} \Rightarrow R_{134} = \frac{R_1 \times R_{34}}{R_1 + R_{34}} = \frac{R_1 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}$$

- **Calcul de U**

En appliquant le pont diviseur de courant :

$$I_0 = \frac{R_{134}}{R_2 + R_{134}} \times \frac{E}{R_1}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{\frac{R_1 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}}{R_2 + \frac{R_1 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}} \times \frac{E}{R_1}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{R_3 + R_4}{R_2(R_1 + R_3 + R_4) + R_1 \times (R_3 + R_4)} \times E$$

Or $U = R_2 \times I_0$

$$\Rightarrow U = \frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_2(R_1 + R_3 + R_4) + R_1 \times (R_3 + R_4)} \times E$$

- **Calcul de I**

$U = R_{34} \times I$

$$\Rightarrow I = \frac{\frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_2(R_1 + R_3 + R_4) + R_1 \times (R_3 + R_4)} \times E}{R_3 + R_4}$$

$$\Rightarrow I = \frac{R_2}{R_2(R_1 + R_3 + R_4) + R_1 \times (R_3 + R_4)} \times E$$

Exercice 2 : théorème de Millmann

1) En utilisant la théorème de Millman, déterminons le potentiel V_A au nœud A.

$$V_A = \frac{\frac{V_C}{2R} + \frac{V_D}{2R} + \frac{V_M}{R}}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}} \Rightarrow V_A = \frac{\frac{E_1}{2R} + \frac{E_2}{2R} + \frac{0}{R}}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}}$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{\frac{E_1 + E_2}{2R}}{\frac{4}{2R}} \Rightarrow V_A = \frac{E_1 + E_2}{4}$$

2) Retrouver l'expression de l'intensité du courant I_2 circulant dans la branche AB.

$$V_A - V_B = V_A = E_2 - 2RI_2 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - V_A}{2R}$$

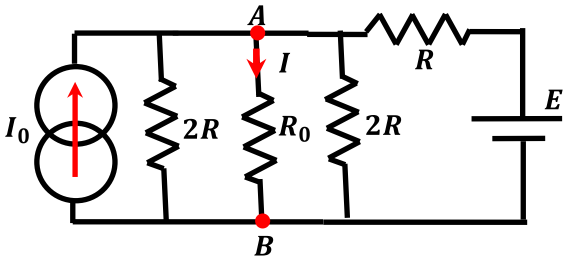
$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - \frac{E_1 + E_2}{4}}{2R}$$

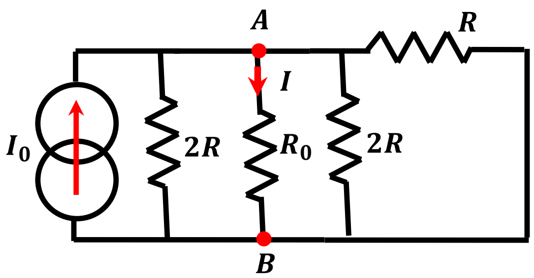
$$\Rightarrow I_2 = \frac{\frac{3E_2 - E_1}{4}}{2R}$$

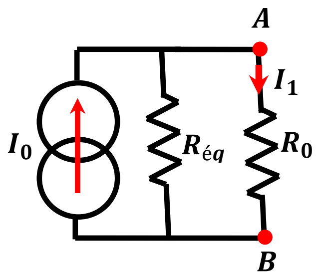
$$\Rightarrow I_2 = \frac{3E_2 - E_1}{8R}$$

Exercice 3 : Principe de superposition

1) En court-circuitant le générateur de tension et en appliquant le principe du pont diviseur de courant, trouver l'intensité du courant I_1 circulant dans la branche AB.







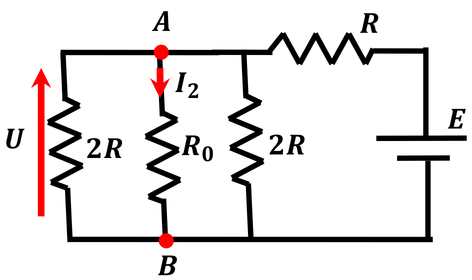
$$R_{éq} \equiv (R \parallel 2R \parallel 2R) \Rightarrow R_{éq} = R/2$$

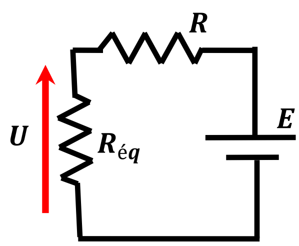
En appliquant le principe du pont diviseur de courant :

$$I_1 = \frac{R/2}{R_0 + R/2} I_0 \Rightarrow I_1 = \frac{R\, I_0}{2R_0 + R}$$

2) En éliminant le générateur de courant, et en appliquant le principe du pont diviseur de tension, trouver l'intensité du courant I_2 circulant dans la branche AB.

$$R_{éq} \equiv (R_0 \parallel 2R \parallel 2R) \Rightarrow \frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{éq} = \frac{RR_0}{R+R_0}$$





En appliquant le principe du pont diviseur de tension :

$$U = \frac{R_{éq}}{R_{éq} + R} E \Rightarrow U = \frac{\frac{RR_0}{R+R_0}}{\frac{RR_0}{R+R_0} + R} E \Rightarrow U = \frac{R_0}{2R_0 + R} E$$

$$I_2 = \frac{U}{R_0} \Rightarrow I_2 = \frac{E}{2R_0 + R}$$

3) En déduire que l'expression de l'intensité du courant $\boldsymbol{I}$ circulant dans la branche $\boldsymbol{AB}$ s'écrit sous la forme **:**

$$I = \frac{E + RI_0}{2R_0 + R}$$

D'après le principe de superposition :

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = \frac{R\,I_0}{2R_0 + R} + \frac{E}{2R_0 + R} \Rightarrow I = \frac{E + RI_0}{2R_0 + R}$$

Exercice 4 : Théorèmes de Thévenin.

Soit le circuit électrique schématisé par la figure **4**. Notre objectif est de déterminer, en utilisant le théorème de Thévenin, le courant I dans la branche AB.

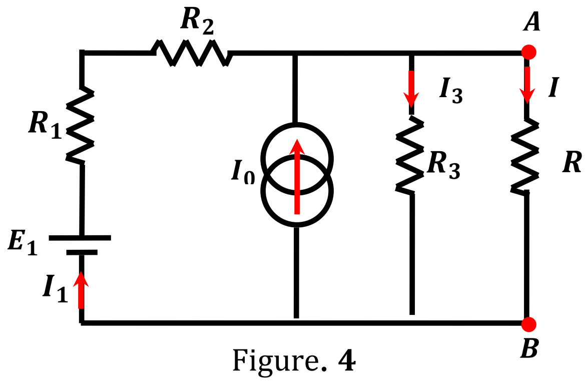


Figure. **4**

Données :

$E_1 = 12\,V$; $I_0 = 1,5\,A$; $R = 100\,\Omega$; $R_1 = 50\,\Omega$; $R_2 = 150\,\Omega$; $R_3 = 250\,\Omega$

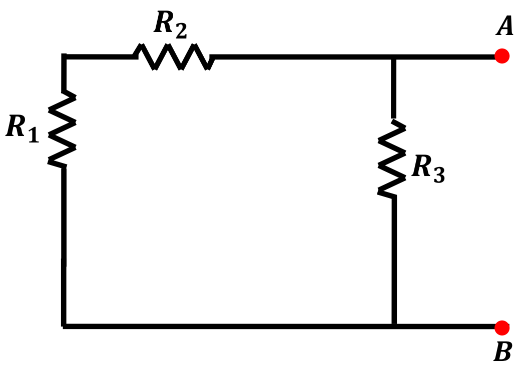
On modélise le dipôle $\boldsymbol{AB}$ par un générateur de Thévenin de résistance interne R_{th} et dont la force électromotrice $(f.e.m)$ est E_{th}.

1) Déterminons en fonction de R_1, R_2 et R_3, l'expression littérale de la résistance interne R_{th} du générateur de Thévenin équivalent au dipôle $\boldsymbol{AB}$.

Pour déterminer l'expression de la résistance interne R_{th} du générateur de Thévenin, il faut :

- Tout d'abord supprimer la charge qui est la résistance R dans le circuit original ;
- Éteindre la source de tension en la remplaçant par un interrupteur fermé ;
- Éteindre la source de courant en la remplaçant par un interrupteur ouvert.

Ainsi, notre circuit initial devient comme suit :



$$R_{12} \equiv R_1 \text{ série } R_2 \Rightarrow R_{12} = R_1 + R_2$$

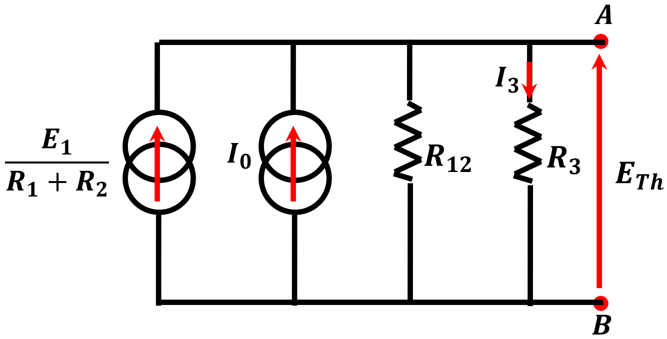
La résistance R_{th} est égale à la résistance équivalente aux deux résistances R_{12} et R_3. C'est-à-dire que :

$$R_{th} = \frac{R_{12} \times R_3}{R_{12} + R_3} \Rightarrow R_{th} = \frac{(R_1 + R_2) \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow R_{th} = \frac{R_1 \times R_3 + R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

2) Déterminons, en fonction de R_1, R_2, R_3, I_0 et E_1, l'expression littérale de la $f.e.m$ E_{th} du générateur de Thévenin.

La force électromotrice E_{th} est égale à la tension U_{AB} à vide qui serait entre les bornes A et B dans le circuit initial, c'est-à-dire le circuit de la figure (3). Pour trouver l'expression de E_{th}, il faut éliminer la résistance de charge R puis chercher la tension U_{AB} à vide entre les deux bornes A et B. Le circuit devient celui du haut de la page suivante (côté gauche) :



On peut remplacer le générateur de tension E_1 et les résistances R_1 et R_2 en série par un générateur de courant $E_1/(R_1+R_2)$ et une résistance en parallèle(R_1+R_2).

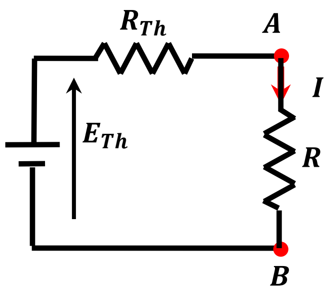
On applique le pont diviseur de courant on trouve :

$$I_3 = \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_3}\left(\frac{E_1}{R_1+R_2}+I_0\right) \Rightarrow I_3 = \frac{(E_1+(R_1+R_2)I_0)}{R_1+R_2+R_3}$$

$$E_{th} = R_3 I_3 \Rightarrow E_{th} = \frac{R_3(E_1+(R_1+R_2)I_0)}{R_1+R_2+R_3}$$

3) En déduire l'expression littérale du courant I dans la branche AB en fonction de E_{th}, R_{th} et R. Faire l'application numérique.

Le circuit équivalent est :



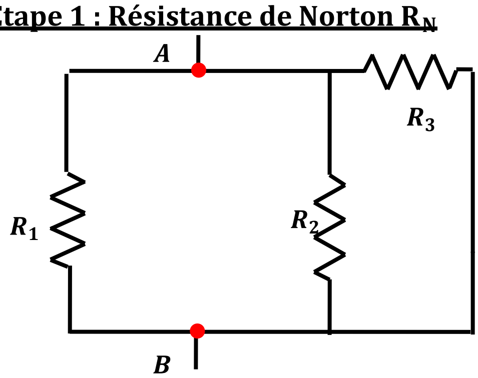
$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th}+R} \Rightarrow I = \frac{\frac{R_3(E_1+(R_1+R_2)I_0)}{R_1+R_2+R_3}}{\frac{R_1\times R_3+R_2\times R_3}{R_1+R_2+R_3}+R}$$

$$\Rightarrow I = \frac{R_3(E_1+(R_1+R_2)I_0)}{(R_1+R_2)\times R_3+R\times(R_1+R_2+R_3)}$$

L'application numérique donne le résultat :$I'' \simeq 0,79\ A$.

Exercice 5 : Théorèmes de Norton.

- **Etape 1 : Résistance de Norton R$_N$**

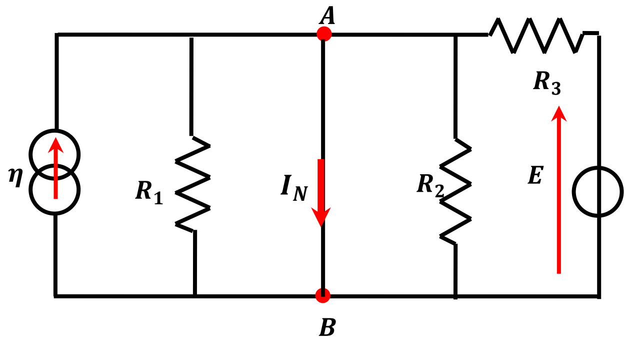


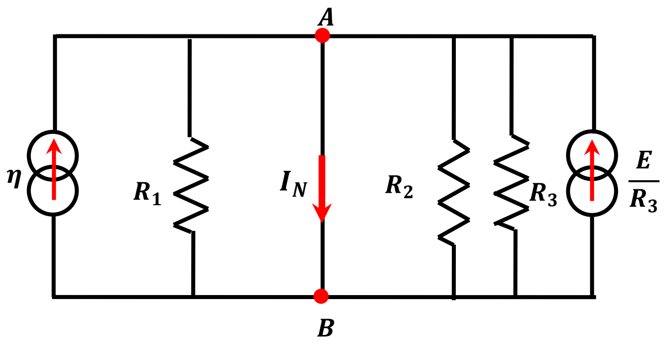
$$R_N \equiv (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3)$$

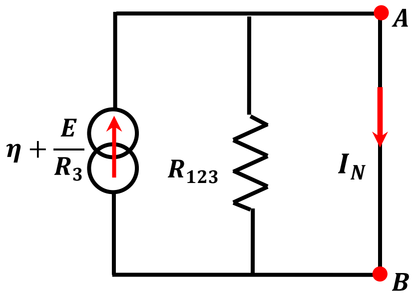
$$\Rightarrow R_N = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

- **Etape 2 : Calcul de I$_N$.**

On court-circuite le deux points A **et** B, la configuration sera donc :





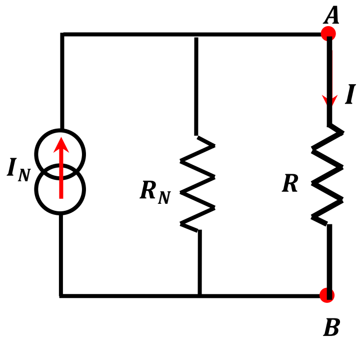


Pont diviseur de courant

$$\Rightarrow I = \frac{R_{123}}{R_{123}+0}\left(\eta + \frac{E}{R_3}\right)$$

$$\Rightarrow I = \eta + \frac{E}{R_3}$$

- **<u>Etape 3 : Calcul du courant I</u>**
  Le circuit est équivalent à :



Pont diviseur de courant

$$I = \frac{R_N}{R_N + R} I_N$$

$$\Rightarrow I = \frac{\dfrac{R_1R_2}{R_1R_3 + R_1R_2 + R_2R_3}}{\dfrac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} + R}(E + \eta R_3)$$

$$\Rightarrow I = \frac{R_1R_2}{R_1R_2R_3 + R_1R_2R + R_1R_3R + R_2R_3R}(E + \eta R_3)$$

<u>Exercice 6 : Théorèmes généraux :</u>

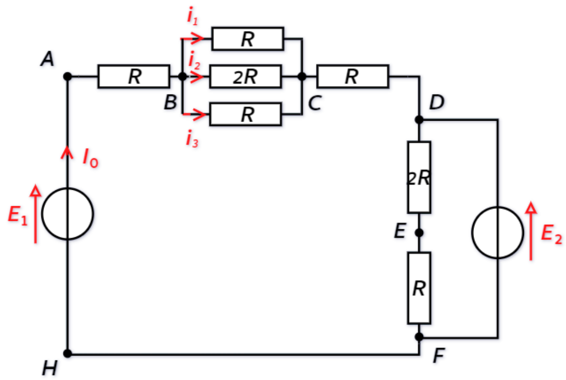
1) Exprimons la tension U_{EF} en fonction de R et E_2. Faire l'application numérique.

On utilise la formule du pont diviseur de tesnsion :

$$U_{EF} = \frac{R}{2R + R} E_2$$

Ce qui conduit à l'expression : $U_{EF} = E_2/3$

L'application numérique donne : $U_{EF} = 1\ V$



FIG

2) Établissons l'expression de la résistance $R_{éq}$ entre les nœuds B et C en fonction de R. Faire l'application numérique.

Nous avons entre ces deux nœuds trois résistances montées en parallèle. C'est-à-dire :

$$\frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{5}{2R} \Longrightarrow R_{éq} = \frac{2R}{5}$$

Sa valeur numérique est : $R_{éq} = 0,4\,\Omega$

3) Trouvons l'expression du courant principale I_0 en fonction de R, E_1 et E_2.

On peut appliquer la loi des mailles sur la maille $ADEFHA$ pour écrire :

$$E_1 - (R + R_{éq} + R)I_0 - E_2 = 0 \Longrightarrow I_0 = \frac{5(E_1 - E_2)}{12R}$$

On trouve numériquement : $I_0 \simeq 0,83\ A$.

4) Déterminons l'expression du courant I' dans branche contenant le générateur E_2 en fonction de E_2, R et I_0. Préciser le sens de ce courant. Calculer sa valeur.

La loi des nœuds appliquée au nœud D donne : $I' = I_{DF} - I_0$.

Par ailleurs, on a : $U_{DF} = E_2 = 3R \times I_{DF} \Longrightarrow I_{DF} = \frac{E_2}{3R}$

On injecte ce résultat dans l'expression de I' : $I' = \frac{E_2}{3R} - I_0$

Sa valeur numérique est : $I' \simeq 0,17\ A$.

Le courant I' circule de F vers D

5) Établissons les expressions des courants i_1, i_2 et i_3 en fonction de I_0. Calculer leurs valeurs. Vérifier la loi des nœuds pour le nœud B.

Pour déterminer l'expression du courant i_1, on peut utiliser la formule du pont diviseur de courant :

$$i_1 = \frac{2R//R}{R + (2R//R)} I_0 = \frac{\frac{2R^2}{3R}}{R + \frac{2R^2}{3R}} I_0 = \frac{2R^2}{5R^2} I_0 = \frac{2}{5} I_0$$

De même, on applique la formule du pont diviseur de courant pour trouver l'expression du courant i_2 :

$$i_2 = \frac{R//R}{2R + (R//R)} I_0 = \frac{\frac{R^2}{2R}}{2R + \frac{R^2}{2R}} I_0 = \frac{R^2}{5R^2} I_0 = \frac{1}{5} I_0$$

Pour le courant i_3, celui-ci sera égal au courant i_1 puisque ces deux courants parcourrent deux résistances de même valeur. Ainsi :

$$i_3 = i_1 = \frac{2R//R}{R + (2R//R)} I_0 = \frac{\frac{2R^2}{3R}}{R + \frac{2R^2}{3R}} I_0 = \frac{2R^2}{5R^2} I_0 = \frac{2}{5} I_0$$

Les valuers numériques de cess trois courants sont :

$$i_1 = i_3 \simeq 0,33\ A\ ;\ i_2 \simeq 0,17\ A$$

La loi des nœuds (au nœud B) donne :

$$i_1 + i_2 + i_3 = \frac{2}{5} I_0 + \frac{1}{5} I_0 + \frac{2}{5} I_0 = I_0$$

Il se voit que la loi des nœuds est bien vérifiée pour le nœud en question.