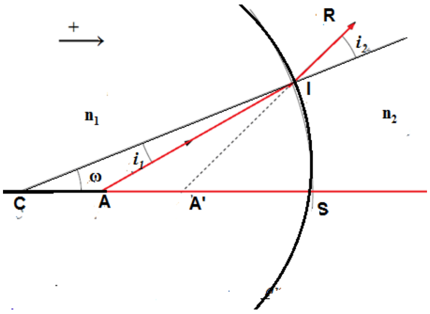
Epreuve d'optique géométrique

Durée : 1h 30min

Exercice

On considère un dioptre sphérique $\sum$ de sommet *S* de centre *C* et de rayon de courbure $R = -\overline{SC}$, qui sépare deux milieux transparents d'indices de réfraction n_1 et n_2. Soit un rayon incident quelconque *AI* issu d'un point objet *A*, le rayon réfracté *IR* lui correspondant coupe l'axe optique en *A'* image du point A. On pose l'angle $\widehat{ICA} = \omega$ et on note par i_1 et i_2, les angles d'incidence et de réfraction au point *I*, tels que $i_1 < i_2$.



1- Quelle est la concavité de ce dioptre, convexe ou concave ? Justifier votre réponse.

2- Ecrire au point d'incidence I, la relation de Shell Descartes ou de la 2ème loi de la réfraction. Comparer alors n_1 et n_2.

3- Quelle est alors la nature de ce dioptre, convergent ou divergent ? Justifier votre réponse.

4- En appliquant la relation des sinus aux angles des triangles *CAI et CA'I*, montrer que l'on peut avoir la relation suivante : $n_1 \dfrac{\overline{CA}}{\overline{IA}} = n_2 \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}$.

5- Le dioptre est éclairé maintenant dans les conditions de l'approximation de Gauss.

a- Qu'appelle-t-on d'abord les conditions de l'approximation de Gauss.

b- Ecrire la relation précédente dans ces conditions.

c- En déduire la formule de conjugaison du dioptre sphérique origine au sommet *S*.

d- On désigne par *F* et *F'* les foyers objet et image de ce dioptre sphérique $\sum$, déterminer alors en fonction de n_1, n_2 et *R* ses distances focales objet f et image f'.

6- On fait maintenant tendre le rayon de courbure *R* du dioptre $\sum$ vers l'infini.

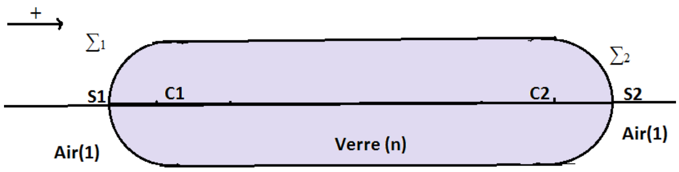
a- Quel est le système optique simple ainsi obtenu et que peut-t-on dire de son stigmatisme.

b- Quelles sont alors les nouvelles positions des foyers *F* et *F'*. Qu'appelle-t-on alors ce type de système optique.

c- Ecrire dans les conditions de l'approximation de Gauss la relation de conjugaison de ce nouveau système optique.

Problème

Une baguette de verre d'indice *n=1,5* est limitée par deux calottes sphériques de centres C_1 et C_2, de sommets S_1 et S_2 et de même rayon de courbure $R = \overline{S_1C_1} = -\overline{S_2C_2}$. Cette baguette est placée dans l'air d'indice 1. La longueur de la baguette est donnée par $e = \overline{S_1S_2}$. On note par F_1 et F'_1 les foyers objet et image du dioptre sphérique Σ_1 et par F_2 et F'_2 ceux du dioptre sphérique Σ_2. On se place dans les conditions de l'approximation de Gauss.



1- **a)** Quelle est la concavité du dioptre Σ_1 ? Justifier votre réponse.

b) Quelle est la nature du dioptre Σ_1 ? Justifier votre réponse.

c) Donner la relation de conjugaison origine au sommet du dioptre Σ_1 pour un couple de points conjugués (A, A_1).

d) Déterminer en fonction de *R*, les distances focales objet f_1 et image f'_1 du dioptre Σ_1

e) Calculer alors en fonction de *R* sa vergence V_1.

2- **a)** Quelle est la concavité du dioptre Σ_2 ? Justifier votre réponse.

b) Quelle est la nature du dioptre Σ_2 ? Justifier votre réponse.

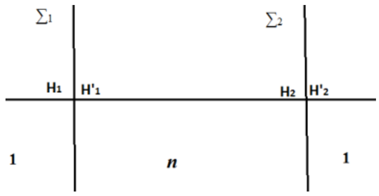
c) Donner la relation de conjugaison origine au sommet du dioptre Σ_2 pour le couple de points conjugués (A_1, A_2).

d) Déterminer en fonction de *R*, les distances focales objet f_2 et image f'_2 du dioptre Σ_2.

e) Calculer alors en fonction de *R* sa vergence V_2 .

3- Chacun des deux dioptres sphériques Σ_1 et Σ_2 est en fait équivalent à un système centré dont les points principaux objet et image sont confondus avec son sommet. On note alors par H_1 et H'_1 les points principaux objet et image du système centré équivalent au dioptre Σ_1 tels que $H_1 \equiv H'_1 \equiv S_1$ et par H_2 et H'_2 ceux du système centré équivalent au dioptre Σ_2 tels que $H_2 \equiv H'_2 \equiv S_2$. On peut donc ainsi considérer la baguette comme étant l'association de deux systèmes centrés, séparés par un milieu d'indice *n* et d'interstice $\overline{H'_1H_2} = \overline{S_1S_2} = e$. On se propose donc de trouver les positions des foyers principaux objet F et image F' du système centré équivalent ou formé par cette baguette.

On désignera par $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ l'intervalle optique.



a- Exprimer l'intervalle optique Δ en fonction de *e*, f'_1 et f_2 puis en fonction de *e* et *R*.

b- En appliquant la formule de Gullstrand, déterminer en fonction de V_1, V_2, *e* et *n* puis en fonction de *e* et *R*, la vergence *V* du système centré ainsi formé par la baguette.

c- Déterminer alors en fonction de *e* et *R*, la distance focale principale image f' du système centré ainsi formé par la baguette. En déduire sa distance focale principale objet f en fonction de *e* et *R*.

d- Déterminer en fonction de Δ, f_1 et f'_1 puis en fonction de *e* et *R*, la position $\overline{F_1F}$ du foyer principal objet *F* du système centré ainsi formé par la baguette par rapport à F_1.

e- Déterminer en fonction de Δ, f_2 et f'_2 puis en fonction de *e* et *R*, la position $\overline{F'_2F'}$ du foyer principal image F' du système centré ainsi formé par la baguette, par rapport à F'_2.

f- Exprimer en fonction de *R* la longueur *e* de la baguette pour que cette dernière constitue un système centré afocal.

g- Sur une figure et à l'échelle unité, placer les points F_1, F'_1, F_2 et F'_2 pour $R = 1cm$ et tracer ensuite de par et d'autres de l'axe optique, la marche à travers le système de deux rayons incidents qui lui sont parallèles .

****

Corrigé de l'épreuve de l'optique géométrique

Exercice

Exercice

1- Dioptre est **concave** car $\overline{SC} < 0$

2- - $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. On a $i_1 < i_2$. $\Rightarrow$ $n_1 > n_2$.

3- - le dioptre est convergent car $\overline{SC}$ et $(n_2 - n_1)$ sont de même signe ou le centre du dioptre est dans le milieu le plus réfringent

4- - En appliquant la relation des sinus aux deux triangles *CAI* et *CA'I*.

$$\frac{\overline{CA}}{\sin i_1} = \frac{\overline{IA}}{\sin \omega} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{CA'}}{\sin i_2} = \frac{\overline{IA'}}{\sin \omega} \quad \Rightarrow \frac{\overline{CA}}{\overline{IA} \sin i_1} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'} \sin i_2}$$

En tenant compte de $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ $\Rightarrow n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{IA}} = n_2 \frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}$

5-

a- - Rayons faiblement inclinées à l'axe optique ou rayons paraxiaux

b- - Les points d'incidence I sont très proches ou très voisins du sommet S

$$\Rightarrow n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n_2 \frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

c- $n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n_2 \frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}} \Rightarrow n_1 \frac{\overline{CS} + \overline{SA}}{\overline{SA}} = n_2 \frac{\overline{CS} + \overline{SA'}}{\overline{SA'}}$ d'où $n_1 \left(1 + \frac{\overline{CS}}{\overline{SA}}\right) = n_2 \left(1 + \frac{\overline{CS}}{\overline{SA'}}\right)$

ce qui implique $\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$

d- - $f = \overline{SF} = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$ et $f' = \overline{SF'} = \frac{-n_2 R}{n_2 - n_1}$.

6-.

a- Dioptre plan qui n'est pas rigoureusement stigmatique

b- - les foyers sont rejetés à l'infini le système optique ainsi obtenu (dioptre plan) est afocal.

c- $$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = 0$$

Problème

1-

a- Le Dioptre Σ_1 est **convexe** car $\overline{S_1C_1} > 0$

b- Le Dioptre Σ_1 est **convergent** car son centre est placé dans le milieu le plus réfringent ou $\overline{S_1C_1}$ et $(n-1)$ sont de même signe

c- $\frac{1}{\overline{S_1A}} - \frac{n}{\overline{S_1A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_1C_1}}$ ou $\frac{1}{\overline{S_1A}} - \frac{n}{\overline{S_1A_1}} = \frac{1-n}{R}$

d- $f_1 = \overline{S_1F_1} = \dfrac{-R}{n-1} = -2R$ et $f'_1 = \overline{S_1F'_1} = \dfrac{nR}{n-1} = 3R$

e- $V_1 = \dfrac{n}{f'_1} = \dfrac{-1}{f_1} \quad \Rightarrow V_1 = \dfrac{1}{2R}$

2- **a-.** Le Dioptre Σ_2 est **concave** car $\overline{S_2C_2} < 0$

b-. Le Dioptre Σ_2 est **convergent** car son centre est placé dans le milieu le plus réfringent ou $\overline{S_2C_2}$ et $(1-n)$ sont de même signe

c-. $\dfrac{n}{\overline{\overline{S_2A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\overline{S_2A_2}}} = \dfrac{n-1}{\overline{\overline{S_2C_2}}}$ ou $\dfrac{n}{\overline{\overline{S_2A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\overline{S_2A_2}}} = \dfrac{n-1}{\overline{\overline{-R}}}$

d-. $f_2 = \overline{S_2F_2} = \dfrac{-nR}{n-1} = -3R$ et $f'_2 = \overline{S_2F'_2} = \dfrac{R}{n-1} = 2R$

e- $V_2 = \dfrac{1}{f'_2} = \dfrac{-n}{f_2} \quad \Rightarrow V_2 = \dfrac{1}{2R}$

3- **a- .** $\Delta = -f'_1 + e + f_2 \quad \Rightarrow \Delta = e - 6R$

b-. $V = V_1 + V_2 - \dfrac{e}{n} V_1 . V_2 \quad \Rightarrow V = \dfrac{6R - e}{6R^2}$

c-. $V = \dfrac{1}{f'} \quad \Rightarrow f' = \dfrac{1}{V} = \dfrac{-6R^2}{e-6R}$ Or $f = -f' = \dfrac{6R^2}{e-6R}$

d-. Soi le schéma synoptique suivant :

$$F \xrightarrow{\Sigma_1} F_2 \xrightarrow{\Sigma_2} \infty$$

$\overline{F_1F} \times \overline{F'_1F_2} = f_1 f'_1 \quad \Rightarrow \overline{F_1F} = \dfrac{f_1 \times f'_1}{\Delta} = \dfrac{-6R^2}{e-6R}$

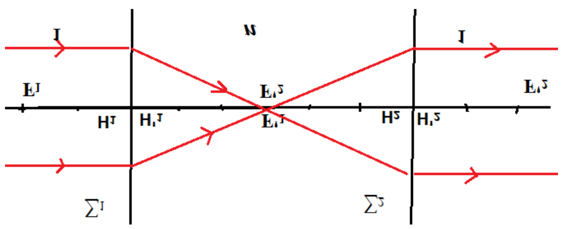
e-. Soit le schéma synoptique suivant :

$$\infty \xrightarrow{\Sigma_1} F'_1 \xrightarrow{\Sigma_2} F'$$

$\overline{F_2F'_1} \times \overline{F'_2F'} = f_2 \times f'_2 \quad \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\dfrac{f_2 \times f'_2}{\Delta} = \dfrac{6R^2}{e-6R}$

f-. Pour avoir un système afocal il faut que $F'_1 \equiv F_2 \quad \Rightarrow \Delta = 0 \quad \Rightarrow \quad e = 6R$

f-



Pr L. BOUIRDEN