Epreuve d'optique géométrique
Durée : 1h 30min

Exercice *(6 points)*

On considère un miroir sphérique convexe $\sum$ de sommet *S*, de centre *C* et de rayon de courbure $R = \overline{SC}$ et on place un objet AB de hauteur 5cm à une distance $p = \overline{SA} = -15cm$ du sommet *S*.

1- Déterminer par rapport à *S* et en fonction de *R*, les positions des foyers objet et image F et F' du miroir.

2- Avec $R = \overline{SC} = 5cm$ et dans les conditions de l'approximation de Gauss.

a- Calculer la position $p' = \overline{SA'}$ de l'image $A'B'$ par rapport au sommet S.

b- Calculer le grandissement linéaire γ ainsi que la hauteur de l'image $A'B'$. Conclusion.

c- On fait déplacer le long de l'axe optique l'objet AB d'une distance infinitésimale dp, ce qui entraine un déplacement de d*p'* de l'image $A'B'$. Exprimer alors le grandissement axial *g* en fonction de γ. De combien elle est déplacée alors l'image et dans quel sens ?

3- On fait maintenant tendre le rayon de courbure *R* du miroir $\sum$ vers l'infini.

a- Quel est le système optique simple ainsi obtenu et que peut-t-on dire de son stigmatisme

b- Quelles sont alors les nouvelles positions des foyers *F* et *F'*. Qu'appelle-t-on alors ce type de système optique.

c- Déterminer la nouvelle position de l'image $A'B'$. Conclusion.

Problème *(14 points)*

A)- Une lentille mince convergente *L1*, baignée par l'air d'indice 1, donne d'un objet *AB* réel de hauteur 1cm, une image $A'_1B'_1$ réelle, renversée et trois fois plus grande que l'objet, située à la distance $d = \overline{AA'_1} = 32cm$ de ce dernier.

1- Représenter graphiquement à l'échelle 1cm sur le papier pour 2 cm horizontalement et 1cm sur le papier pour 1 cm verticalement, l'objet *AB* et l'image $A'_1B'_1$ à la distance considérée.

a- En traçant des rayons particuliers, chercher les positions du centre optique O_1 de la lentille et de ses foyers objet et image F_1 et F'_1 et les placer.

b- Que valent alors les positions de l'objet et de l'image $\overline{O_1A}$ et $\overline{O_1A'_1}$ et les distances focales objet et image $f_1 = \overline{O_1F_1}$ et $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$ de cette lentille?

2- On se propose maintenant de retrouver par calcul les résultats de la question ***1)-b*** tout en s'appuyant sur les données initiales.

a- Rappeler la définition du grandissement noté γ_1. Dans quelles conditions avons-nous $\gamma_1 < 0$ et $|\gamma_1| > 1$?

b- Calculer le grandissement, puis déduisez que $\overline{O_1A}$ a pour expression : $\overline{O_1A} = \dfrac{\overline{AA_1'}}{(\gamma_1 - 1)}$. Une démonstration claire est attendue. Calculer ensuite $\overline{O_1A}$.

c- En déduire la valeur de la distance lentille-image $\overline{O_1A'_1}$.

d- Rappeler la relation de conjugaison d'une lentille mince convergente. Que valent alors par calcul les distances focales objet et image f_1 et f'_1 de cette lentille ?

e- En déduire sa vergence V_1.

3-Comparer les résultats obtenus graphiquement et par calcul pour $\overline{O_1A}, \overline{O_1A'_1}$, f_1 et f'_1. Dans le cas où vous avez obtenu des écarts, expliquez leurs origines (sources d'erreurs).

B)- On associe à la lentille *L₁* une deuxième lentille mince convergente L_2 de foyers objet et image F_2 et F'_2, de distances focales objet et image f_2 et f'_2 et de centre optique O_2 telle que la distance $\overline{O_1O_2} = e$. L'ensemble du doublet ainsi formé est baigné par l'air d'indice1 et on désignera par $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ l'intervalle optique du doublet. Ce doublet est donc équivalent à un système centré de foyers principaux objet et image F et F', de points principaux objet et image H et H', de points nodaux objet et image N et N' et de distances focales objet et image $f = \overline{HF}$ et $f' = \overline{H'F'}$.

N.B: Dans tout le problème on exprimera f_1 en fonction de f'_1 et f_2 en fonction de f'_2.

1- Exprimer Δ en fonction de e, f'_1 et f'_2.

2- Déterminer en fonction de Δ et f'_1 la position $\overline{F_1F}$ du foyer principal objet F du système centré équivalent au doublet par rapport à F_1. En déduire l'expression de $\overline{O_1F}$ en fonction de Δ et f'_1

3- Déterminer en fonction de Δ et f'_2 la position $\overline{F'_2F'}$ du foyer principal image F' du système centré équivalent au doublet par rapport à F'_2. En déduire l'expression de $\overline{O_2F'}$ en fonction de Δ et f'_2.

4- Donner les distances focales principales objet et image f et f' du système centré équivalent au doublet en fonction de f'_1, f'_2 et Δ. Conclusion

5- Déterminer en fonction de f'_1, f'_2 et Δ, la distance $\overline{F_1H}$ donnant la position du point principal objet H du système centré équivalent au doublet par rapport à F_1. En déduire l'expression de $\overline{O_1H}$ en fonction de f'_1, f'_2 et Δ.

6- Déterminer en fonction de f'_1, f'_2 et Δ, la distance $\overline{F_2H'}$ donnant la position du point principal image H' du système centré équivalent au doublet par rapport à F'_2. En déduire l'expression $\overline{O_2H'}$ en fonction de f'_1, f'_2 et Δ.

7- En déduire en fonction de f'_1, f'_2 et Δ, les distances $\overline{O_1N}$ et $\overline{O_2N'}$ donnant les positions des points nodaux objet N et image N' du système centré équivalent au doublet, respectivement par rapport à O_1 et O_2.

8- Applications numériques : On considère que le doublet ainsi formé est de symbole *(3, 2, 3)* et on donne $f'_2 = 6cm$.

- **a-** Calculer en cm les valeurs de Δ, $\overline{O_1F}$, $\overline{O_2F'}$, $\overline{O_1H}$ et $\overline{O_2H'}$.
- **b-** Quelles sont la hauteur et la position par rapport O_2, de l'image définitive $A'_2B'_2$ de l'objet AB, ainsi obtenue par le doublet.

9- Tracer le rayon émergent correspondant à un rayon incident parallèle à l'axe optique et retrouver graphiquement, à l'échelle unité (1cm $\rightarrow$ 1cm), les positions du foyer principal image F' et du plan principal image (H') du système centré équivalent au doublet.

10- Tracer le rayon incident correspondant à un rayon émergent parallèle à l'axe optique et retrouver graphiquement, à l'échelle unité (1cm $\rightarrow$ 1cm), les positions du foyer principal objet F et du plan principal objet (H) du système centré équivalent au doublet.

N.B: On peut répondre aux questions de ***B)-*** indépendamment de celles du ***A)-***

****

Corrigé de l'épreuve de l'optique géométrique

Exercice I (6 points)

1- **1,00** $\overline{SF} = \frac{R}{2}$, **0,50** $\overline{SF'} = \frac{R}{2}$ **0,50**

2- - **1,00** a- $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{R} \Rightarrow p'=\frac{R\times p}{2p-R}$. **0,50** $p'=\frac{15}{7}=2,14cm$ **0,50**

1,00 b- $\gamma=-\frac{p'}{p}=\frac{1}{7}=0,143$ **0,50** $\overline{A'B'}=0,71cm$ **0,25** $\gamma>0\Rightarrow$ Image droite **0,25**

1,50 c- $g=\frac{dp'}{dp}$. En différentiant la relation de conjugaison on a $g=\frac{dp'}{dp}=-\frac{p'^2}{p^2}=-\gamma^2$ **0,50**
$\Rightarrow g<0$; Donc l'image se déplace toujours dans le sens contraire de l'objet **0,50** et d'une distance $dp'=-\gamma^2\times dp$ **0,50**

3-

0,5 a- miroir plan **0,25** qui présente un stigmatise rigoureux **0,25**

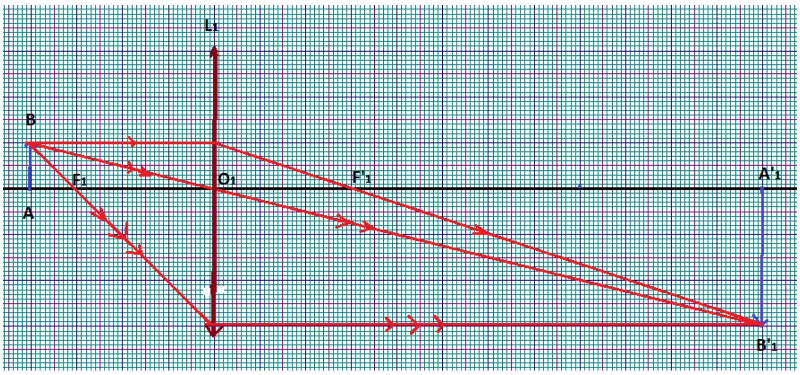
0,5 b- Les foyers objet et image F et F' sont rejetés à l'infini **0,25**, le miroir plan est donc un système afocal **0,25**

0,5 c- $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=0\Rightarrow p'=-p=15cm$ **0,25**. L'image et l'objet sont symétriques par rapport au miroir plan **0,25**

Problème (14 points)

A)-

1- **0,50** a-



1,00 b-On lit : $\overline{O_1A}=-8cm$ **0,25** $\overline{O_1A'}=24cm$ **0,25**; $f_1=\overline{O_1F_1}=-6cm$ **0,25**; $f'_1=\overline{O_1F'_1}=6cm$ **0,25**

2-

0,75 a- Le grandissement noté γ_1 est $\gamma_1=\frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}}$ **0,25**

- Si $\gamma_1<0$: l'image est renversée par rapport à l'objet. **0,25** - Si| $\gamma_1>1$: l'image est plus grande que l'objet **0,25**.

1,5 b- Le grandissement vaut $\gamma_1=-3$

$$\gamma_1=\frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}}\Leftrightarrow\frac{\overline{O_1A}+\overline{AA'_1}}{\overline{O_1A}}\Leftrightarrow\gamma_1\times\overline{O_1A}=\overline{O_1A}+\overline{AA'_1}\Rightarrow(\gamma_1-1)\overline{O_1A}=\overline{AA'_1}\Rightarrow\overline{O_1A}=\frac{\overline{AA'_1}}{(\gamma_1-1)}$$ **1,00**

$\overline{O_1A}=-8cm$ **0,50**

0,75 c- $\overline{AA'_1}=\overline{AO_1}+\overline{O_1A'_1}=\overline{O_1A'_1}-\overline{O_1A}\Rightarrow\overline{O_1A'_1}=\overline{AA'_1}+\overline{O_1A}$ **0,50** $\Rightarrow\overline{O_1A'_1}=24cm$ **0,50**

0,75 **d-** $\frac{1}{\overline{O_1A'_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow f'_1 = \frac{\overline{O_1A}\times\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}-\overline{O_1A'_1}} = \frac{-8\times 24}{-8-24} = 6cm$ **0,50**

Les indices des milieux extrêmes sont égaux ce qu implique $f_1 = -f'_1 = -6cm$ **0,25**

0,75 **e-** La vergence de la lentille *L₁* est $V_1 = \frac{1}{f'_1}$ **0,50** $V_1 = \frac{1}{6.10^{-2}} = 16{,}7\delta$ **0,25**

0,5 **3-** les résultats obtenus par les deux méthodes doivent être égaux ; Si jamais il y a des écarts, les sources d'erreur sont : arrondis de calcul, précision des tracés, épaisseur des traits de crayon

B)-

0,50 **1-** $\Delta = \overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = -f'_1 + e + f_2 = -f'_1 + e - f'_2$

1,00 **2-** Pour construire le point focal objet F du doublet, nous considérons le schéma synoptique suivant :

$$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \text{image à l'infini}$$

F est l'objet qui donne, à travers la première lentille, une image au point focal objet F_2 de la seconde lentille. En utilisant la relation de conjugaison de Newton pour les points F_2 et F, conjugués par L_1 :

$$\overline{F_1F}\times\overline{F'_1F_2} = f_1 f'_1 = -f'^2_1 \qquad \Rightarrow \overline{F_1F} = \frac{f_1\times f'_1}{\Delta} = \frac{-f'^2_1}{\Delta}$$ **0,50**

$$\overline{F_1F} = \overline{F_1O_1} + \overline{O_1F} = \frac{-f'^2_1}{\Delta} \Rightarrow \overline{O_1F} = -\left(f'_1 + \frac{f'^2_1}{\Delta}\right)$$ **0,50**

1,00 **3-** Pour le point focal image *F'* du doublet, nous considérons le schéma synoptique suivant :

$$\text{objet à l'infini} \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$$

F' est l'image à travers la seconde lentille du point focal image *F'₁* de la première lentille. En appliquant la relation de conjugaison de Newton aux points *F'₁* et *F'*, conjugués par *L₂* :

$$\overline{F_2F'_1}\times\overline{F'_2F'} = f_2\times f'_2 = -f'^2_2 \qquad \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\frac{f_2\times f'_2}{\Delta} = \frac{f'^2_2}{\Delta}$$ **0,50**

$$\overline{F'_2F'} = \overline{F'_2O_2} + \overline{O_2F'} = \frac{f'^2_2}{\Delta} \Rightarrow \overline{O_2F'} = f'_2 + \frac{f'^2_2}{\Delta}$$ **0,50**

1,50 **4-** $f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} = \frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$ **0,50** et $f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$ **0,50** Conclusion $f' = -f$ **0,50**

1,00 **5-** $\overline{F_1H} = \overline{F_1F} + \overline{FH} = \overline{F_1F} - \overline{HF} = \frac{-f'^2_1}{\Delta} - \frac{f'_1 f'_2}{\Delta} = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2)$ **0,50**

$$\overline{F_1H} = \overline{F_1O_1} + \overline{O_1H} \qquad \Rightarrow \overline{O_1H} = \overline{F_1H} - \overline{F_1O_1} = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f_1 = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) - f'_1$$ **0,50**

1,00 **6-** $\overline{F'_2H'} = \overline{F'_2F'} + \overline{F'H'} = \frac{f'^2_2}{\Delta} + \frac{f'_1 f'_2}{\Delta} = \frac{f'_2}{\Delta}(f'_1 + f'_2)$ **0,50**

$$\overline{F'_2H'} = \overline{F'_2 0_2} + \overline{0_2H'} \qquad \Rightarrow \overline{0_2H'} = \overline{F'_2H'} - \overline{F'_2 0_2} = \frac{f'_2}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f'_2$$ **0,50**

1,00 **7-** Les indices des milieux extrêmes sont identiques $N \equiv H \Rightarrow \overline{O_1N} = \overline{O_1H} = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f'_1$ **0,50**

Les indices des milieux extrêmes sont identiques $N' \equiv H' \Rightarrow \overline{O_2N'} = \overline{0_2H'} = \frac{f'_2}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f'_2$ **0,50**

1,50 **8-** **a-** $\Delta = -f'_1 + e + f_2 = -f'_1 + e - f'_2 = -6 + 4 - 6 = -8cm$ **0,25**

$$\overline{O_1F} = -\left(f'_1 + \frac{f'^2_1}{\Delta}\right) = -\left(6 + \frac{36}{-8}\right) = -1{,}5cm$$ **0,25**

$$\overline{O_2F'} = f'_2 + \frac{f'^2_2}{\Delta} = 6 + \frac{36}{-8} = 1{,}5cm \quad \boxed{0{,}25}$$

$$\overline{O_1H} = -\frac{f'_1}{\Delta}\left(f'_1 + f'_2\right) - f'_1 = \frac{6}{8}\times 12 - 6 = 3cm \quad \boxed{0{,}25}$$

$$\overline{0_2H'} = \frac{f'_2}{\Delta}\left(f'_1 + f'_2\right) + f'_2 = -\frac{6}{8}\times 12 + 6 = -3cm \quad \boxed{0{,}25}$$

1,00 **b-**

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 .$$

Nous avons donc calculé : $\overline{O_1A} = -8cm$ et $\overline{O_1A'_1} = 24cm$

Avec $\overline{O_2A'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'_1} = -4 + 24 = 20cm$, il vient pour les points A'_1, A'_2 conjugués à travers L_2 :

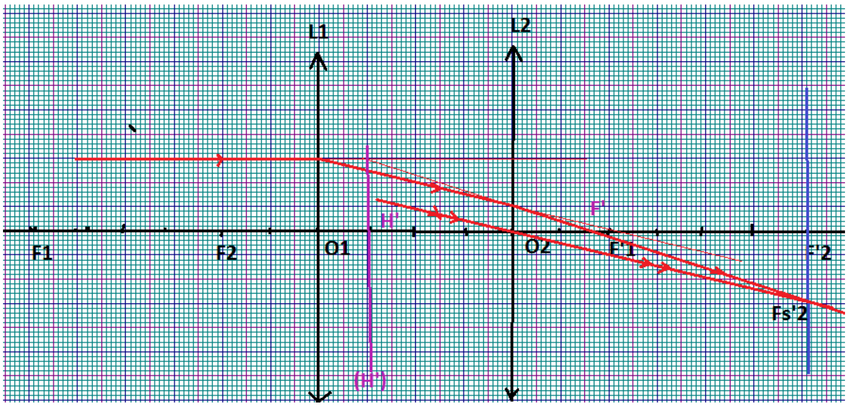
$$\frac{1}{\overline{O_2A'_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A'_1}} = \frac{1}{f'_2}$$

Soit : $$\overline{O_2A'_2} = \frac{f'_2 \times \overline{O_2A'_1}}{f'_2 + \overline{O_2A'_1}} = \frac{6\times 20}{6+20} = 4{,}615cm \quad \boxed{0{,}50}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'_2B'_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'_2}}{\overline{O_2A'_1}} = \frac{24\times 4{,}615}{(-8)\times 20} = 0{,}692$$ ce qui implique

$$\overline{A'_2B'_2} = 0{,}692 \times \overline{AB} = 0{,}692cm \quad \boxed{0{,}50}$$

0,50 **9-**



0,50 **10-**