UNIVERSITE IBN ZOHR
FACULTE DES SCIENCES
AGADIR

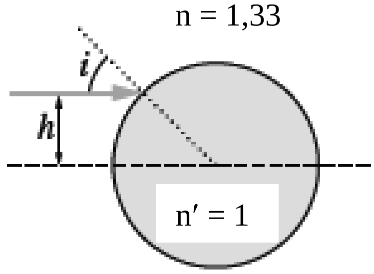
جامعة ابن زهر
كليـــــة العلـــــــوم
أكاديـــر

03 juin 13

EPREUVE D'OPTIQUE (SM2, SMC2)
Durée : 1h30

Les conditions de Gauss sont supposées vérifiées.

Exercice : (4 points)



Une bulle d'air sphérique (n′ = 1) de rayon R est immergée dans un liquide d'indice n = 1,33.

1- Calculer la valeur limite i_0 de i pour laquelle il y a réflexion totale sur la bulle d'air pour un rayon incident parallèle à l'axe. Quelle est alors la hauteur h du rayon incident par rapport à l'axe de la bulle d'air en fonction du rayon de la goutte

2- Dans le cas où $i > i_0$, donner l'expression de la déviation subie par le rayon incident.

3- Donner l'expression de la déviation D quand $i < i_0$, le rayon subissant deux réfractions et sortant de la bulle.

Problème :

A- (13 points)
On considère un Système centré (**S**) (lentille épaisse), d'indice **n = 3/2** et d'épaisseur **e = 10 cm**, placé dans l'air d'indice 1. Elle reçoit des rayons lumineux venant de gauche (**Figure 1**).

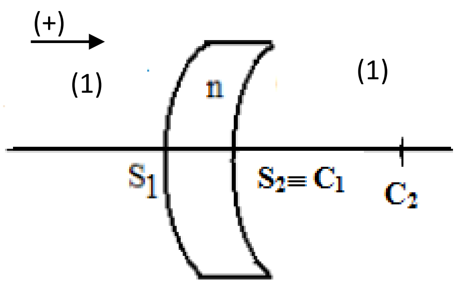


Figure 1

On posera : R= $\overline{S_1C_1} = \overline{S_1S_2} = e = \dfrac{\overline{S_2C_2}}{2}$

Soit **AB** un objet et **A′B′** son image à travers le système. On notera A_1B_1 l'image intermédiaire.

1- Ecrire les formules de conjugaison de position et de grandissement γ_1 du **1er dioptre** $D_1(S_1,C_1)$ avec origine au centre pour le couple de points **(A, A_1)**. En déduire ses foyers objet F_1 et image F_1' et ses distances focales objet f_1 et image f_1'.

2- Ecrire les formules de conjugaison de position et de grandissement γ_2 du **2ème dioptre** $D_2(S_2,C_2)$ avec origine au sommet pour le couple de points **(A_1, A')**. En déduire ses foyers objet F_2 et image F_2' et ses distances focales objet f_2 et image f_2'.

3- Montrer que les formules de conjugaison de position et de grandissement de la lentille s'écrivent :

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2A}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R}$$

$$\gamma = n\,\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A}}$$

4- Trouver la position, par rapport à $\mathbf{S_2}$, des foyers objet **F** et image **F′** du système.

5- Calculer la position du centre optique **O** du système.

6- Calculer la position des points principaux **H** et **H′** du système.

7- Déduire les distances focales objet **f** et image **f ′** du système, donner sa nature.

8- En utilisant la formule de Gullstrand, retrouver la distance focale image **f ′** du système.

9- Retrouver les positions des éléments cardinaux de la lentille (F, F′, H, H′) par construction géométrique.

B- (3 points)
La face de sommet S_2 est maintenant argentée (**Figure 2**)

1- Déterminer le centre $\mathbf{\Omega}$ et le sommet $\mathbf{\Sigma}$ du miroir équivalent au système catadioptrique ainsi obtenu.

2- En déduire le rayon de courbure ρ et la nature du miroir équivalent.

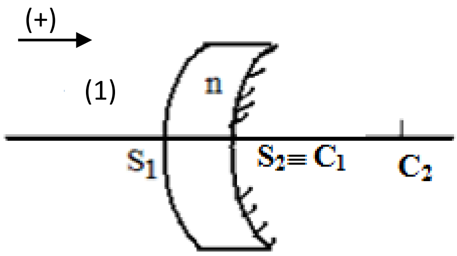


Figure 2

Corrigé de l'examen (06 Juin 2012)
Optique géométrique SM2 SMC2

Exercise:

1- Pour qu'il y ait réflexion totale, il faut que : $n \sin i_0 = n' \sin \frac{\pi}{2} = 1$ (n′ = 1)

$\Rightarrow \boxed{\sin i_0 = \frac{1}{n}}$ donc $\boxed{i_0 = 48{,}75°}$

Si $i = i_0$, $\sin i_0 = \frac{h}{R} = \frac{1}{n}$. On a donc $h = \frac{R}{n}$ $\boxed{h = \frac{3R}{4}}$

2- Dans le cas où $i > i_0$, il y a réflexion totale sur la bulle d'air et la déviation est D :

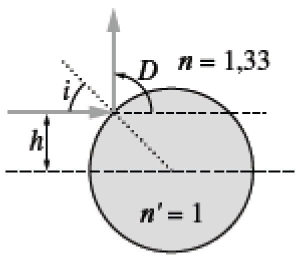
3-

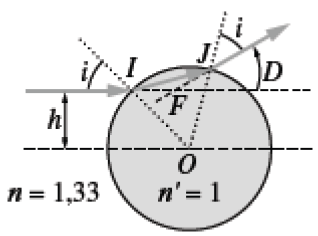
$$\boxed{D = \pi - 2i}$$

4- Si $i < i_0$, le rayon rentre dans la bulle d'air en I , se réfracte et ressort en J après deux réfractions. Le triangle IJO étant isocèle ($OI = OJ = R$), il ressort avec le même angle i . Dans le triangle IJF, on a $\pi - D + 2(r - i) = \pi$.

$\Rightarrow$. $\boxed{D = 2(r - i)}$

***Note :** on peut aussi utiliser la methode suivante :*
$D = d_1 + d_2 = (r - i) + (r - i) = 2(r - i)$
d_1 : la déviation à la 1^{er} réfraction
d_2 : la déviation à la $2^{ème}$ réfraction





Problème

A-

1- Formules de conjugaison de position et de grandissement γ_1 pour DS1 avec origine au centre pour le couple de points **(A, A₁)** :

$$\underset{1}{\mathbf{AB}} \xrightarrow{\mathbf{D_1(S_1,C_1)}} \underset{n}{\mathbf{A_1B_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{C_1A_1}} - \frac{n}{\overline{C_1A}} = \frac{1-n}{\overline{C_1S_1}} = \frac{n-1}{R} \qquad (1)$$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{C_1A_1}}{\overline{C_1A}}$$

<u>Positions des foyers F₁ et F₁′:</u>

$A \equiv F_1 \Rightarrow A_1$ à l'∞ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{C_1F_1} = \frac{nR}{1-n}}$ AN $\overline{C_1F_1}$ = - 3R = - 30 cm

A à l'∞ $\Rightarrow A_1 \equiv F_1'$ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{C_1F_1'} = \frac{R}{n-1}}$ AN $\overline{C_1F_1'}$ = 2R = 20 cm

Les distances focales f₁ et f_1':

$$f_1 = \overline{S_1F_1} = \overline{S_1C_1} + \overline{C_1F_1} = \overline{S_1S_2} + \overline{C_1F_1} = R + \frac{nR}{1-n} = \frac{R}{1-n} \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{R}{1-n}}$$

$$f_1' = \overline{S_1F_1'} = \overline{S_1C_1} + \overline{C_1F_1'} = \overline{S_1S_2} + \overline{C_1F_1'} = R + \frac{R}{n-1} = \frac{nR}{n-1} \Rightarrow \boxed{f_1' = \frac{nR}{n-1}}$$

AN: f_1 = -2R = - 20 cm ; f_1' = 3R = 30 cm .

2- Formules de conjugaison de position et de grandissement γ_2 pour DS2 avec origine au sommet pour le couple de points **(A₁, A′)** :

$$\underset{n}{\mathbf{A_1B_1}} \xrightarrow{\mathbf{D_2(S_2,C_2)}} \underset{1}{\mathbf{A'\,B'}}$$

1pt

$$\frac{n}{\overline{S_2A_1}} - \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{n-1}{\overline{S_2C_2}} = \frac{n-1}{2R} \qquad (2)$$

$$\gamma_2 = \frac{n}{1}\,\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}$$

<u>Positions des foyers F₁ et F₁′:</u>

$A_1 \equiv F_2 \Rightarrow A'$ à l'∞ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{S_2F_2} = \frac{2nR}{n-1}}$ AN $\overline{S_2F_2}$ = 6 R = 60 cm

A_1 à l'∞ $\Rightarrow A' \equiv F_2'$ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{S_2F_2'} = \frac{2R}{1-n}}$ AN $\overline{S_2F_2'}$ = - 4R = - 40 cm

Les distances focales f_2 et f_2':

$f_2 = \overline{S_2F_2} \Rightarrow \boxed{f_2 = \frac{2nR}{n-1}}$ AN : f_2 = 60 cm

$f_2' = \overline{S_2F_2'} \Rightarrow \boxed{f_2' = \frac{2R}{1-n}}$ AN : f_2' = - 40 cm

3- Formules de conjugaison de position et de grandissement de la lentille :

$$\frac{1}{\overline{C_1A_1}} - \frac{n}{\overline{C_1A}} = \frac{n-1}{R} \qquad (1)$$

$$\frac{n}{\overline{S_2A_1}} - \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{n-1}{2R} \qquad (2)$$

Or $C_1 \equiv S_2$ donc (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n}{\overline{S_2A}} = \frac{n-1}{R}$ (3)

$\Rightarrow$ n ∗ (3) – (2) $\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2A}} = \frac{n(n-1)}{R} - \frac{n-1}{2R} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R}$

Formule de conjugaison du système : $\boxed{\frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2A}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R}}$ (4)

$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1 \gamma_2 = \frac{\overline{C_1A_1}}{\overline{C_1A}} \frac{n}{1} \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}} = n \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A}} \Rightarrow \boxed{\gamma = n \frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A}}}$

4- Position des foyers **F** et **F′** du système :

D'après (4)

- $\frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow \boxed{\overline{S_2F'} = 2R}$ **AN** $\overline{S_2F'}$ = 20 cm

- $-\frac{n^2}{\overline{S_2F}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow \boxed{\overline{S_2F} = -2n^2R}$ **AN** $\overline{S_2F}$ = - 45 cm

5- Position du centre optique **O** du système :

On a : $\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\,\overline{OS_1} = \overline{OS_2}$

Or $\overline{S_1S_2} = R = \overline{OS_2} - \overline{OS_1} = \overline{OS_1} \Rightarrow \boxed{\overline{OS_1} = R}$ **AN** $\overline{S_1O}$ = - 10 cm et $\overline{S_2O}$ = - 20 cm

6- Position des points principaux **H** et **H′** du système :

H et H′ sont tel que : $H \xrightarrow{\text{Système}} H'$ / $\gamma = 1$

$$\frac{1}{\overline{S_2H'}} - \frac{n^2}{\overline{S_2H}} = \frac{(n-1)(2n-1)}{2R} = \frac{1}{2R}$$

$\gamma = n\,\dfrac{\overline{S_2H'}}{\overline{S_2H}} = 1 \Rightarrow \overline{S_2H} = n\,\overline{S_2H'}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{S_2H'}} - \frac{n^2}{n\,\overline{S_2H'}} = \frac{1}{2R} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_2H'}} - \frac{n}{\overline{S_2H'}} = \frac{1}{2R}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\overline{S_2H'} = 2\,R\,(1-n)}$ et $\boxed{\overline{S_2H} = 2\,n\,R\,(1-n)}$ **AN** $\overline{S_2H'} = -10$ cm et $\overline{S_2H} = -15$ cm

7- Les distances focales **f** et **f ′** du système :

$f = \overline{HF} = \overline{HS_2} + \overline{S_2F}$ $\boxed{f = \overline{S_2F} - \overline{S_2H}}$ **AN** $f = -30$ cm

$f' = \overline{H'F'} = \overline{H'S_2} + \overline{S_2F'}$ $\boxed{f' = \overline{S_2F} - \overline{S_2H}}$ **AN** $f' = 30$ cm

$f' > 0 \Rightarrow$ le système est convergent.

8- Formule de Gullstrand

$V(\text{ou } C) = V_1 + V_2 - \dfrac{e\,V_1\,V_2}{n}$ avec $e = \overline{S_1S_2} = R$

La vergence du 1er dioptre est : $V_1 = \dfrac{n-1}{R} = \dfrac{n}{f'_1}$

La vergence du 2ème dioptre est : $V_2 = \dfrac{1-n}{2R} = \dfrac{1}{f'_2}$

$$\frac{1}{f'} = \frac{n}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} = \frac{nf'_2 + f'_1 - e}{f'_1 f'_2} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{f'_1 f'_2}{nf'_2 + f'_1 - e}}$$ **AN** $f' = 30$ cm

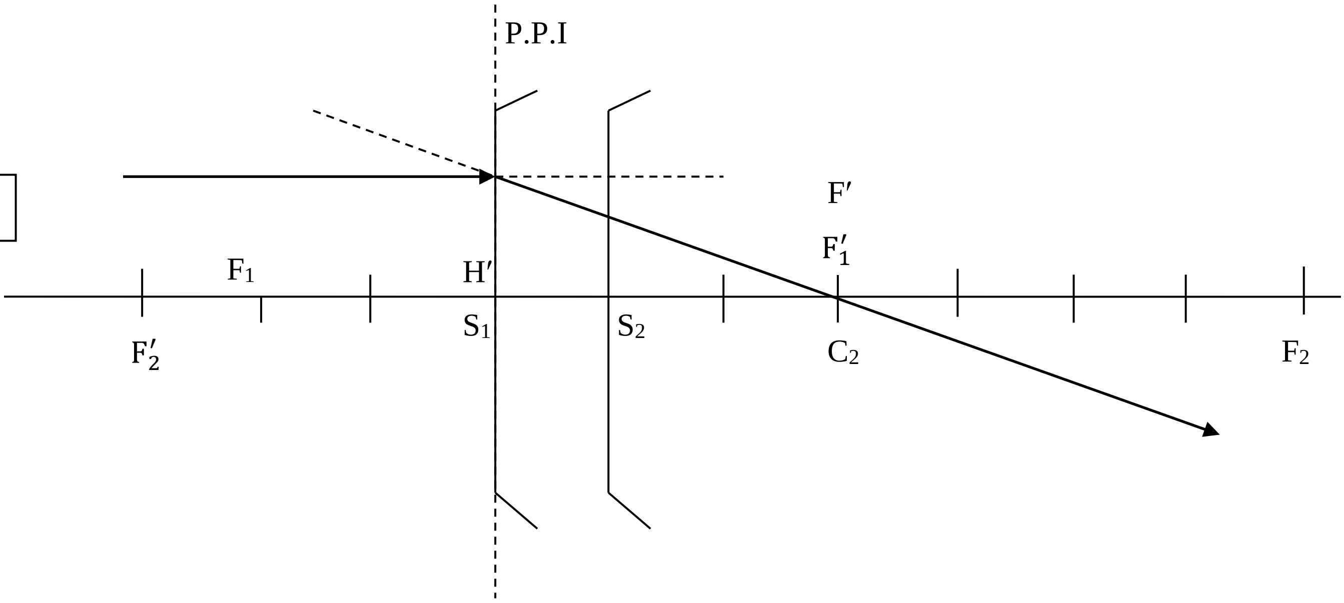
***Note :** on peut aussi utiliser la relation suivante :*

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{n-1}{R} + \frac{1-n}{2R} - \frac{R(n-1)}{n\,R}\,\frac{(1-n)}{2R} = \frac{1}{2R} - \frac{1}{4R} + \frac{1}{12R} = \frac{1}{3R} \Rightarrow f' = 3R = 30 \text{ cm}$$

9- **<u>Construction géométrique :</u>**

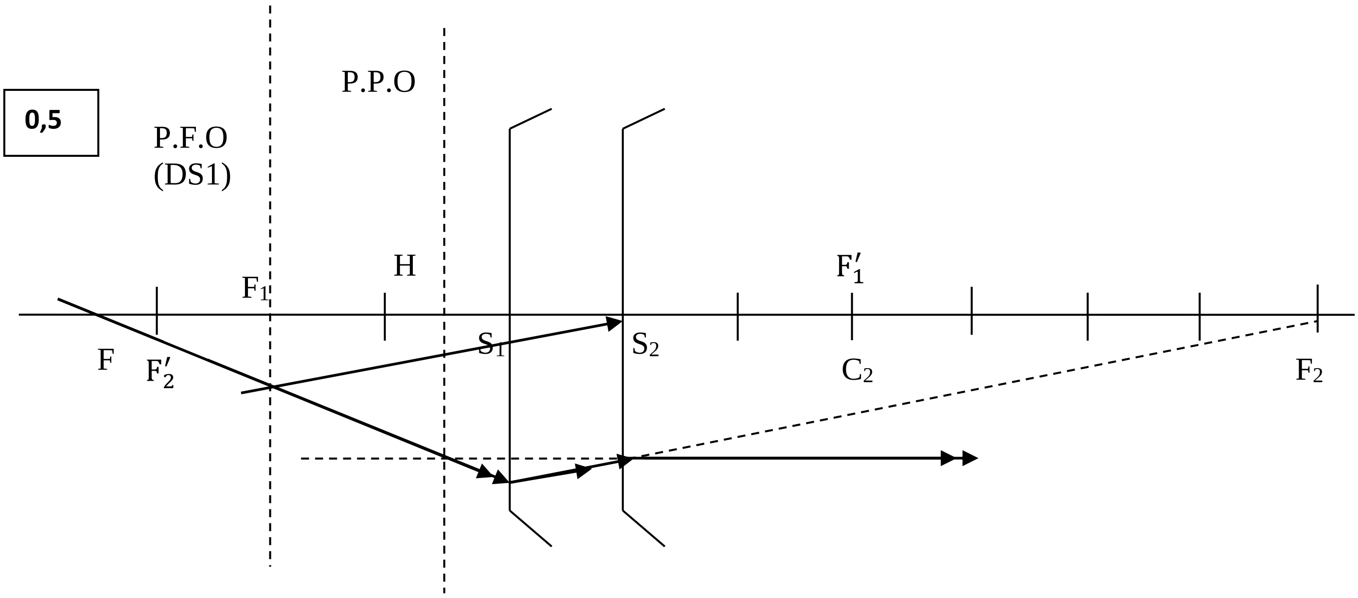
- Détermination de H′ et F′

0,5

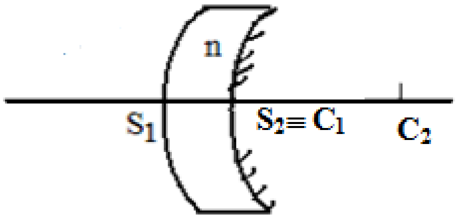


- Détermination de H et F

0,5



B- Le système **catadioptrique** est équivalent à un **miroir sphérique** de centre **Ω** et de sommet **Σ**.



1-

- Le sommet du miroir équivalent est :

$$\underset{(n)}{S_2} \xrightarrow{D\,(S_1,\,C_1)} \underset{(1)}{\Sigma}$$

1 pt

$$\frac{n}{\overline{S_1S_2}} - \frac{1}{\overline{S_1\Sigma}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1\Sigma}} = \frac{n}{\overline{S_1S_2}} - \frac{n-1}{R} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1\Sigma}} = \frac{1}{\overline{S_1S_2}} \Rightarrow \overline{S_1\Sigma} = \overline{S_1S_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Sigma \equiv S_2 \equiv C_1}$$

- Le centre du miroir équivalent est :

$$\underset{(n)}{-C_2} \xrightarrow{D\,(S_1,\,C_1)} \underset{(1)}{\Omega}$$

1 pt

$$\frac{n}{\overline{S_1C_2}} - \frac{1}{\overline{S_1\Omega}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1\Omega}} = \frac{n}{3R} - \frac{n-1}{R} \Rightarrow \boxed{\overline{S_1\Omega} = \frac{3R}{3-2n}}$$

A.N : $\overline{S_1\Omega} = \infty \Rightarrow \Omega \to \infty$

1 pt

2- Le rayon de courbure ρ :

$\rho = \overline{\Sigma\Omega} = \infty \Rightarrow$ le miroir équivalent est plan.