Epreuve d'optique géométrique

Durée : 1h 30min

Exercice

On considère un miroir sphérique convexe Σ de sommet *S*, de centre *C* et de rayon de courbure $R=\overline{SC}$ et on place un objet AB de hauteur 5cm à une distance $p=\overline{SA}=-15cm$ du sommet *S*.

1- Déterminer par rapport à *S* et en fonction de *R*, les positions des foyers objet et image F et F' du miroir.

2- Avec $R=\overline{SC}=5cm$ et dans les conditions de l'approximation de Gauss.

a- Calculer la position $p'=\overline{SA'}$ de l'image $A'B'$ par rapport au sommet S.

b- Calculer le grandissement linéaire γ ainsi que la hauteur de l'image $A'B'$. Conclusion.

c- On fait déplacer le long de l'axe optique l'objet AB d'une distance infinitésimale dp, ce qui entraine un déplacement de d*p'* de l'image $A'B'$. Exprimer alors le grandissement axial *g* en fonction de γ. De combien elle est déplacée alors l'image et dans quel sens ?

3- On fait maintenant tendre le rayon de courbure *R* du miroir Σ vers l'infini.

a- Quel est le système optique simple ainsi obtenu et que peut-t-on dire de son stigmatisme

b- Quelles sont alors les nouvelles positions des foyers *F*et *F'*. Qu'appelle-t-on alors ce type de système optique.

c- Déterminer la nouvelle position de l'image $A'B'$. Conclusion.

Problème

Soit l'association de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2, respectivement de foyers principaux objet et image (F_1, F'_1) et (F_2, F'_2), de distances focales objet et image (f_1, f'_1) et (f_2, f'_2) et de centres optiques O_1 et O_2. L'ensemble de ces deux lentilles est baigné dans l'air d'indice 1 tels que $\overline{O_1O_2}=e=3cm$, $f'_1=3cm$ et $f'_2=3cm$

On suppose que l'association de ces deux lentilles L_1 et L_2 est équivalent à un système centré de Foyers principaux objet et image *F* et *F'*, de points principaux objet et image *H* et *H'* , de points nodaux *N* et *N'* et de distances focales objet et image $f=\overline{HF}$ *et* $f'=\overline{H'F'}$.

1)- Exprimer l'intervalle optique $\Delta=\overline{F'_1F_2}$ en fonction de f'_1, f_2 et e et calculer sa valeur.

2)- On cherche la position de *F* par rapport à O_1, exprimer alors $\overline{F_1F}$ en fonction de f_1, f'_1 et Δ et calculer sa valeur ; En déduire l'expression de $\overline{O_1F}$ ainsi que sa valeur.

3)- On cherche la position de *F'* par rapport à O_2, exprimer alors $\overline{F'_2F'}$ en fonction de f_2, f'_2 et Δ et calculer sa valeur ; En déduire l'expression de $\overline{O_2F'}$ ainsi que sa valeur.

4)- On note respectivement par V_1, V_2 et V les vergences des lentilles L_1 et L_2 du système centré équivalent Σ.

a- Ecrire la formule de Gullstrand dans ce cas ;

b- Exprimer V_1, V_2 et V en fonction des distances focales objets correspondantes. En déduire la distance focale objet $f=\overline{HF}$ du système centré équivalent Σ en fonction de f_1, f_2 et Δ et calculer sa valeur.

c- Exprimer V_1, V_2 et V en fonction des distances focales images correspondantes. En déduire la distance focale image $f'=\overline{H'F'}$du système centré équivalent Σ en fonction de f'_1, f'_2 et Δ et calculer sa valeur.

Corrigé de l'épreuve de l'optique géométrique

Exercice I

1- $\overline{SF} = \dfrac{R}{2}$, $\overline{SF'} = \dfrac{R}{2}$

2- - a- $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = \dfrac{2}{R} \Rightarrow p' = \dfrac{R \times p}{2p - R}$. $p' = \dfrac{15}{7} = 2{,}14cm$

b- $\gamma = -\dfrac{p'}{p} = \dfrac{1}{7} = 0{,}143$ $\overline{A'B'} = 0{,}71cm$ $\boxed{0}$ $\gamma > 0 \Rightarrow$ Image droite

c- $g = \dfrac{dp'}{dp}$. En différentiant la relation de conjugaison on a $g = \dfrac{dp'}{dp} = -\dfrac{p'^2}{p^2} = -\gamma^2$ $\boxed{0}$ $\Rightarrow g < 0$;

Donc l'image se déplace toujours dans le sens contraire de l'objet et d'une distance $dp' = -\gamma^2 \times dp$

3-

a- miroir plan qui présente un stigmatise rigoureux

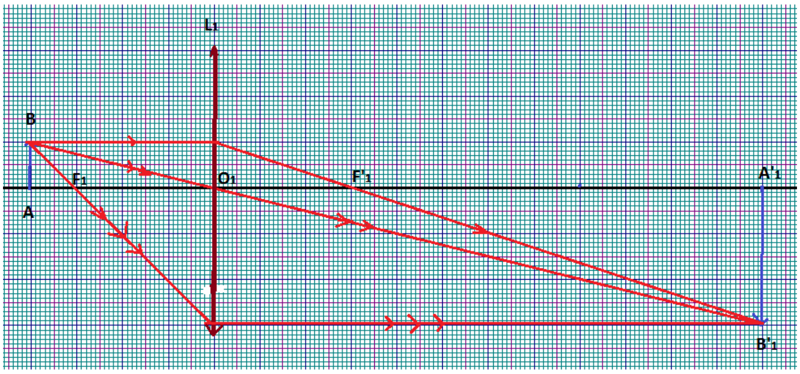
b- Les foyers objet et image Fet F' sont rejetés à l'infini le miroir plan est donc un système afocal

c- $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = 0 \Rightarrow p' = -p = 15cm$ ▯. L'image et l'objet sont symétriques par rapport au miroir plan

Problème

A)-

1-a-



1,00 **b-**On lit : $\overline{O_1A} = -8cm$ ▯ $\overline{O_1A'} = 24cm$ $f_1 = \overline{O_1F_1} = -6cm$ ▯ $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 6cm$

2-

a- Le grandissement noté γ_1 est $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}}$

- Si $\gamma_1 < 0$: l'image est renversée par rapport à l'objet. - Si| $\gamma_1 > 1$: l'image est plus grande que l'objet

b- Le grandissement vaut $\gamma_1 = -3$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}} \Leftrightarrow \frac{\overline{O_1A} + \overline{AA'_1}}{\overline{O_1A}} \Leftrightarrow \gamma_1 \times \overline{O_1A} = \overline{O_1A} + \overline{AA'_1} \Rightarrow (\gamma_1 - 1)\overline{O_1A} = \overline{AA'_1} \Rightarrow \overline{O_1A} = \frac{\overline{AA'_1}}{(\gamma_1 - 1)}$$

$\overline{O_1A} = -8cm$

c- $\overline{AA'_1} = \overline{AO_1} + \overline{O_1A'_1} = \overline{O_1A'_1} - \overline{O_1A} \Rightarrow \overline{O_1A'_1} = \overline{AA'_1} + \overline{O_1A} \Rightarrow \overline{O_1A'_1} = 24cm$

d- $\dfrac{1}{\overline{O_1A'_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'_1} \Rightarrow f'_1 = \dfrac{\overline{O_1A} \times \overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A} - \overline{O_1A'_1}} = \dfrac{-8 \times 24}{-8 - 24} = 6cm$

Les indices des milieux extrêmes sont égaux ce qui implique $f_1 = -f'_1 = -6cm$

e- La vergence de la lentille *L₁* est $V_1 = \dfrac{1}{f'_1}$ $\qquad V_1 = \dfrac{1}{6.10^{-2}} = 16,7\delta$

3- les résultats obtenus par les deux méthodes doivent être égaux ; Si jamais il y a des écarts, les sources d'erreur sont : arrondis de calcul, précision des tracés, épaisseur des traits de crayon

B)-

1- $\Delta = \overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = -f'_1 + e + f_2 = -f'_1 + e - f'_2$

- Pour construire le point focal objet F du doublet, nous considérons le schéma synoptique suivant :

$$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \text{image à l'infini}$$

F est l'objet qui donne, à travers la première lentille, une image au point focal objet F_2 de la seconde lentille. En utilisant la relation de conjugaison de Newton pour les points F_2 et F, conjugués par L_1 :

$$\overline{F_1F} \times \overline{F'_1F_2} = f_1 f'_1 = -f'^2_1 \qquad \Rightarrow \overline{F_1F} = \frac{f_1 \times f'_1}{\Delta} = \frac{-f'^2_1}{\Delta}$$

$$\overline{F_1F} = \overline{F_1O_1} + \overline{O_1F} = \frac{-f'^2_1}{\Delta} \Rightarrow \overline{O_1F} = -\left(f'_1 + \frac{f'^2_1}{\Delta}\right)$$

3- Pour le point focal image *F'* du doublet, nous considérons le schéma synoptique suivant :

$$\text{objet à l'infini} \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$$

F' est l'image à travers la seconde lentille du point focal image F'_1 de la première lentille. En appliquant la relation de conjugaison de Newton aux points F'_1 et *F'*, conjugués par L_2 :

$$\overline{F_2F'_1} \times \overline{F'_2F'} = f_2 \times f'_2 = -f'^2_2 \qquad \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\frac{f_2 \times f'_2}{\Delta} = \frac{f'^2_2}{\Delta}$$

$$\overline{F'_2F'} = \overline{F'_2O_2} + \overline{O_2F'} = \frac{f'^2_2}{\Delta} \Rightarrow \overline{O_2F'} = f'_2 + \frac{f'^2_2}{\Delta}$$

4- $f = \dfrac{f_1 f_2}{\Delta} = \dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta}$ et $f' = -\dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta}$ Conclusion $f' = -f$

5- $\overline{F_1H} = \overline{F_1F} + \overline{FH} = \overline{F_1F} - \overline{HF} = \dfrac{-f'^2_1}{\Delta} - \dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta} = -\dfrac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2)$

$$\overline{F_1H} = \overline{F_1O_1} + \overline{O_1H} \qquad \Rightarrow \overline{O_1H} = \overline{F_1H} - \overline{F_1O_1} = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f_1 = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) - f'_1$$

6- $\overline{F'_2H'} = \overline{F'_2F'} + \overline{F'H'} = \dfrac{f'^2_2}{\Delta} + \dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta} = \dfrac{f'_2}{\Delta}(f'_1 + f'_2)$

$$\overline{F'_2H'} = \overline{F'_20_2} + \overline{0_2H'} \qquad \Rightarrow \overline{0_2H'} = \overline{F'_2H'} - \overline{F'_20_2} = \frac{f'_2}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f'_2$$

7- Les indices des milieux extrêmes sont identiques $N \equiv H \Rightarrow \overline{O_1N} = \overline{O_1H} = -\dfrac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f'_1$

Les indices des milieux extrêmes sont identiques $N' \equiv H' \Rightarrow \overline{O_2N'} = \overline{0_2H'} = \dfrac{f'_2}{\Delta}(f'_1 + f'_2) + f'_2$

8- a- $\Delta = -f'_1 + e + f_2 = -f'_1 + e - f'_2 = -6 + 4 - 6 = -8cm$

$$\overline{O_1F} = -\left(f'_1 + \frac{f'^2_1}{\Delta}\right) = -\left(6 + \frac{36}{-8}\right) = -1,5cm$$

$$\overline{O_2F'} = f'_2 + \frac{f'^2_2}{\Delta} = 6 + \frac{36}{-8} = 1,5cm$$

$$\overline{O_1H} = -\frac{f'_1}{\Delta}(f'_1 + f'_2) - f'_1 = \frac{6}{8} \times 12 - 6 = 3cm$$

$$\overline{0_2H'} = \frac{f'_2}{\Delta}\left(f'_1 + f'_2\right) + f'_2 = -\frac{6}{8}\times 12 + 6 = -3cm$$

b-

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$$

Nous avons donc calculé : $\overline{O_1A} = -8cm$ et $\overline{O_1A'_1} = 24cm$

Avec $\overline{O_2A'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'_1} = -4 + 24 = 20cm$, il vient pour les points A'_1, A'_2 conjugués à travers L_2 :

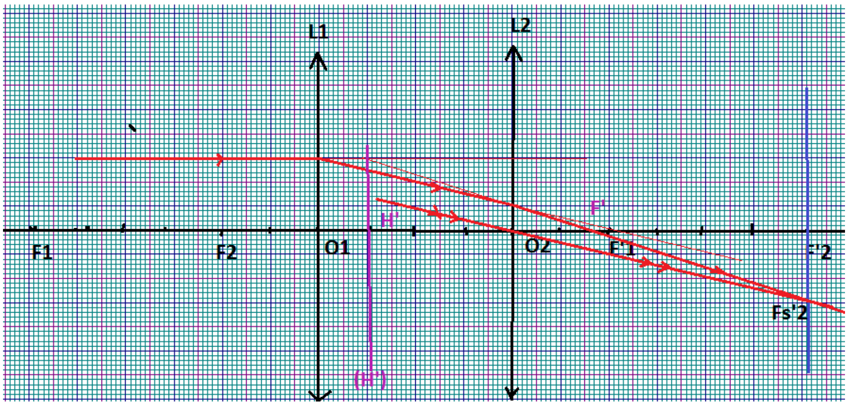
$$\frac{1}{\overline{O_2A'_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A'_1}} = \frac{1}{f'_2}$$

Soit : $$\overline{O_2A'_2} = \frac{f'_2 \times \overline{O_2A'_1}}{f'_2 + \overline{O_2A'_1}} = \frac{6\times 20}{6+20} = 4{,}615cm$$

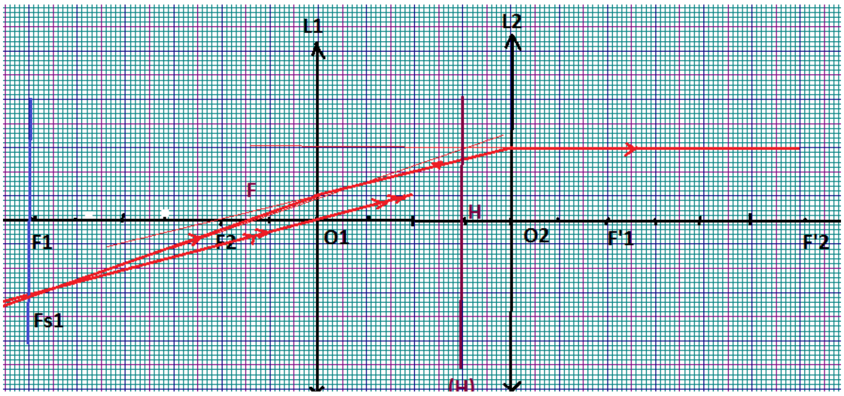
$$\gamma = \frac{\overline{A'_2B'_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'_2}}{\overline{O_2A'_1}} = \frac{24\times 4{,}615}{(-8)\times 20} = 0{,}692$$ ce qui implique

$$\overline{A'_2B'_2} = 0{,}692 \times \overline{AB} = 0{,}692cm$$

9-



10-



Pr L. BOUIRDEN